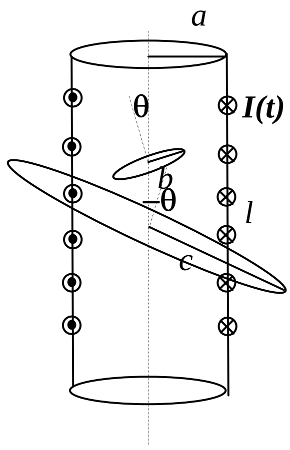
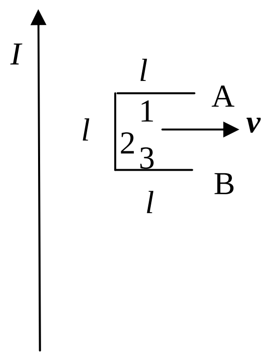
ESERCIZI DI FISICA GENERALE – nr. 37/07



1. Un solenoide è costituito da un cilindro di raggio a e lunghezza l ($l >> a$, così che esso può essere considerato come praticamente **infinito**) su cui sono avvolte N spire di filo conduttore. Il filo è collegato ad un generatore di corrente variabile $I(t) = I_0 sin(\omega t)$, con I_0 valore costante di corrente. La figura mostra la sezione longitudinale del cilindro e di alcune delle spire che ci sono avvolte (serve per indicare il verso di scorrimento della corrente).
   a) Quanto vale in direzione verso e modulo il campo magnetico $\boldsymbol{B}(t)$ all'interno del solenoide? [Considerate il verso della corrente all'istante $t = 0^+$]
   Direzione e verso: .... direzione assiale verso l'alto
   $B(t)$ = ……………………………………... $\mu_0\ I(t)\ N/\ l = \mu_0\ I_0\ sin(\omega t)\ N\ /\ l$
   [il campo è omogeneo ed uniforme e si ottiene con il teorema di Ampere circuitando su un rettangolo con due lati paralleli all'asse e due ortogonali: il campo esterno si suppone nullo essendo il solenoide praticamente infinito]

   b) Considerate ora che all'interno del solenoide sia collocata una spira, di raggio $b < a$, il cui asse forma un angolo θ rispetto all'asse del solenoide (vedi figura). Supponendo che la resistenza della spira sia R, quanto vale la corrente $I_b(t)$ che vi scorre? Come è il suo verso rispetto a quello della corrente $I(t)$ che scorre nel solenoide?
   $I_b(t)$ = ……………………………………... $\pi b^2 \cos\theta\ \mu_0\ N\ I_0\ \omega\ cos(\omega t)\ /(l\ R)$ [legge di Faraday: il segno non è riportato in quanto specificato esplicitamente nella risposta successiva]
   Verso della corrente: …………………………… tale da creare un campo magnetico indotto la variazione del cui flusso si oppone alla variazione del flusso creato da $I(t)$: per intendersi, il verso di $I_B(t)$ è opposto a quello di $I(t)$ per $0<t<(\pi/(2\omega))$, concorde per $(\pi/(2\omega))<t<(\pi/\omega)$, e così via

   c) Considerate ora una seconda spira collocata esternamente al solenoide, di raggio $c > a$, e con l'asse che forma un angolo -θ rispetto all'asse del solenoide (vedi figura). Supponendo che anche la resistenza di questa seconda spira sia R, quanto vale la corrente $I_c(t)$ che vi scorre?
   $I_c(t)$ = ……………………………………... $\pi a^2 \cos\theta\ \mu_0\ N\ I_0\ \omega\ cos(\omega t)\ /(l\ R)$ [come prima, ma occhio! In questo caso il flusso va calcolato su un cerchio di raggio a, dato che fuori dal solenoide il campo è nullo!]



2. Un lungo filo conduttore è percorso da una corrente costante di valore I = 5.0 A. All'istante t = 0 il lato "verticale" di una "spira aperta" (vedi figura) si trova ad una distanza d = 10 cm dal filo. La spira si muove con velocità costante ed uniforme di modulo v = 20 cm/s diretta verso la destra del foglio (vedi figura!) ed i tre tratti di filo conduttore che la compongono hanno lunghezza l = 5.0 cm.. Per la soluzione numerica, usate il valore $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}$ T m/A.
   a) Quanto vale, in direzione verso e **modulo**, la forza di Lorentz $\boldsymbol{F}(d)$ che agisce su **un singolo** elettrone che si trova, libero di muoversi, all'interno del "tratto verticale" della spira (quello marcato con il n numero 2 in figura)? [Indicate direzione e verso sulla figura; ricordate che la carica di un elettrone vale $e = -1.6\times10^{-19}$ C]
   Direzione e verso: .... direzione verticale e verso il basso, come si ottiene usando le tre dita della mano destra mettendo il pollice lungo $\boldsymbol{v}$ e l'indice lungo $\boldsymbol{B}$ e tenendo conto della carica negativa dell'elettrone
   $F(d)$ = …………………………………... = ... N $eBv = e\ \mu_0\ I\ v\ /\ (2\pi d) = 3.2\times10^{-21}$ N
   [segno omesso perché si tratta di un modulo]

   b) Quanto vale, in direzione verso e modulo, il "campo elettrico impresso" $\boldsymbol{E^*}(d)$ dovuto alla forza di Lorentz?
   Direzione e verso: .... stessa direzione e verso opposto rispetto ad $\boldsymbol{F}(d)$, essendo il campo elettrico impresso riferito per definizione ad una carica positiva
   $E^*(d)$ = …………………………………... = ... V/m $F(d)/|e| = \mu_0\ I\ v\ /\ (2\pi d) = 2.0\times10^{-2}$ V/m

c) Quanto vale la differenza di potenziale $V(d)$ tra i punti A e B indicati in figura?

$V(d)$ = …………………………………... = ... V $E^*(d)\ l = 1.0\times10^{-3}$ V [il punto A si trova a potenziale maggiore rispetto a B, e la differenza di potenziale si trova "integrando" il campo impresso lungo il tratto 2 – gli altri due tratti sono irrilevanti perché ortogonali al campo impresso]

3. Una dinamo di bicicletta è costituita da una bobina cilindrica di raggio a = 5.0 cm (e lunghezza trascurabile) fatta di N = 100 spire di filo conduttore. La bobina ruota con velocità angolare uniforme attorno ad un asse ortogonale all'asse della bobina stessa, ed ha una resistenza interna (dovuta alla resistività del filo) R = 0.10 ohm. Nella sua rotazione, la sezione della bobina taglia una regione di campo magnetico omogeneo $B = 1.0\times10^{-2}$ T.

a) Sapendo che la bobina compie un ciclo completo di rotazione in un periodo T = 20 ms, quanto vale, in modulo, la differenza di potenziale massima V_{MAX} generata dalla dinamo?

V_{MAX} =: …………………………………... = ... V $2\ B\ \pi^2\ a^2\ /\ T$ = 4.9 V [per Faraday]

b) Supponendo che all'istante t = 0 la bobina si trovi con il suo asse parallelo alla direzione di $\boldsymbol{B}$ e che la dinamo sia usata per alimentare un carico resistivo (una lampadina) R_{ext} = 4.8 ohm, quanto vale **istante per istante** la corrente $I(t)$ che fluisce nella lampadina stessa?

$I(t)$ =: …………………………………... = ... A $(V_{MAX}\sin(2\pi t/T))/(R+R_{ext})=1.0\ \sin(314t)$ A

c) Quanto vale la potenza $<W>$ dissipata dalla lampadina **mediata sul tempo**?

$<W>$ =: …………………………………... = ... W $V^2_{MAX}/(2R_{ext})$=2.5 W [il fattore ½ viene dalla media sul tempo del termine cos^2]

3. Avete un condensatore le cui armature sono costituite da due dischi sottili di materiale perfettamente conduttore (raggio dei dischi R = 10 cm) poste parallelamente una di fronte all'altra ad una distanza $d = 1.0\times10^{-4}$ m (lo spazio tra le armature è vuoto, cioè riempito di aria). Le armature sono connesse ad un generatore di differenza di potenziale **variabile** tale che in un intervallo di tempo Δt = 10 s la differenza di potenziale passa da zero al valore V_0 = 50 V seguendo una funzione **lineare** del tempo. [Usate i valori $\varepsilon_0 = 8.8\times10^{-12}$ F/m e $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ A/(T m) rispettivamente per la costante dielettrica e la permeabilità magnetica del vuoto]

a) Quanto vale il lavoro L fatto dal generatore nell'intervallo Δt?

L = …………………………………… = ……… J $\varepsilon_0\pi\ R^2\ V_0^2/(2d) = 3.4\times10^{-6}$ J [il lavoro del generatore serve per caricare il condensatore al punto che la differenza di potenziale tra le armature è V_0. Dunque la variazione di energia elettrostatica vale $CV_0^2/2$, con $C = \varepsilon_0 S/d$, capacità del condensatore ad armature piane e parallele]

b) Come si esprime in funzione del tempo t l'intensità di corrente $I(t)$ prodotta dal generatore? [Date una risposta solo "letterale" usando i parametri del problema e considerate il valore assoluto della corrente, senza preoccuparvi del segno]

$I(t)$ = …………………………………… $dQ(t)/dt = C\ dV(t)/dt = (\varepsilon_0\pi\ R^2/d)\ V_0/\Delta t$ [la corrente fluisce sulle armature del condensatore per caricarle; la funzione che esprime la differenza di potenziale in funzione del tempo si ricava semplicemente dalla descrizione riportata nel testo, che permette di scrivere: $V(t) = V_0 t/\Delta t$]

c) Quanto vale, in modulo, il campo magnetico B' che si misura all'istante $t'=\Delta t/2$ in un punto collocato tra le armature a distanza $R' = R/2$ dall'asse del condensatore? [Si intende che l'"asse del condensatore" è la congiungente dei centri dei due dischi che ne costituiscono le armature]

B' = …………………………………… = ……….. T $(\mu_0\varepsilon_0\ /\ (2\pi R'))\ d\ \Phi_{S'}(E)\ /\ dt = (\mu_0\varepsilon_0\ /\ (2\pi R'))\ d(\pi R'^2 V(t)/d)/dt = \mu_0\varepsilon_0\ R'V_0/\ (2d\Delta t)) = 1.4\times10^{-7}$ T [dall'equazione di Maxwell per la circuitazione di $\boldsymbol{B}$ nel caso non stazionario; la circuitazione va fatta lungo una linea di campo, cioè su una circonferenza di raggio R' giacente su un piano parallelo alle armature. Notate che il campo magnetico non dipende dal tempo, essendo lineare nel temp la variazione della differenza di potenziale, e quindi del campo elettrico interno (che si ottiene dalla relazione $E(t) = V(t)/d$ valida nel caso quasi-stazionario e trascurando gli effetti ai bordi)]

d) Quanto vale e che direzione ha, nello stesso istante e allo stesso punto considerato al quesito c), il vettore di Poynting $\boldsymbol{S}$? [Ricordate che il vettore di Poynting è definito come $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{E}x\boldsymbol{B}/\mu_0$; si può dimostrare che una buona unità di misura per il vettore di Poynting è W/m^2]

S = …………………………………… = ……….. W/m^2 $(V(t')/d)\ (\mu_0\varepsilon_0\ R'V_0/\ (2d\Delta t)))/\mu_0 = (V_0/2d)\ (\mu_0\varepsilon_0\ R'V_0/\ (2d\Delta t)))/\mu_0 = \varepsilon_0 R'V_0^2/(2d^2\Delta t) = 1.1\times10^{-3}$ W/m^2 [il campo magnetico e stato determinato nella risposta precedente, dove e anche stato osservato come esso abbia direzione tangenziale e verso dato dalla regola della mano destra. Trattandosi di un condensatore ad armature piane e parallele, il campo elettrico ha direzione assiale (nel sistema di riferimento cilindrico coassiale con le due armature) e di verso "dal più al meno". I due vettori sono dunque ortogonali fra loro ed il modulo del vettore di Poynting, che ne è il prodotto vettoriale (a prte il fattore μ_0 a dividere) si calcola immediatamente. La direzione, per la regola della mano destra, deve essere radiale, e il verso deve essere "uscente" rispetto al condensatore, come si verifica con la regola della mano destra (fate un disegnino!)]

Direzione e verso: ……………………………………radiale uscente