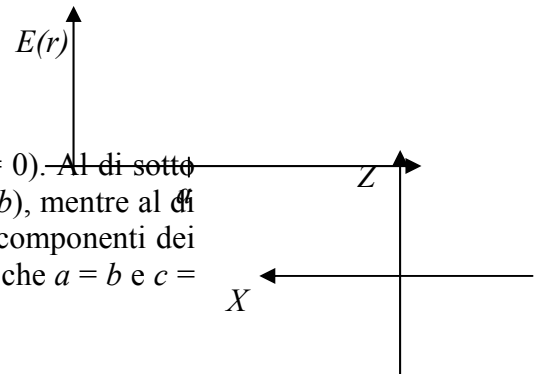


## ESERCIZI DI FISICA GENERALE – nr. 29/07

1. Un cilindro di altezza  $h$  e raggio  $a$  porta nel suo volume una densità di carica che è funzione del raggio secondo la legge  $\rho(r) = \rho_0 r^2/a^2$ . La geometria del cilindro è tale che esso può essere considerato **molto lungo**, cioè si possono trascurare gli “effetti ai bordi” che interessano le superfici di base
- a) Sulla base dei ragionamenti di simmetria e geometria, commentate sulla dipendenza dalle coordinate spaziali e sulla direzione del campo  $\mathbf{E}(r)$  generato dalla distribuzione di carica.  
 Dipendenza dalle coordinate spaziali: .....  
 Direzione: .....
- b) Quanto vale la carica totale  $Q$  contenuta nel cilindro? [Attenzione: la  $\rho$  **non** è uniforme, per cui dovete considerare la definizione  $\rho(r) = dq(r)/dV$ !! Vi conviene considerare il cilindro come formato da tanti gusci cilindrici coassiali di spessore infinitesimo  $dr$ ]  
 $Q =$  .....
- c) Quanto vale il modulo del campo elettrico  $E_{ext}(r)$  in un punto collocato a distanza  $r$  dall'asse del cilindro esternamente a questo?  
 $E_{ext}(r) =$  .....
- d) Quanto vale il modulo del campo elettrico  $E_{int}(r)$  in un punto collocato a distanza  $r$  dall'asse del cilindro internamente a questo?  
 $E_{int}(r) =$  .....
- e) Disegnate schematicamente l'andamento del modulo di  $E(r)$  in funzione di  $r$ .

2. Considerate il piano  $z = 0$  (è un piano  $XY$  collocato alla quota  $z = 0$ ). Al di sotto del piano, cioè per  $z < 0$ , è presente il campo elettrico  $\mathbf{E}_1 = (a, 0, b)$ , mentre al di sopra, cioè per  $z > 0$ , si trova il campo  $\mathbf{E}_2 = (0, 0, c)$ ;  $a, b, c$  sono componenti dei campi elettrici, tutte positive, opportunamente dimensionate e tali che  $a = b$  e  $c = 2a$ .

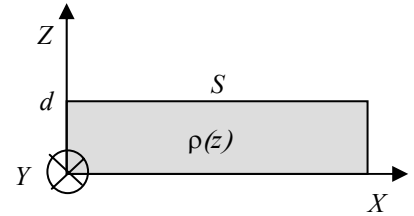


- a) Indicate nel grafico accanto i vettori  $\mathbf{E}_1$  ed  $\mathbf{E}_2$ .
- b) Quanto valgono le componenti dei campi  $E_{1n}$  ed  $E_{2n}$  ortogonali al piano  $z = 0$ ?  
 $E_{1n} =$  .....  
 $E_{2n} =$  .....
- c) Quanto vale il flusso del campo elettrico  $\Phi(\mathbf{E})$  attraverso un cilindretto con asse lungo  $Z$ , superficie di base  $\Delta S$  ed altezza  $dz$  (infinitesima, cioè **trascurabile**)?  
 $\Phi(\mathbf{E}) =$  .....
- d) Quanto vale la densità di carica superficiale  $\sigma$  presente sul piano  $z = 0$ ?  
 $\sigma =$  .....
3. Una sfera di raggio  $a$  porta una densità di carica volumica dipendente solo dalla distanza dal centro  $r$  secondo la legge  $\rho(r) = \rho_0 r^4/a^4$ , con  $\rho_0$  costante opportunamente dimensionata. [Non usate valori numerici nelle risposte di questo esercizio!]
- a) Come si esprime la carica complessiva  $Q$  portata dalla carica? [Può farvi comodo ricordare che per una variabile generica  $\xi$  si ha  $\int \xi^n d\xi = \xi^{n+1}/(n+1)$ ]  
 $Q =$  .....
- b) Come si esprime la dipendenza del campo elettrico  $E_{INT}(R)$  dalla distanza dal centro  $R$  all'interno della sfera, cioè per  $R < a$ ? [dovete scrivere la funzione  $E_{INT}(R)$ ;  $\epsilon_0$  è la costante dielettrica del vuoto]  
 $E_{INT}(R) =$  .....

c) Come si esprime il potenziale  $V_0$  a cui si trova il centro della sfera (il punto  $R = 0$ )? [Fate attenzione al fatto che la sfera non è conduttrice, e dunque la carica presente nel volume non si ridistribuisce come per un conduttore all'equilibrio! Inoltre ricordate che si ha in questo caso potenziale nullo all'infinito]

$V_0 = \dots\dots\dots$

4. Una lastra di materiale non conduttore è “appoggiata” sul piano  $XY$  di un sistema di riferimento, come rappresentato in figura. La lastra è molto più “larga” di quanto non sia “alta”, in modo da poter trascurare gli “effetti ai bordi”: infatti la sezione di base vale  $S = 1.0 \times 10^3 \text{ cm}^2$ , mentre lo spessore vale  $d = 1.0 \text{ cm}$ . La lastra porta una distribuzione di carica volumica **disomogenea** che dipende solo dalla quota  $z$  secondo la legge  $\rho(z) = \rho_0 z^2 / d^2$ , con  $\rho_0 = 3.0 \times 10^{-5} \text{ C/m}^3$ . Si sa che il campo elettrico è nullo per  $z \leq 0$ .



Disegno non in scala!

a) Quanto vale la carica  $Q$  portata dalla lastra al suo interno? [Sfruttate in modo opportuno la simmetria piana del problema!]

$Q = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ C}$

b) Quanto vale la differenza di potenziale  $\Delta V$  tra faccia “superiore” e faccia “inferiore” della lastra (cioè tra i punti  $z = d$  e  $z = 0$ )? [Usate il valore  $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12} \text{ F/m}$  per la costante dielettrica nella lastra]

$\Delta V = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ V}$

c) Un elettrone (massa  $m = 9.0 \times 10^{-31} \text{ kg}$ , carica  $q = - 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ) incide sulla faccia “inferiore” ( $z=0$ ) della lastra avendo una velocità iniziale di modulo  $v_0 = 2.0 \times 10^6 \text{ m/s}$  diretta nel verso positivo dell’asse  $Z$ . Supponendo ragionevolmente che l’elettrone possa penetrare nel materiale della lastra senza “interagire meccanicamente” con esso (cioè trascurando ogni forma di attrito), quanto vale, in modulo, la velocità  $v$  con cui esso lascia la faccia “superiore” ( $z=d$ ) della lastra? [**Trascurate ogni effetto della forza peso** sulla dinamica dell’elettrone]

$v = \dots\dots\dots \sim \dots\dots \text{ m/s}$