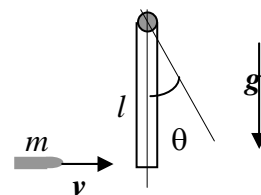


ESERCIZI DI FISICA GENERALE – nr. 19/07

1. Un'asta omogenea di massa $M = 1.0$ kg e lunghezza $l = 0.50$ m è sospesa ad un perno collocato ad una sua estremità. L'asta può ruotare **senza attriti** attorno al perno, mantenendosi su un piano verticale. Un proiettile di massa $m = 5.0$ g e velocità (orizzontale) $v = 200$ m/s colpisce l'estremità dell'asta, come in figura, rimanendoci conficcato, quando l'asta stessa si trova **ferma** in posizione di equilibrio (cioè è disposta lungo un asse verticale, $\theta = 0$ – vedi figura).



- a) Quanto vale in modulo il momento angolare L_P del proiettile calcolato rispetto al perno di rotazione dell'asta nell'istante in cui il proiettile colpisce l'asta? [Suggerimento: ricordate la definizione di momento angolare rispetto ad un punto, $L = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$, con \mathbf{r} vettore che congiunge il proiettile al perno di rotazione, e $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ quantità di moto del proiettile]
- $L_P = \dots\dots\dots = \dots\dots$ kg m²/s
- b) Sfruttando la conservazione del momento angolare, dovuta all'assenza di momenti delle forze esterni al sistema proiettile+asta, e sapendo che il momento di inerzia dell'asta è in questo caso $I = Ml^2/3$, quanto vale la velocità angolare ω_0 con cui l'asta avvia la sua rotazione subito dopo l'urto? [Attenzione: il proiettile rimane conficcato nell'asta, e quindi anch'esso ha un suo momento di inerzia rispetto all'asse di rotazione, benché molto piccolo]
- $\omega_0 = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$ rad/s
- c) L'asta comincia quindi a ruotare in senso antiorario, cioè l'angolo θ di figura tende ad aumentare. Quanto vale, in funzione di θ , il lavoro Λ fatto dalla forza peso che agisce sul centro di massa dell'asta? [Semplificazione: trascurate il lavoro della forza peso sul movimento del proiettile conficcato nell'asta – vi garantisco che l'approssimazione è ragionevole!]
- $\Lambda = \dots\dots\dots$
- d) Quanto vale l'angolo massimo θ_{MAX} raggiunto dall'asta prima di arrestarsi?
- $\theta_{MAX} = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$ gradi
2. Una pattinatrice artistica su ghiaccio, che ha massa $m = 50$ kg, fa una veloce piroetta in senso antiorario. Si trascuri l'attrito tra i pattini ed il ghiaccio.
- a) Nella configurazione iniziale, la pattinatrice tiene le braccia lungo il corpo ed il suo corpo può essere approssimato (con molta fantasia!) con un cilindro verticale **omogeneo**, di altezza h e raggio $R = 0.2$ m, che ruota attorno ad un asse verticale passante per il suo centro. Quanto vale il momento di inerzia I della pattinatrice in queste condizioni?
- $I = \dots\dots\dots = \dots\dots$ kg m²
- b) Sapendo che la pattinatrice compie $f = 8.0$ rotazioni al secondo, quanto valgono il modulo del suo momento angolare L e la sua energia cinetica E_K ?
- $L = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$ kg m²/s
 $E_K = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$ J
- c) Mentre sta ruotando, la pattinatrice allarga le braccia fino a disporle in direzione orizzontale. In questa nuova configurazione, essa può essere approssimata come un cilindro verticale omogeneo di massa $m_C = 45$ kg in rotazione, che rappresenta come prima il suo corpo; le braccia tese, in vece, possono essere rappresentate come un'asta **omogenea** orizzontale, di massa $m_B = 5.0$ kg e lunghezza $d = 1.6$ m, che ruota attorno ad un asse verticale passante per il suo punto medio. A questo punto, quindi, il sistema (di massa complessiva m) è costituito da due elementi omogenei, il cilindro verticale e l'asta orizzontale, che ruotano solidali attorno allo stesso asse. Il momento di inerzia complessivo I' può essere quindi determinato sommando i momenti di inerzia del cilindro e dell'asta. Quanto vale I' ?
- $I' = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$ kg m²
- d) Considerando come istante iniziale del processo quello in cui la pattinatrice piroetta a braccia lungo il corpo e come istante finale quello in cui ha le braccia orizzontali, cosa si può affermare si conservi durante il processo?

Il momento angolare L'energia cinetica Entrambe Nulla

Spiegazione sintetica della risposta:

e) Quanto vale la frequenza di rotazione f' al termine del processo?

$f' = \dots \sim \dots$ rotazioni al secondo

3. Un motore di potenza **costante** W mette in rotazione su un piano orizzontale un disco di momento di inerzia I e massa m inizialmente fermo (la rotazione avviene attorno all'asse del disco e ogni forma di attrito può essere **trascurata**). [Non avendo valori numerici, scrivete risposte in termini dei dati letterali del problema!]

a) Sapendo che il motore agisce per un intervallo di tempo Δt , quanto vale la velocità angolare ω raggiunta dal disco?

$\omega = \dots$

b) Dopo l'intervallo Δt il motore viene scollegato dall'asse del disco, che quindi rimane in moto **libero** di rotazione rispetto al suo asse. Dato che, come detto, gli attriti sono trascurabili, quanto vale in funzione del tempo t il momento angolare $L(t)$ del disco? [Calcolatelo rispetto al centro del disco, indicatene modulo L e direzione, e state attenti ai trabocchetti!]

$L(t) = \dots$

Direzione:

c) Ad un dato istante, un corpo puntiforme di massa m cade dall'alto sul disco, colpendone un punto della sua circonferenza. In seguito all'urto, il corpo rimane conficcato nel disco, cioè l'urto è anelastico. Sapendo che subito prima dell'urto la velocità di caduta (verticale) del corpo puntiforme vale v_0 e che il raggio del disco è R , quanto vale la velocità angolare ω' del disco dopo l'urto? [Ovviamente si intende che il disco continua ad essere vincolato a ruotare attorno al suo asse e rispetto a questo asse dovete calcolare la velocità angolare; anche qui attenzione ai trabocchetti, e a ragionare bene in termini di conservazioni ...]

$\omega' = \dots$