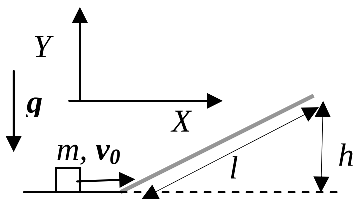
ESERCIZI DI FISICA GENERALE – nr. 6/07



1. Una massa puntiforme m = 2.5 kg giunge alla base di un piano inclinato di altezza h = 3.0 m e lunghezza l = 5.0 m con una velocità di modulo v_0 = 9.8 m/s (vedi figura). Il piano presenta un coefficiente di attrito dinamico μ_D = 0.50. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]
   a) Quando la massa si trova sul piano inclinato, quanto valgono le componenti N_X ed N_Y della reazione vincolare espresse **nel sistema di riferimento indicato in figura**?
   N_X = ………………………………… ~ ……… N $- mg \sin\theta \cos\theta = - mg (1-(h/l)^2)^{1/2} (h/l)$ ~ - 11 N [con θ si indica l'angolo del piano inclinato rispetto all'orizzontale, ed il risultato esce proiettando la reazione vincolare, $mg\cos\theta$, lungo X ed usando bene la trigonometria ed il teorema di Pitagora]
   N_Y = ………………………………… ~ ……… N $mg \cos^2\theta = mg(1-(h/l)^2)$ ~ 16 N [idem]

   b) Quanto vale la distanza L che la massa percorre sul piano prima di arrestarsi?
   L = ………………………………… = ……… m $v_0^2/(2 g (\sin\theta + \mu_D\cos\theta)) = 4.9$ m [la legge oraria del moto sul piano è $s(t) = v_0 t + (a/2)t^2$, con $a = -g\sin\theta - \mu_D g\cos\theta$, da cui il risultato]

   c) Sapendo che il coefficiente di attrito statico vale $\mu_S = 1.6\mu_D = 0.80$, cosa succederà alla massa subito dopo essersi fermata?
   ×☐ rimane ferma ☐ non si può dire ☐ scende verso il basso
   Spiegazione sintetica della risposta: ……………………………………………… la forza di attrito, $mg\mu_S\cos\theta$, è maggiore della forza che tende a far scendere la massa, che vale $mg\sin\theta$

2. Osservate che un oggetto lanciato su un piano scabro con velocità v_0 = 9.8 m/s si ferma dopo aver scivolato per un tratto d = 9.8 m. Quanto vale il coefficiente di attrito dinamico μ_D?

   ☐. 1.0 X☐ 0.5 ☐ non si può dire
   Spiegazione sintetica della risposta: ………………………………………………………
   Lo spazio percorso nella frenata dall'oggetto vale $v_0^2/(2\mu_D g)$, dato che si tratta di moto uniformemente accelerato (decelerato) sotto l'azione dell'attrito dinamico.

3. Da alcune misure sperimentali, osservate che l'andamento temporale della velocità di una certa particella di massa m in moto unidimensionale è ben descritto dalla legge $v(t) = v_0 (1 – e^{-At})$, con $A > 0$.
   a) Questa legge potrebbe indicare che la particella si muove, partendo da ferma, in un fluido viscoso?
   ☐. no X ☐. sì ☐. boh

   b) Se avete risposto "sì" al quesito precedente, e supponete che il moto in questione avvenga per effetto dell'accelerazione di gravità g, quanto vale il coefficiente di attrito viscoso β?
   β = …………………………………….. $A\ m$

4. Una massa m = 200 g è appesa, attraverso una molla di massa trascurabile e costante elastica k = 2.00x10 N/m, ad un solaio (g vale, in modulo, 9.80 m/s^2).
   a) Detto z un asse verticale che punta verso il basso, con origine nella posizione di riposo della molla, scrivete l'equazione del moto della massa: (a_Z indica l'accelerazione lungo l'asse z)
   $a_Z = d^2z(t)/dt^2$ = …………………………………….. $g –(k/m)z(t)$

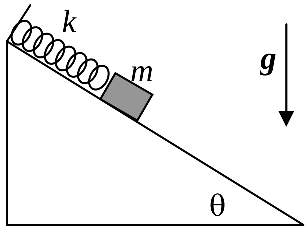
   b) Quanto vale la posizione di equilibrio stabile z_{EQ} della massa?
   z_{EQ} = …………………………………… = ... cm. mg/k = 9.80 cm

   c) Quanto vale la pulsazione ω del moto oscillatorio che vi aspettate che la massa compia?
   ω = …………………………………….. = …….. rad/s $\sqrt{(k/m)}$ = 10 rad/s

d) Scrivete la legge oraria del moto $z(t)$ supponendo che all'istante iniziale $t = 0$ "lasciate libera di andare" la massa da $z = 0$ con velocità $v_Z = 0$ (formalmente, dovete trovare la soluzione dell'equazione differenziale al secondo ordine da voi scritta al punto a) con le condizioni al contorno specificate per posizione e velocità!)

$z(t)$ = ……………………………………….. $z_{EQ}(1 - \cos(\omega t))$

5. Avete una massa m collegata, tramite una molla di costante elastica k, alla sommità di un piano inclinato con angolo θ (vedi figura). Supponendo che non vi siano attriti, quanto vale, **all'equilibrio**, l'allungamento Δl della molla (in valore assoluto)?



Δl = …………………………………… $(mg\sin\theta)/k$

a) Supponete ora che, per qualche ragione, il piano inclinato presenti un attrito statico, con coefficiente μ_S. Qual è il massimo valore del modulo della forza di attrito statico $F_{A,S}$ subita dalla massa?

$F_{A,S}$ = …………………………………… $(mg\cos\theta)\mu_S$

b) In queste condizioni, si osserva che potete spostare (molto lentamente) la massa verso la base del piano inclinato e mantenere una situazione di equilibrio. Quanto vale la massima elongazione della molla $\Delta l'$ che potete raggiungere in questo modo (in valore assoluto)?

$\Delta l'$ = …………………………………… $(mg(\sin\theta + \mu_S \cos\theta))/k$ [allungando la molla, la massa tenderebbe a "risalire" il piano per effetto della forza elastica, ma la forza di attrito statico si oppone a questo moto]

c) Se allungate ulteriormente la molla di un tratto Δx (in valore assoluto) rispetto al valore $\Delta l'$ della risposta precedente, e lasciate andare liberamente la massa, osservate che essa inizia a "risalire" il piano. Usando come asse x la direzione inclinato stesso (orientato verso la sommità del piano e con l'origine nel punto in cui la molla ha lunghezza di riposo), come si scrivono l'equazione del moto della massa e le condizioni iniziali x_0 e v_0? [indicate con $a(t)$ l'accelerazione della massa lungo questo asse]

$a(t)$ = …………………………………… $-g\sin\theta + (k/m)x(t)$ [c'è solo attrito **statico**, e non agisce quando la massa si muove!]

x_0 = …………………………………… $-(\Delta l' + \Delta x)$ [per la scelta dell'origine!]

v_0 = …………………………………… 0 [dal testo]

d) Scrivete una **soluzione particolare** x_P per l'equazione del moto (possibilmente, la più semplice!)

x_P = …………………………………… $mg\sin\theta/k$ [si ottiene per $a = 0$]

e) A questo punto, ricordando che un'espressione per la soluzione generale di un'equazione differenziale del secondo ordine **omogenea** è del tipo $A\cos(\omega t + \Phi)$, con A, ω, e Φ da determinare, come si scrivono la legge oraria del moto $x(t)$ e della velocità $v(t)$? [ricordate anche che $(d\cos\alpha /dt) = -(d\alpha/dt) \sin\alpha$]

$x(t)$ = …………………………………… $A\cos(\omega t + \Phi) + x_P$

$v(t)$ = …………………………………… $-A\omega\sin(\omega t + \Phi)$

con: …………………………………… $\omega = \sqrt{(k/m)}$; inoltre dalle condizioni iniziali si ottiene: $\Phi = 0$; $A = x_0 - x_P$ = etc. etc.

f) Quanto vale la massima coordinata x_{MAX} raggiunta dalla massa nel suo moto? (ricordate che l'asse x è diretto verso la sommità del piano)

x_{MAX} = …………………………………… $-A + x_P = -x_0 + 2x_P$ = etc. etc. [si ottiene imponendo $\cos(\omega t_{MAX}) = -1$]

g) Il moto è **sicuramente** periodico? Commentate:

…………………………………………… dipende se la forza (elastica + proiezione della forza peso) risentita dalla massa quando questa si trova nella posizione x_{MAX} è maggiore o minore della massima forza di attrito: se è minore, la massa si ferma e il moto non è periodico!]