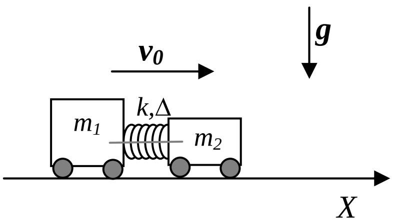
ESERCIZI DI FISICA GENERALE – nr. 12/07

1. Un “trenino”, composto da due carrelli di massa $m_1 = 2m_2 = 2m$, con $m = 0.20$ kg, si muove con **attrito trascurabile** lungo un binario piano e rettilineo disposto in direzione dell’asse X di un sistema di riferimento; la velocità iniziale del “trenino” è $v_0 = 0.10$ m/s. Una molla di massa trascurabile e costante elastica $k = 1.2$ N/m è frapposta tra i due carrelli in modo che il suo asse sia parallelo all’asse X. Inizialmente la molla è mantenuta compressa per un tratto $\Delta = 5.0$ cm da una corda di massa trascurabile che lega i due carrelli, come rappresentato schematicamente in figura.



   a. All’istante $t_0 = 0$ la corda viene tagliata e la molla diventa libera di estendersi. Quanto valgono le velocità v_1 e v_2 dei due carrelli quando essi si sono separati completamente? [Per la soluzione può farvi comodo sapere che la velocità v_2 risulta aumentata rispetto a v_0, e la velocità v_1 risulta diminuita; inoltre trascurate ogni effetto dissipativo eventualmente presente]

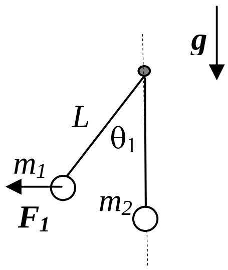
   v_1 = ………………………………… = ……….. m/s $v_0 - (k/(6m))^{1/2}\Delta = 5.0\text{x}10^{-2}$ m/s [il sistema è isolato lungo X e si conserva la q.di moto totale, cioè: $(m_1+m_2)v_0 = 3mv_0 = m_1v_1 + m_2v_2 = 2mv_1 + mv_2$. Si ha quindi subito: $v_2 = 3v_0 - 2v_1$. Inoltre il bilancio energetico, notando che la variazione di energia elastica vale $\Delta U_{ela} = -(k/2)\Delta^2$, permette di scrivere: $0 = \Delta U_{ela} + \Delta E_k = -(k/2)\Delta^2 + (m_1/2)v_1^2+(m_2/2)v_2^2 - ((m_1+m_2)/2)v_0^2 = -(k/2)\Delta^2 + (m/2)(2v_1^2 + v_2^2-3v_0^2)$. Si ha quindi un sistema di due equazioni e due incognite che può essere risolto **facilmente**. Si ottengono due soluzioni poiché fisicamente la conservazione dell’energia “non distingue” fra molla compressa o estesa; l’oseervazione sulle velocità consente di selezionare la soluzione corretta]

   v_2 =………………………………… = ……….. m/s $3v_0-2v_1=v_0+ 2(k/(6m))^{1/2}\Delta=2.0\text{x}10^{-1}$m/s [vedi sopra]

   b. Sapendo che all’istante $t_0 = 0$ il centro di massa del “trenino” si trova a passare per l’origine del sistema di riferimento, cioè che $x_{CM,0} = 0$, e che all’istante $t’$ il carrello 1 si trova nella posizione x_1, come si esprime la coordinata x_2 occupata dal carrello 2 nello stesso istante $t’$? [Considerate i carrelli come puntiformi e **non date una risposta numerica a questo quesito**]

   x_2 = ………………………………… $3v_0t’ - 2x_1$ [dato che il sistema è isolato il suo centro di massa si muove come un punto che non è soggetto ad alcuna forza esterna, cioè di moto rettilineo uniforme con velocità v_0. Dunque la posizione che esso ha all’istante $t’$ è: $x_{CM} = x_{CM,0} + v_0t’ = v_0t’$. Per definizione deve essere: $x_{CM} = (m_1x_1+m_2x_2)/(m_1+m_2) = (2x_1+x_2)/3$, da cui la soluzione]

2. Avete due pendoli costituiti da due aste rigide, di massa trascurabile e lunghezza $L = 2.8$ m e da due sfere di **raggio trascurabile** e massa rispettivamente $m_1 = 1.0$ kg e $m_2 = 0.25$ kg. Le due aste sono attaccate allo stesso piolo e sono libere di muoversi **senza attrito** sullo stesso piano verticale. La figura rappresenta il sistema nella sua condizione iniziale: la sfera 2 si trova ferma nella sua posizione più bassa (l’angolo θ_2 che il filo forma rispetto alla verticale vale zero) mentre la sfera 1 si trova **ferma** in una posizione tale che l’angolo che la sua asta forma rispetto alla verticale vale $\theta_1 = 45$ gradi. [Usate $g = 9.8$ m/s^2 per il modulo dell’accelerazione di gravità diretta verso il basso e ricordate che $sin(\pi/4)=cos(\pi/4)= 0.71$]



   a. Sapendo che la sfera 1 è ferma per effetto di una forza $\boldsymbol{F_1}$ di direzione **orizzontale** ad essa applicata, quanto vale il modulo F_1 di questa forza? [Occhio a proiettare bene!]

   F_1= ………………………………… = ……….. N $T_1 sin\theta_1=(mg/cos\theta_1)sin\theta_1 = mg = 9.8$ N, con T_1 modulo della forza esercitata dall’asta sulla massa [basta imporre equilibrio delle forze in direzione orizzontale, $F_1=T_1 sin\theta_1$, e verticale, $mg = T_1 cos\theta_1$; combinando viene il risultato, a cui si può anche arrivare ragionando in termini “geometrici”, notando che, se l’angolo è $\theta_1 = 45$ gradi, vuol dire che $\boldsymbol{F_1}$ ed $\boldsymbol{mg}$ sono i lati di un quadrato nel “piano delle forze”]

   b. Ad un certo istante la forza $\boldsymbol{F_1}$ viene “spenta” e la sfera 1 comincia a muoversi finché non urta la sfera 2. Quanto valgono le componenti tangenziali e radiali, rispettivamente v_T e v_R, della velocità della sfera 1 al momento dell’urto? Quanto vale l’accelerazione radiale a_R nello stesso punto? [Date un segno positivo alla velocità tangenziale quando essa è associata ad un moto anitorario e ricordate che il raggio delle sfere è trascurabile!]

v_T = ……………………………………… ~ ……….. m/s $(2gL(1-\cos\theta_1))^{1/2}$ ~ 4.0 m/s

v_R = ……………………………………… = ……….. m/s 0 [dalla conservazione dell'energia meccanica si nota che l'energia cinetica della sfera, $m_1v_1^2/2$, è pari al valore assoluto della variazione di energia potenziale, $m_1gL(1-\cos\theta_1)$; inoltre la geometria del problema, cioè la presenza del vincolo costituito dal filo, stabilisce che la velocità è **solo** tangenziale, cioè $v_T = v_1$, da cui la risposta]

a_R = ……………………………………… = ……….. m/s $- v_T^2/L = 2g\ (1-\cos\theta_1) = -$ 5.7 m/s^2 [è l'accelerazione centripeta in quel punto; il segno negativo indica il verso centripeto]

c. Supponendo che l'urto tra le due sfere sia totalmente **elastico,** quanto vale la velocità v'_1 della sfera 1 **subito dopo l'urto**?

v'_1 = ……………………………………… ~ ……….. m/s $v_T(m_1-m_2)/(m_1+m_2)$ ~ 2.4 m/s [viene imponendo conservazione della quantità di moto (lungo l'orizzontale, ma subito prima e subito dopo l'urto la velocità ha **solo** componenti orizzontali), e la conservazione dell'energia cinetica; per non rifare il conto da capo, può far comodo ricordare che, in queste condizioni (urto elastico centrale), si ha: $v_1-v_2 = v_2'-v_1'$, cioè, essendo $v_1 = v_T$ e $v_2 = 0$, $v_T = v_2'-v_1'$, da cui $v_2' = v_T+v_1'$; d'altra parte la conservazione della quantità di moto implica che $m_1v_T = m_1v_1'+m_2v_2'$; sostituendo l'espressione di v_2' appena determinata si ottiene il risultato]

d. Dopo l'urto la sfera 1 continua a muoversi, fino a fermarsi quando raggiunge una certa altezza. Quanto vale l'angolo θ'_1 che l'asta 1 forma con la verticale quando la sfera 1 si ferma?

θ'_1 = ……………………………………… ~ ……….. gradi $\arccos(1-v_1'^2/(2gL))$ ~ 26 gradi [dalla conservazione dell'energia meccanica della sfera 1]

e. In seguito all'urto, anche la sfera 2 comincia a muoversi, fino a fermarsi quando raggiunge una certa altezza. Quanto vale l'angolo θ'_2 che l'asta 2 forma con la verticale quando la sfera 2 si ferma? [Può farvi comodo ricordare che l'urto è elastico]

θ'_2 = ……………………………………… ~ ……….. gradi $\arccos(1-(m_1/m_2)(\cos\theta'_1 - \cos\theta_1)) = \arccos(1-(m_1/m_2)(1- v_1'^2/(2gL)- \cos\theta_1))$ ~ 76 gradi [essendo l'urto elastico, e considerando trascurabili le forze di attrito, complessivamente il sistema conserva la sua energia meccanica, che è tutta potenziale sia all'inizio (quando la sfera 1 si trova in posizione angolare θ_1) che alla fine (quando le due sfere si strovano in θ'_1 e θ'_2), da cui, con un po' di trigonometria, il risultato]

3. In un film western, un cow-boy, di massa *m*, affianca una diligenza, di massa *M*, con il suo cavallo e ci salta sopra al volo. I dati del problema, per la soluzione del quale dovete considerare cow-boy e diligenza come corpi puntiformi liberi di muoversi su un piano *XY*, vi dicono che la velocità della diligenza subito prima dell'arrivo del cow-boy è $\boldsymbol{V} = (V, 0)$, (cioè la diligenza procede lungo la direzione *X* con una velocità *V*), mentre quella del cow-boy è $\boldsymbol{v} = (V, v)$.

a) Quanto vale l'energia cinetica totale iniziale E_0 del sistema?

E_0 = ……………………………… ……… $(M/2)V^2 + (m/2)(V^2 + v^2)$

b) Quanto vale **vettorialmente** la velocità $\boldsymbol{V'}$ del sistema dopo l'arrivo del cow-boy?

$\boldsymbol{V'}$= (…………………, ……….. ………) $(V,\ mv/(m + M))$ [viene dalla conservazione della quantità di moto **nelle due direzioni**]

c) Quanto vale la differenza di energia cinetica ΔE fra gli istanti subito dopo e subito prima l'arrivo del cow-boy sulla diligenza? (indicate anche il segno di questa differenza)

ΔE = …………………………………… $((M + m)/2)\ (V^2 + m^2v^2/(M + m)^2) - E_0 = - mMv^2/(2(M + m))$ [il segno è negativo, cioè dopo l'"urto" l'energia cinetica diminuisce]

d) E, supponendo che l'evento di "arrivo del cow-boy" abbia una durata Δt, quanto vale vettorialmente la forza $\boldsymbol{F}$ di interazione fra diligenza e cow-boy?

$\boldsymbol{F}$ = (…………………, ……….. ………) $(0,\ - mMv/((m + M)\Delta t)$ [viene dalla differenza di quantità di moto del solo cow-boy]