

## ESERCIZI DI FISICA GENERALE – nr. 35/07

1. Un filo conduttore di lunghezza  $l$ , sezione  $S$ , resistività  $\rho$  è avvolto a formare una **bobina toroidale** di  $N$  spire, raggio medio  $a$  e sezione  $s$ . In sostanza, il filo si trova sulla superficie di un toro, cioè un anello circolare con sezione anche circolare. Il raggio dell'anello è molto maggiore di quello della sezione, per cui ha senso considerare un valore "medio" per il raggio dell'anello stesso: tutti i punti appartenenti alla superficie del toro si troveranno grosso modo alla stessa distanza  $a$  rispetto al centro dell'anello (provate a disegnare!).

a) Sapendo che le estremità del filo sono collegate ad un generatore ideale di differenza di potenziale  $V$ , quanto vale la corrente  $I$  che fluisce nel filo?

$$I = \dots\dots\dots \quad V/R = VS/(\rho l)$$

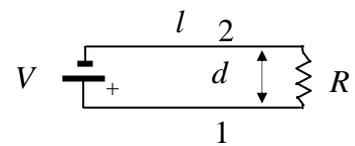
b) Con buona approssimazione, si può ritenere che le linee del campo magnetico  $\mathbf{B}$  presente nel toro siano tutte contenute al suo interno e che il campo sia uniforme. In altre parole, esse formano delle circonferenze di raggio  $a$ . Ciò detto, quanto vale il modulo del campo  $B$  all'interno del toro? [Suggerimento: impiegate il teorema di Ampere scegliendo un'appropriata circuitazione, e fate attenzione a quanta corrente è concatenata con la circuitazione stessa – la bobina ha  $N$  spire!]

$$B = \dots\dots\dots \quad \mu_0 I_C / (2\pi a) = \mu_0 N I / (2\pi a) \quad \text{[la circuitazione è fatta lungo la circonferenza "media" dell'anello, il prodotto scalare diventa un prodotto algebrico per la condizione detta nel testo (le linee di campo sono circonferenze!). La corrente concatenata con questo circuito è } N I \text{ dato che ci sono } N \text{ spire!]}$$

c) Quanto vale il flusso del campo magnetico  $\Phi(\mathbf{B})$  sulla sezione del toro?

$$\Phi(\mathbf{B}) = \dots\dots\dots \quad sB \quad \text{[il campo è considerato uniforme!]}$$

2. Due fili paralleli di lunghezza  $l$  e resistività **trascurabile** (sono fatti di un conduttore ideale e la loro resistenza è nulla!) sono posti a distanza  $d$  l'uno dall'altro. Due loro estremi sono collegati da un resistore di resistenza  $R$ , mentre gli altri due estremi sono attaccati ad un generatore di differenza di potenziale ideale  $V$ . La situazione è schematizzata in figura.



a) Quanto vale la corrente  $I$  che scorre nel circuito? Disegnatene il verso per i due fili 1 e 2.

$$I = \dots\dots\dots \quad V/R \quad \text{[il verso è da sinistra a destra per il filo 1 e da destra a sinistra per il filo 2 – la corrente scorre dal polo positivo a quello negativo!]}$$

b) Disegnate schematicamente alcune linee del campo magnetico  $\mathbf{B}_1$  generate dalla corrente che passa per il filo 1?

Sono circonferenze centrate sul filo e con un verso di percorrenza coerente con la regola della mano destra

c) Quanto vale, in modulo, il campo  $B_1(d)$  prodotto dal filo 1 sul filo 2 (cioè calcolato ad una distanza pari a  $d$  rispetto al filo 1)?

$$B_1(d) = \dots\dots\dots \quad \mu_0 I / (2\pi d) \quad \text{[solito teorema di Ampere per un filo percorso da corrente]}$$

d) Che direzione e verso ha la forza magnetica  $\mathbf{F}_{12}$  che il filo 1 esercita sul filo 2?

Direzione e verso: ..... il campo  $\mathbf{B}_1$  entra nel foglio, la corrente sul filo 2 va destra a sinistra, quindi la forza magnetica ha direzione che appartiene al foglio ed è ortogonale ai fili; il verso è tale che essi tendono ad allontanarsi reciprocamente

e) Quanto vale il modulo della forza  $\mathbf{F}_{12}$ ?

$$F_{12} = \dots\dots\dots \quad B_1 I l = \mu_0 I^2 l / (2\pi d)$$

f) Ora sforzatevi di vedere un aspetto semplice, ma un po' nascosto, del problema: di fatto di due fili, benché percorsi da corrente, sono due conduttori posti alla differenza di potenziale  $V$  (si suppone che i conduttori siano equipotenziali, ragionevole dato che la loro resistenza è nulla). Quindi il sistema dei due fili rappresenta un condensatore, e i fili porteranno una certa quantità di carica ( $q$  e

$-q$ ). Come si scrive la dipendenza funzionale del modulo del campo elettrico  $E_1(r)$  prodotto dal filo 1 in funzione della distanza  $r$  dal suo asse?

$E_1(r) = \dots\dots\dots q / (\epsilon_0 2\pi l r)$ ,  $q$  essendo la carica sul filo 1 [si ottiene facilmente con il teorema di Gauss!]

g) E quanto vale, in funzione dei dati del problema (in particolare la differenza di potenziale tra i fili collocati a distanza relativa  $d$ ) la carica  $q$  che si trova sul filo 1? [Per questa risposta, considerate che il filo 1 abbia un raggio  $a$  piccolo ma diverso da zero, cioè che sia un cilindro invece di un filo; in caso contrario incontrereste dei “problemi matematici”]

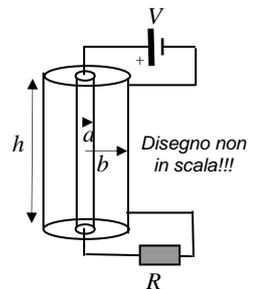
$q = \dots\dots\dots V \epsilon_0 2\pi l / \ln(d/a)$  [viene imponendo che la differenza di potenziale sia  $V$ ; operativamente si ragiona come nel caso dei condensatori cilindrici!]

h) Quanto vale, in modulo direzione e verso, la forza di natura **elettrica**  $F_{E12}$  che il filo 1 esercita sul filo 2?

Direzione e verso:  $\dots\dots\dots$  la forza è attrattiva dato che agisce tra cariche di segno opposto; in pratica essa è opposta a quella magnetica determinata prima

$F_{E12} = \dots\dots\dots |-q| E_1(d) = V^2 \epsilon_0 2\pi l / (d \ln^2(d/a))$  [notate che, essendo le forze magnetiche ed elettriche dirette in versi opposti tra loro, è possibile trovare condizioni di equilibrio meccanico]

3. Un cavo coassiale è un sistema che può essere approssimato come un lungo filo cilindrico (altezza  $h = 1.0$  m) di raggio  $a = 1.0$  mm perfettamente conduttore, circondato da un sottile guscio cilindrico coassiale, anche esso perfettamente conduttore, di raggio  $b = 2.8$  mm; Un generatore ideale di differenza di potenziale  $V = 10$  V è collegato ad un estremo del cavo ai due conduttori, mentre all'altro estremo del cavo i due conduttori sono chiusi su un resistore di resistenza  $R = 10$  ohm. La figura rappresenta schematicamente la situazione: al solito, visto che  $h \gg a, b$ , potete trascurare gli “effetti ai bordi”.



a) Quanto vale, in modulo, il campo magnetico  $B(r)$  in funzione della distanza  $r$  dall'asse nella regione fra i conduttori (cioè per  $a < r < b$ ) e ed al di fuori del guscio cilindrico (cioè per  $r > b$ )? [Suggerimento: fate attenzione a dove scorrono correnti nei vari componenti del cavo!]

$B(r) = \dots\dots\dots$  per  $a < r < b$   $\mu_0 I / (2\pi r) = \mu_0 (V/R) / (2\pi r)$  [il campo è quello di un filo e si ottiene applicando Ampere ad una circonferenza di raggio  $r$  notando che la corrente concatenata è  $I = V/R$ ]

$B(r) = \dots\dots\dots$  per  $r > b$   $0$  [come sopra, ma stavolta la corrente concatenata è nulla, dato che sul guscio esterno passa una corrente  $I$  diretta in senso opposto a quella che scorre nel filo]

b) Quanto vale la capacità  $C$  del cavo coassiale? [Usate il valore  $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12}$  F/m per la costante elettrica del vuoto, che “riempie” lo spazio fra i due conduttori: come al solito, supponete trascurabili gli “effetti ai bordi”]

$C = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots F 2\pi\epsilon_0 h / \ln(b/a) = 1.1 \times 10^{-10}$  F [è la capacità di un condensatore cilindrico! Si trova trovando la dipendenza funzionale di  $E$  dal raggio  $r$  tramite Gauss ed imponendo che la differenza di potenziale tra  $r=a$  ed  $r=b$  sia pari a  $V$ ]

c) Quanto vale, in modulo, il campo elettrico  $E(r)$  nella regione tra i due conduttori in funzione della distanza  $r$  dall'asse?

$E(r) = \dots\dots\dots CV / (2\pi\epsilon_0 hr) = (V / \ln(b/a)) / r$  [viene appunto applicando Gauss ad una superficie cilindrica di raggio  $a < r < b$  ed esprimendo la carica che si trova sul filo in funzione della capacità del sistema]