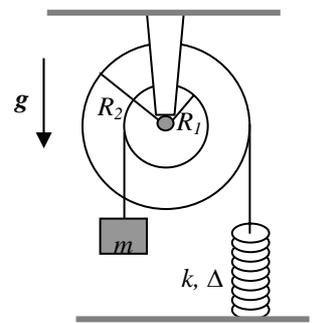


ESERCIZI DI FISICA GENERALE – nr. 15/07

- Avete tre masse puntiformi, $m_1 = 1.25 \text{ Kg}$, $m_2 = 750 \text{ g}$, $m_3 = 250 \text{ g}$, che si trovano nelle seguenti posizioni spaziali (espresse vettorialmente e riferite ad un dato sistema cartesiano): $\mathbf{r}_1 = (-20, 40, -40) \text{ cm}$; $\mathbf{r}_2 = (20, 0, -40) \text{ cm}$; $\mathbf{r}_3 = (40, 20, 0) \text{ cm}$.
 - Qual è, vettorialmente, la posizione del centro di massa \mathbf{r}_{CM} ?
 $\mathbf{r}_{CM} = (\dots\dots\dots) \text{ m}$
 - Quanto vale il **momento di inerzia** I per una rotazione rispetto ad un asse coincidente con l'asse Z del sistema di riferimento assegnato (e quindi passante **per l'origine** del riferimento)?
 $I = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ kg m}^2$
 - Quanto vale il **momento di inerzia** I' per una rotazione rispetto ad un asse parallelo all'asse Z ma passante **per la massa** m_1 ?
 $I' = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ kg m}^2$
- Avete una barretta sottile di materiale disomogeneo, di sezione S , lunghezza totale l e densità di massa $\rho(x)$ che varia lungo l'asse secondo la legge $\rho(x) = \alpha x^2$, dove x è la distanza da un estremo e α è una costante opportunamente dimensionata in modo che $\rho(x)$ si misuri in kg/m^3 (α si deve evidentemente misurare in kg/m^5).
 - Tenendo conto che la densità dipende **solo** da x , come potete esprimere una **densità lineare di massa** $\lambda(x)$, con dimensioni di una massa per unità di lunghezza (kg/m)?
 $\lambda(x) = \dots\dots\dots$
 - Quanto vale la massa m della barretta?
 $m = \dots\dots\dots$
 - Qual è la coordinata x_{CM} del centro di massa? (Supponete di disporre la barretta lungo l'asse X di un sistema di riferimento cartesiano, con la sua origine coincidente con l'origine del sistema)
 $x_{CM} = \dots\dots\dots$
 - Quanto vale il **momento di inerzia** I per una rotazione rispetto ad un asse coincidente con l'asse Z del sistema di riferimento assegnato (e quindi passante **per l'origine** del riferimento)?
 $I = \dots\dots\dots$
 - Quanto vale il **momento di inerzia** I_{CM} per una rotazione rispetto ad un asse parallelo all'asse Z ma passante **per il centro di massa**?
 $I_{CM} = \dots\dots\dots$
 - Provate a “generalizzare” il risultato precedente, cioè a trovare un legame tra I ed I_{CM} che coinvolga la massa del corpo, m , e la distanza D tra l'asse a cui si riferisce il momento di inerzia I e il centro di massa:
 $I = \dots\dots\dots$
- L'elica di un ventilatore può essere schematizzata come un'asta sottile omogenea, di massa $m = 120 \text{ g}$, e lunghezza $l = 20 \text{ cm}$, che ruota su un piano orizzontale attorno ad un perno che passa per il suo punto medio..
 - Quanto vale il momento di inerzia I dell'elica? [Suggerimento: può farvi comodo ricordare che il momento di inerzia per un'asta sottile che ruota attorno ad un perno passante per un suo estremo è $I' = ml^2/3$, da cui, applicando il “teorema degli assi paralleli”...]
 $I = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ kg m}^2$
 - Supponendo che l'elica sia messa in rotazione **senza attriti** da un motore di potenza costante W e sapendo che, dopo essere partita da ferma, essa raggiunge una velocità angolare $\omega = 20 \text{ rad/s}$ in un intervallo di tempo $\Delta t = 10 \text{ s}$, quanto vale W ?
 $W = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ W}$

4. Due dischi omogenei di identico spessore e raggio diverso, R_1 ed $R_2 = 2R_1$, sono montati faccia a faccia, concentrici e solidali l'un l'altro. Due corde inestensibili e di massa trascurabile sono avvolte attorno alle superfici laterali dei due dischi, e le condizioni sono tali che queste corde non slittano sulle superfici laterali quando il sistema costituito dai due dischi ruota, **senza attrito**, attorno ad un perno passante per l'asse dei due dischi. L'intero sistema dei due dischi è appeso ad un solaio indeformabile, come rappresentato in figura dove si dà una vista frontale del tutto (è la situazione tipica di una "carrucola a doppio raggio"). La corda avvolta attorno al disco di raggio R_1 termina con una massa puntiforme m , mentre la corda avvolta al disco di raggio R_2 è attaccata all'estremo di una molla di massa trascurabile e costante elastica k vincolata al pavimento (vedi figura). [Il problema non ha valori numerici, e quindi dovete dare le risposte in funzione dei parametri letterali noti]



a) Sapendo che il disco di raggio R_1 ha momento di inerzia I_1 e supponendo che i dischi siano **omogenei** e fatti **dello stesso materiale**, quanto vale I_2 ? [Considerate momenti di inerzia per rotazioni rispetto all'asse dei dischi, ricordate che, dal testo del problema, $R_2 = 2R_1$, e notate che la densità di massa è la stessa nei due casi]

$I_2 = \dots\dots\dots$

b) Quanto vale all'equilibrio l'allungamento Δ della molla?

$\Delta = \dots\dots\dots$

c) Immaginate ora di prendere in mano il corpo puntiforme, e di spostarlo dalla sua posizione di equilibrio verso il basso per un tratto $L=2\Delta$ per poi lasciarlo andare con **velocità iniziale nulla**; esso, come vi suggerisce il buon senso, si sposterà verso l'alto. Quanto vale la velocità angolare ω dei dischi quando il corpo ripassa per la posizione di equilibrio (quella determinata al punto precedente)? [Ricordate che il moto avviene con attriti trascurabili!]

$\omega = \dots\dots\dots$