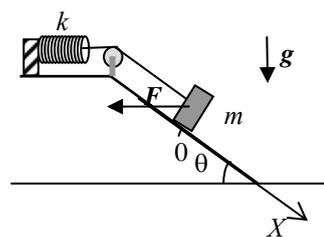


Nome e cognome:

Matricola:

Istruzioni: riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione

1. Un blocchetto **puntiforme** di massa $m = 5.0$ kg può scorrere su un piano inclinato che forma un angolo $\theta = \pi/6$ rispetto all'orizzontale. Il blocchetto è attaccato, tramite una corda inestensibile di massa trascurabile, a una molla di costante elastica $k = 49$ N/m il cui altro estremo è vincolato ad muretto fisso, rigido e indeformabile. La figura rappresenta schematicamente il sistema considerato (la piccola puleggia attorno a cui passa la corda ha massa trascurabile e **non** partecipa alla dinamica del sistema). Supponete trascurabile ogni forma di attrito. Per la soluzione del problema dovete usare il riferimento (asse X) indicato in figura: esso è diretto come il piano inclinato e orientato verso il basso. Inoltre, esso è centrato nella posizione che sarà identificata nel seguito dell'esercizio. [Usate il valore $g = 9.8$ m/s² per l'accelerazione di gravità e ricordate che $\sin(\pi/6) = 1/2$ e $\cos(\pi/6) = \sqrt{3}/2 \sim 0.87$]



a) Inizialmente una forza esterna F di direzione orizzontale, verso come in figura e modulo incognito, è applicata al blocchetto. In queste condizioni il sistema è in **equilibrio** e la molla è alla propria **lunghezza di riposo**. Quanto vale il modulo F della forza esterna? [Notate che la lunghezza di riposo L_0 della molla non si conosce, ma è comunque diversa da zero]

$F = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$ N

b) Supponete ora che la forza esterna F venga rimossa in modo istantaneo: come si scrive l'equazione del moto $a(x)$ del blocchetto in queste condizioni? **Dovete** usare il riferimento stabilito prima, centrandolo, cioè ponendo la sua origine, nella posizione di cui al punto precedente, quella in cui **la molla si trova alla propria lunghezza di riposo**. [Non usate valori numerici per questa risposta, ma limitatevi a scrivere una **funzione** della posizione generica x del blocchetto, nella quale compaiano i simboli letterali con cui si identificano le grandezze note del problema]

$a(x) = \dots\dots\dots$

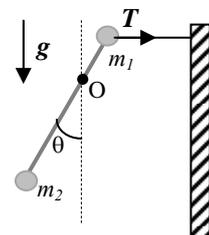
c) In seguito alla rimozione della forza esterna F , si osserva che il blocchetto prende a scendere lungo il piano inclinato (immaginate che la sua lunghezza sia tale che il blocchetto non raggiunge la base del piano inclinato), finché a un certo istante si ferma. Quanto vale la distanza d che esso percorre sul piano inclinato prima di fermarsi?

$d = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ m

d) Quanto vale l'accelerazione a del blocchetto quando questo si ferma (avendo percorso la distanza d)? [Indicate anche il segno rispetto al riferimento usato]

$a = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ m/s²

2. Un sistema è formato da un'asta rigida di **massa trascurabile** di lunghezza $L = 1.0$ m alle cui estremità si trovano due masse puntiformi $m_1 = m_2 = m = 0.50$ kg. Come mostrato in figura, questa sorta di manubrio è imperniata in un punto (indicato con O in figura) che dista $L_1 = L/4$ rispetto all'estremo in cui si trova la massa m_1 : esso può quindi ruotare su un piano verticale con **attrito trascurabile**. Inizialmente il sistema è mantenuto in equilibrio nella configurazione di figura (l'angolo vale $\theta = \theta_0 = \pi/6$) da una fune inestensibile attaccata per un capo alla massa m_1 e per l'altro capo ad una parete rigida verticale. [Usate $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che $\cos(\pi/6) \sim 0.87$ e $\sin(\pi/6) = 1/2$]



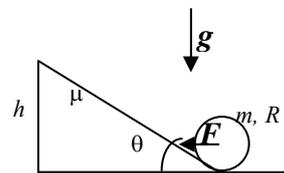
a) Quanto vale, in modulo, la tensione T della fune?

$T = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$ N

b) Ad un certo istante la fune viene improvvisamente tagliata e il sistema si mette a ruotare: quanto vale la sua velocità angolare ω' nell'istante in cui l'asta assume una direzione verticale? [Considerate trascurabile ogni forma di attrito]

$\omega' = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$ rad/s

3. Un cerchione di bicicletta di massa $m = 1.0$ kg e raggio $R = 20$ cm si trova a salire lungo un piano inclinato (fisso ed indeformabile), che forma un angolo $\theta = \pi/6$ rispetto all'orizzontale, a causa di una forza **costante ed uniforme** di modulo $F = 20$ N e direzione orizzontale, applicata al suo asse come rappresentato schematicamente in figura. Il piano inclinato è **scabro** e presenta un coefficiente di attrito statico $\mu = 0.80$; si osserva che il moto del cerchione è di **rotolamento puro**, cioè la sua superficie non slitta sul piano. Tutte le altre possibili forme di attrito sono trascurabili. [Per la soluzione, modellate il cerchione come un anello molto sottile dotato di raggi di massa trascurabile (tutta la massa m si trova alla stessa distanza R rispetto all'asse di rotazione). Nella risposta numerica usate il valore $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità; ricordate che $\sin(\pi/6) = 1/2$, $\cos(\pi/6) \sim 0.87$]

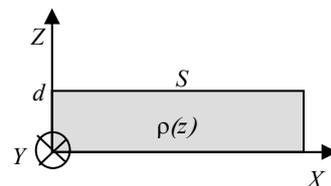


a) Quanto vale, in modulo, la forza di attrito statico F_A che permette il rotolamento puro nelle condizioni del problema? Sulla base della descrizione del problema e dei valori numerici forniti, la situazione considerata è fisicamente possibile? Discutete!

$F_A = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$ N

Discussione:

4. Una lastra di materiale non conduttore è "appoggiata" sul piano XY di un sistema di riferimento, come rappresentato in figura. La lastra è molto più "larga" di quanto non sia "alta", in modo da poter trascurare gli "effetti ai bordi": infatti la sezione di base vale $S = 1.0 \times 10^3$ cm², mentre lo spessore vale $d = 1.0$ cm. La lastra porta una distribuzione di carica volumica **disomogenea** che



dipende solo dalla quota z secondo la legge $\rho(z) = \rho_0 z^2/d^2$, con $\rho_0 = 3.0 \times 10^{-5} \text{ C/m}^3$. Si sa che il campo elettrico è nullo per $z \leq 0$.

a) Quanto vale la carica Q portata dalla lastra al suo interno? [Sfruttate in modo opportuno la simmetria piana del problema!]

$$Q = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ C}$$

b) Quanto vale la differenza di potenziale ΔV tra faccia “superiore” e faccia “inferiore” della lastra (cioè tra i punti $z = d$ e $z = 0$)? [Usate il valore $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ per la costante dielettrica nella lastra]

$$\Delta V = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ V}$$

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 12/1/2012

Firma: