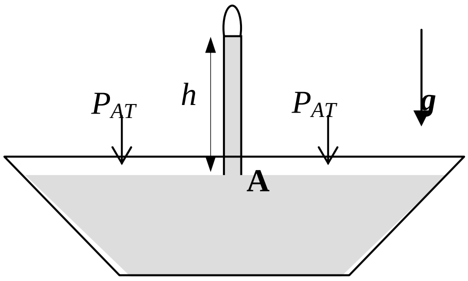
ESERCIZI DI FISICA GENERALE – nr. 20/07

1. Volete misurare la pressione atmosferica con un "barometro di Torricelli", che è realizzato prendendo una lunga provetta ed immergendola completamente in una bacinella contenente un liquido di densità ρ_m. Dopo che la provetta è stata completamente riempita di liquido, essa viene estratta facendo in modo che resti sempre piena (ad esempio, tappandone l'estremità). A questo punto, essa viene re-immersa parzialmente nella bacinella mantenendola in direzione verticale, con la sua estremità aperta (stappata!) sotto il pelo del liquido (vedi figura).

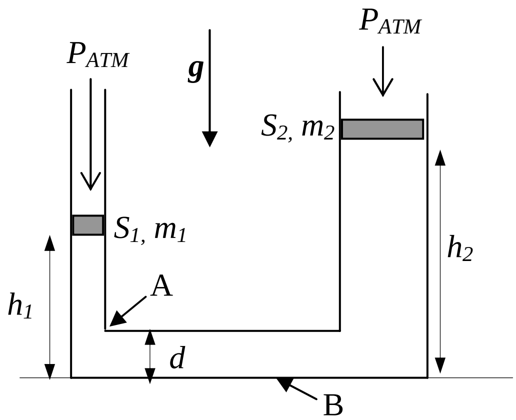


   a) Indicando la pressione atmosferica con P_{ATM}, quanto vale la pressione P al punto A indicato in figura?
   P = …………………………………... P_{ATM} [legge di Pascal e di Stevino]

   b) Quant'è l'altezza h della colonna di liquido nella provetta? [Notate che la particolare operazione di riempimento che avete eseguito garantisce che nella parte superiore della provetta c'è vuoto, cioè la pressione in questa zona è trascurabile]
   h = …………………………………..… $P/(\rho_m g)$

   c) Numericamente, quanto vale l'altezza h_A, h_M, h_E nel caso utilizziate come liquido rispettivamente acqua (densità $\rho_A = 1.00\text{x}10^3$ kg/m^3), mercurio (densità $\rho_M = 13.6\text{x}10^3$ kg/m^3), etanolo (densità $\rho_E = 0.800\text{x}10^3$ kg/m^3)? [Supponete $P_{ATM} = 1.01\text{x}10^5$ Pa e prendete $g = 9.80$ m/s^2]
   h_A = …………… m 10.3 m h_M = …………… m 758x10^{-3} m h_E = …………… m 12.9 m
   [originariamente Torricelli usò del mercurio e stabilì il torr (1 torr = 1 mmHg) come unità di misura della pressione, ponendo la pressione atmosferica pari a 760 torr]

2. Il sistema in figura è costituito da due tubi aperti di sezione rispettivamente S_1 = 5.0 cm^2 ed S_2 = 10 cm^2 che sono in collegamento fra di loro. Essi sono riempiti di un fluido ideale (**incomprimibile**) di densità $\rho_m = 5.0\text{x}10^3$ Kg/m^3 e sono tappati, come in figura, da due tappi scorrevoli verticalmente di massa rispettivamente m_1 = 10 kg ed m_2 = 15 kg. I tappi si trovano rispettivamente alle altezze h_1 ed h_2 rispetto alla quota di riferimento indicata in figura, ed il sistema, nelle condizioni di figura, si trova in equilibrio statico. [Supponete trascurabili tutte le forme di attrito nel sistema, ad esempio l'attrito di scorrimento dei tappi, ed usate il valore g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]]



   a) Sapendo che il tratto di congiunzione tra i due tubi ha sezione di diametro d = 10 cm (vedi figura) e che h_1 = 50 cm, quanto vale la pressione P al punto A indicato in figura? [Ricordate che i tappi sono a contatto con la pressione atmosferica, il cui valore supponete sia $P_{ATM} = 1.0\text{x}10^5$ Pa]
   P = …………………………………... = ……… Pa $P_{ATM} + m_1 g/S_1 + \rho_m g (h_1 - d) = 3.2\text{x}10^5$ Pa

   b) Quanto vale l'altezza h_2?
   h_2 = …………………………………... = ……… m $h_1 + m_1/(\rho_m S_1) - m_2/(\rho_m S_2)$ = 1.5 m [viene dall'uguaglianza delle pressioni nei due rami alla stessa quota, ad esempio alla quota A di figura]

   c) Se a questo punto si aggiunge un corpo di massa M_1 = 5.0 kg sul tappo 1, quale dovrà la massa M_2 da aggiungere sul tappo 2 per salvaguardare l'equilibrio (nelle stesse condizioni di figura)?
   M_2 = ………………………………... = ……… Kg $M_1 S_2 / S_1$ = 10 kg

3. Avete un blocco di lega metallica di forma cubica con spigolo d = 10.000 cm. La densità di massa della lega è $\rho = 5.0\text{x}10^3$ kg/m^3. Inizialmente il blocco si trova alla temperatura T_0 = 25.000 ^{0}C e viene quindi portato, poggiandolo su un fornello, alla temperatura finale T_1 = 275.000 ^{0}C; ovviamente in tutte le fasi del processo esso si trova sempre a contatto con la pressione atmosferica, che vale $P_{ATM} = 1.0\text{x}10^5$ Pa.

a) Sapendo che il coefficiente di dilatazione termica **lineare** vale λ = 2.000x10^{-5} 1/^{0}C, quanto vale la lunghezza d' dello spigolo del blocco quando questo si trova alla temperatura T_1?
d' = …………………………………... = ……… m $d(1 + \lambda(T_1 - T_0)) = d(1 + \lambda\Delta T)$ = 100.5x10^{-3} m

b) Quanto vale il volume V' alla temperatura T_1?
V' = …………………………………... = ……… m^3 $d'^3 = d^3(1 + \lambda\Delta T)^3$ =1.015x10^{-3} m^3

c) E quanto vale il coefficiente di dilatazione termica **volumica** λ_V? [Dimostrate che è, "al primo ordine", $\lambda_V \sim 3\lambda$]
λ_V = …………………………………... ~ ……… 1/^{0}C $(V' - V) / (V\Delta T) = d^3 ((1 + \lambda\Delta T)^3 - 1) / (d^3\Delta T) = ((1 + \lambda\Delta T)^3 - 1) / \Delta T = (1 + 3\lambda\Delta T + 3(\lambda\Delta T)^2 + (\lambda\Delta T)^3 - 1) / \Delta T \sim 3\lambda\Delta T / \Delta T = 3\lambda$,
dove nel penultimo passaggio si è sfruttata la condizione che $\lambda\Delta T << 1$, e quindi le sue potenze sono molto più piccole del termine di grado uno [in pratica, si è fatto uno "sviluppo in serie di potenze", o sviluppo di Taylor, e lo si è arrestato al primo ordine]

d) Quanto vale il lavoro L fatto dal blocco durante la sua espansione? [Ricordate che la pressione rimane in pratica costantemente pari a quella atmosferica]
L = …………………………………... = ……… J $P_{ATM} \Delta V = P_{ATM} (V' - V) \sim P_{ATM} V\lambda_V \Delta T = P_{ATM} 3 d^3 \lambda \Delta T$ = 1.5 J

e) Supponendo che il materiale abbia calore specifico c = 2.0 J/(Kg ^{0}C), quanto vale il calore Q che lui ha acquisito nel processo? Confrontatelo con L!
Q = …………………………………... = ……… J $m c \Delta T = \rho V c \Delta T = (V' - V) \sim P_{ATM} V\lambda_V \Delta T = P_{ATM} 3 d^3 \lambda \Delta T$ = 2.5x10^3 J , molto maggiore di L!!

4. Supponete che l'aria sia costituita da molecole di azoto (massa M = 28.0 u.m.a., cioè unità di massa atomica – prendete 1 u.m.a ~ 1.6x10^{-27} kg). Pesate una quantità di aria pari a m = 4.48 g e la mettete in un recipiente **deformabile.**

a) Quanto vale il numero di moli (o grammo-moli, o grammo-molecole, per noi sono più o meno sinonimi) n del vostro campione? E qual è il numero N di molecole che lo costituiscono? [Ricordate il numero di Avogadro, N_{AV} = 6.02x10^{23}].
n = ………………………………….. = ……… moli m / M = 0.160 moli, per definizione!
N = ………………………………….. = ……… $n N_{AV}$ = 96.3x10^{21}

b) Considerate ora il vostro campione di aria come un **gas perfetto**. Supponendo che esso occupi un volume (quello del recipiente!) V_0 = 10.0 l, quanto vale la densità di massa ρ_0? E se lo riscaldate, aumentandone la temperatura di ΔT = 100 ^{0}C, quanto viene a valere la densità ρ? [Considerate la dilatazione termica del gas e supponete irrealisticamente che **il recipiente non abbia alcun ruolo**!]
ρ_0 = ………………………………….. = ……… kg/m^3 m / V_0 = 0.448 kg/m^3
ρ = ………………………………….. ~ ……… kg/m^3 $m / (V_0(1 + \alpha\Delta T)) = \rho_0 / (1 + \alpha\Delta T) \sim$ 0.328 kg/m^3 [avendo considerato il coefficiente di dilatazione termica volumica dei gas perfetti, α = 1/273.16 1/^{0}C]

c) Sapendo che il volume V_0 era occupato quando il gas si trovava a temperatura θ_0 = 26.8 ^{0}C, quanto vale le pressione P_0 del campione di gas? [La costante dei gas perfetti vale R = 8.314 J/(K mole)]
P_0 = ………………………………….. ~ ……… Pa $nRT_0/V_0 = nR(\theta_0+1/\alpha)/V_0 \sim$ 39.9x10^3 Pa
[ricordate di esprimere la temperatura in gradi Kelvin, cioè di sommare 1/α!!]

d) Tenendo conto che, per un gas perfetto biatomico quale quello che state considerando, il "numero di gradi di libertà" vale 5, quanto valgono energia cinetica media $<E_K>$ e velocità media $<v>$ di ogni **singola** molecola di "aria"? [Ricordate che la costante di Boltzmann vale $k_B = R/N_{AV}$ = 1.380x10^{-23} J/K, e considerate il gas alla temperatura θ_0]
$<E_K>$ = ………………………………….. ~ ……… J $(5/2) k_B T_0 = (5/2)k_B(\theta_0+1/\alpha) \sim$ 10.35x10^{-21} J
$<v>$ = ………………………………….. ~ ……… m/s $(2<E_K>/\mu)^{1/2} \sim$ 680 m/s [avendo espresso con μ la massa della molecola, cioè il prodotto 28x1.6x10^{-27} kg – trattazioni statistiche più raffinate darebbero valori leggermente diversi per la velocità media molecolare, che comunque resterebbe sempre dello stesso ordine di grandezza di quella calcolata, cioè molto grande. Ricordate che questa velocità è distribuita "isotropicamente" nello spazio, cioè non ha direzioni e versi preferenziali]