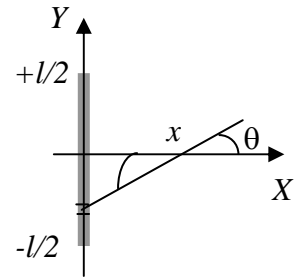


ESERCIZI DI FISICA GENERALE – nr. 28/07

1. Un sottile bastoncino cilindrico, di lunghezza l e raggio R ($R \ll l$), porta al suo interno una carica elettrica q **uniformemente distribuita**.



a) Quanto vale la densità di carica **volumica** ρ del bastoncino? [Ricordate che, per definizione, λ è la carica Δq portata da un elemento di volume ΔV del cilindro]

$\rho = \dots\dots\dots$

b) Quanto vale la densità di carica **lineare** λ del bastoncino? [Ricordate che, per definizione, λ è la carica Δq portata da un elemento di lunghezza Δl del cilindro, preso ovviamente lungo l'asse]

$\lambda = \dots\dots\dots$

c) Questa distribuzione di carica determina un campo elettrico \mathbf{E} . Considerando un punto che si trova sull'asse X del riferimento di figura (in cui il bastoncino è disposto lungo l'asse Y), a distanza x dall'asse del bastoncino, quanto valgono direzione e verso di \mathbf{E} ? [Notate che l'asse X passa per il punto di mezzo del bastoncino, e dunque i punti che appartengono all'asse X sono dotati di "alta simmetria" rispetto al bastoncino, cioè alla distribuzione di carica]

Direzione e verso (con spiegazione sintetica e aiutandovi con un disegno):

d) Quanto vale in modulo il contributo infinitesimo dE al campo elettrico dovuto ad un elementino di bastoncino compreso tra le coordinate y ed $y + dy$? [Assimilate il bastoncino ad un segmento di lunghezza l , cioè esteso tra $-l/2$ e $+l/2$, ed usate la "relazione costitutiva" del campo elettrico, che dà il contributo dE al campo dovuto ad un elementino di lunghezza dy]

$dE = \dots\dots\dots$

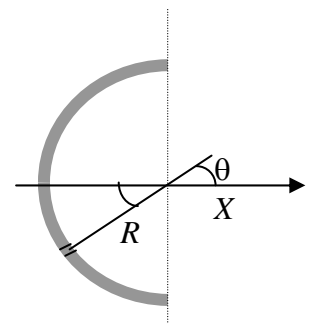
e) Quanto vale **la componente lungo l'asse X** , dE_x , del contributo infinitesimo al campo di cui sopra?

$dE_x = \dots\dots\dots$

f) Quanto vale in modulo il campo elettrico E generato dal bastoncino? [Esprimete solo l'espressione che sarebbe necessario calcolare; la soluzione, infatti, richiede un integrale un po' troppo ostico!]

$E = \dots\dots\dots$

g) Supponete ora che il bastoncino sia piegato a formare una semicirconferenza di raggio $R = l/\pi$, come in figura. Quanto vale **la componente lungo l'asse X** , dE_x , del contributo infinitesimo al campo nel centro di curvatura della semicirconferenza? [Suggerimento: usate l'angolo θ generico indicato in figura]



$dE_x = \dots\dots\dots$

h) E quanto vale in questo caso il modulo del campo E' al centro di curvatura della semicirconferenza? [Stavolta potete eseguire il calcolo completo, dato che l'integrale coinvolto è ben più facile]

$E' = \dots\dots\dots$

2. Una sfera di raggio R porta nel suo volume una carica elettrica Q .

a) Supponendo che la distribuzione della carica sia uniforme nel volume, quanto vale la distribuzione volumica di carica ρ ?

$\rho = \dots\dots\dots$

b) Sulla base dei ragionamenti di simmetria e geometria, commentate sulla dipendenza dalle coordinate spaziali e sulla direzione del campo $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ generato dalla distribuzione di carica.

Dipendenza dalle coordinate spaziali:

Direzione:

c) Come si esprime il flusso del campo elettrico $\Phi(\mathbf{E})$ su una sfera di raggio r concentrica alla sfera assegnata?

$\Phi(\mathbf{E}) = \dots\dots\dots$

d) Quanto vale in modulo il campo elettrico $E(r)$ in un punto a distanza generica r dal centro della sfera? [Distinguetes i due casi punto all'interno e all'esterno, cioè $r < R$ ed $r > R$, ed applicate il teorema di Gauss!]

$E(r) = \dots\dots\dots$ per $r < R$

$E(r) = \dots\dots\dots$ per $r > R$

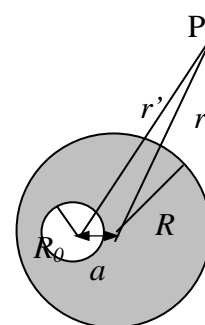
e) Quanto vale il potenziale elettrico ϕ a cui si trova la superficie della sfera? [Considerate che il "potenziale" è la differenza di potenziale $V(r)$ rispetto ad un punto di riferimento collocato all'infinito e che per convenzione il potenziale elettrico all'infinito si può porre pari a zero]

$\phi = \dots\dots\dots$

f) E quanto vale il potenziale elettrico ϕ_0 al centro della sfera?

$\phi_0 = \dots\dots\dots$

g) Supponete ora che all'interno della sfera e decentrata rispetto al suo centro ci sia una "cavità" sferica di raggio $R_0 < R$, in cui non si trova carica elettrica: chiamate a la distanza del centro della cavità rispetto al centro della sfera (vedi figura). Supponendo che la densità di carica volumica rimanga la stessa ρ calcolata sopra, quanto vale la nuova carica totale Q' portata dalla sfera?



$Q' = \dots\dots\dots$

h) E quanto vale, in queste condizioni, il modulo del campo $E'(r)$ in un punto distante $r > R$ dal centro della sfera di raggio R ? Chiamate r' la distanza tra il punto e il centro della sfera di raggio R_0 . [Suggerimento: ricordate il principio di sovrapposizione e tenete conto che, per "annullare" una carica, è sufficiente sommare una carica di segno opposto]

$E'(r) = \dots\dots\dots$