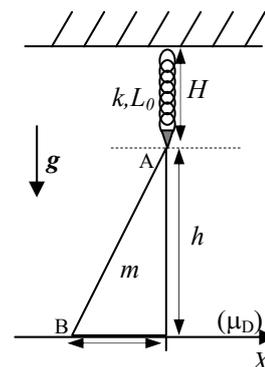


Nome e cognome: Matricola:

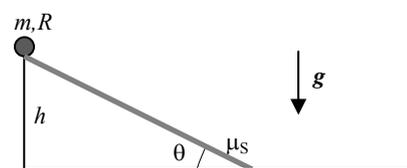
Istruzioni: riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione

1. Un blocco di massa $m = 5.0$ kg ha sezione con forma di triangolo rettangolo e cateti di lunghezza $h = 40$ cm (posto in direzione verticale) e $d = 20$ cm (posto in direzione orizzontale). Il blocco è libero di scorrere su un piano orizzontale (ogni altro movimento diverso dalla traslazione, per esempio rotazioni o ribaltamenti, è impossibile). Come mostrato in figura, su una delle superfici del blocco, quella che appare inclinata in sezione, spinge un puntale (puntiforme!) montato all'estremità di una molla con costante elastica $k = 5.0 \times 10^2$ N/m. L'altro estremo della molla è fissato a un solaio rigido e indeformabile. La molla e il puntale hanno entrambi massa trascurabile; inoltre l'asse della molla si mantiene sempre in direzione verticale e non c'è attrito tra puntale e superficie del blocco. La molla ha lunghezza di riposo $L_0 = h + H$, dove $H = 20$ cm è la distanza tra il punto più "in alto" del blocco e il solaio (vedi figura). Inizialmente il blocco è mantenuto fermo da qualche forza esterna nella configurazione di figura, in cui la molla è alla sua massima compressione e il puntale preme sul punto più "in alto" del blocco (marcato con A in figura). Quindi la forza esterna viene rimossa (senza fornire alcuna velocità iniziale) e il blocco comincia a muoversi in direzione orizzontale (verso la destra della figura).



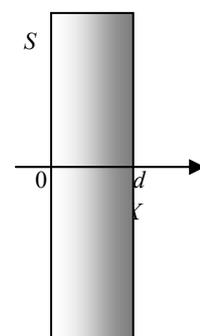
- Supponendo per questa domanda che l'attrito tra blocco e piano orizzontale sia trascurabile, quanto vale la velocità V del blocco nell'istante in cui il suo estremo più "in basso" (marcato con B in figura) passa sotto il puntale?
 $V = \dots\dots\dots = \dots\dots$ m/s
- Come si scrive, in funzione della coordinata x , il modulo della forza $F(x)$ che il puntale esercita sulla superficie del blocco con cui si trova a contatto? [Usate il sistema di riferimento X di figura, orizzontale e centrato sulla verticale della molla. Dovete scrivere una funzione matematica di x : non usate valori numerici nella sua espressione e usate bene la geometria]
 $F(x) = \dots\dots\dots$
- Come si scrive, in funzione della coordinata x , il modulo della forza di reazione $N(x)$ che il piano orizzontale esercita sulla superficie del blocco che vi scorre sopra? [Usate il sistema di riferimento X di figura, orizzontale e centrato sulla verticale della molla. Dovete scrivere una funzione matematica di x : non usate valori numerici nella sua espressione]
 $N(x) = \dots\dots\dots$
- Immaginate ora che, a differenza di quanto considerato nel quesito a), il piano su cui scorre il blocco presenti un attrito dinamico con coefficiente $\mu_D = 0.50$. Quanto vale, in presenza di questo attrito, la velocità del blocco V' che si calcola nelle condizioni di cui alla domanda a)? [In pratica vi si chiede di ripetere la soluzione del punto a), considerando però la presenza dell'attrito; usate $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità; può farvi comodo ricordare che $\int x dx = x^2/2$]
 $V' = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$ m/s

2. Un cilindro omogeneo di massa $m = 2.0$ kg e raggio $R = 20$ cm si trova fermo sulla sommità di un piano inclinato, di altezza $h = 3.0$ m, che forma un angolo $\theta = \pi/6$ rispetto all'orizzontale. Il piano inclinato è scabro e si sa che il coefficiente di attrito statico vale $\mu_s = 0.50$ ed è seguito da un tratto piano orizzontale che invece è liscio (cioè il tratto orizzontale presenta attrito trascurabile). A un dato istante il cilindro, precedentemente tenuto in posizione da una qualche forza esterna (una manina), viene lasciato libero di muoversi con velocità iniziale nulla. [Usate il valore $g = 9.80$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che $\sin(\pi/6) = 1/2$ e $\cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.73$]



- Dimostrate per benino, in brutta, che il moto del cilindro lungo il piano inclinato, nelle condizioni del problema, è di rotolamento puro (cioè non c'è strisciamento).
 Discussione:
- Quanto valgono la velocità del centro di massa del cilindro, v_{CM} , e la velocità angolare del cilindro, ω , nell'istante in cui esso raggiunge il tratto orizzontale alla base del piano inclinato? [Supponete che, come dovrete aver dimostrato alla risposta del quesito precedente, il moto lungo il piano inclinato sia di rotolamento puro]
 $v_{CM} = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$ m/s
 $\omega = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$ rad/s
- Che tipo di movimento fa il cilindro sul piano orizzontale liscio (con attriti trascurabili)? Discutete per bene in brutta quello che vi aspettate che si verifichi, tenendo d'occhio le conservazioni delle grandezze dinamiche nel processo.
 Discussione:

3. Una lastra molto estesa e sottile di materiale dielettrico è stata costruita in modo da portare al suo interno una distribuzione di carica volumica disomogenea. Come indicato in figura, in cui la lastra è vista "di profilo", le superfici (facce) "di base" della lastra, che hanno area $S = 0.10$ m², sono ortogonali rispetto all'asse X di figura. Lo spessore della lastra è $d = 1.0$ mm (si ha evidentemente $d \ll S^{1/2}$, in modo da poter trascurare gli "effetti ai bordi" e considerare puramente piana la simmetria del problema). La densità di carica volumica dipende dalla sola coordinata x e si sa che aumenta linearmente da 0 fino al valore $\rho_0 = 8.8$ C/m³ quando si passa dalla faccia "di sinistra" in figura, collocata ad $x = 0$, alla faccia "di destra", che si trova ad $x = d$. Si sa anche che $E(x) = 0$ per $x \leq 0$. [Considerate $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12}$ F/m la costante dielettrica sia all'interno che al di fuori della lastra]



- Come si scrive l'espressione del campo elettrico $E(x)$ nelle regioni $0 < x < d$ e $x > d$ (cioè dentro la lastra e "alla destra" della lastra stessa)? [Non usate alcun valore numerico per questa risposta, che va espressa in funzione dei parametri letterali noti del problema; indicate in brutta direzione e verso del campo, nell'ipotesi che si possano trascurare gli effetti ai bordi]

Disegno non in scala!

$$E(x) = \dots\dots\dots \text{ per } 0 < x < d$$

$$E(x) = \dots\dots\dots \text{ per } x > d$$

b) Quanto vale la differenza di potenziale $\Delta V = V(x=d) - V(x=0)$ tra la faccia “di destra” e quella “di sinistra” in figura?

$$\Delta V = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ V}$$

c) Supponete ora che uno ione positivo di carica unitaria, $q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ e massa $m = 1.0 \times 10^{-26} \text{ kg}$, incida sul lato di sinistra della lastra con una velocità diretta orizzontalmente (nel verso positivo dell’asse X) di modulo v_0 . Immaginando che lo ione possa penetrare all’interno della lastra senza subire altra forza se non quella elettrica, dunque trascurando gli effetti della forza peso e di qualsiasi forma di “attrito”, qual è il valore minimo v_{MIN} della velocità di “impatto” v_0 che garantisce che lo ione riemerge dal lato destro della lastra? [Ovviamente, si intende che la lastra è fissa nello spazio!]

$$v_{MIN} = \dots\dots\dots \sim \dots\dots \text{ m/s}$$

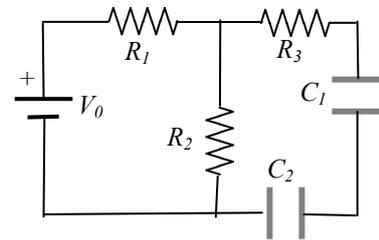
4. Un circuito elettrico è costituito da tre resistori ($R_1 = 4.0 \text{ kohm}$, $R_2 = 1.0 \text{ kohm}$, $R_3 = 0.50 \text{ kohm}$) e due condensatori di **identica capacità** ($C_1 = C = 2.0 \text{ }\mu\text{F}$, $C_2 = C = 2.0 \text{ }\mu\text{F}$) collegati come in figura ad un generatore ideale di differenza di potenziale $V_0 = 50 \text{ V}$.

a) Quanto vale, in **condizioni stazionarie** (cioè “a regime”), l’intensità di corrente I_3 che attraversa il resistore R_3 ?

$$I_3 = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ A}$$

b) Quanto vale, **in condizioni stazionarie**, la carica **complessiva** Q accumulata sui due condensatori C_1 e C_2 ?

$$Q = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ C}$$



Nota: acconsento che l’esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 12/7/2010

Firma: