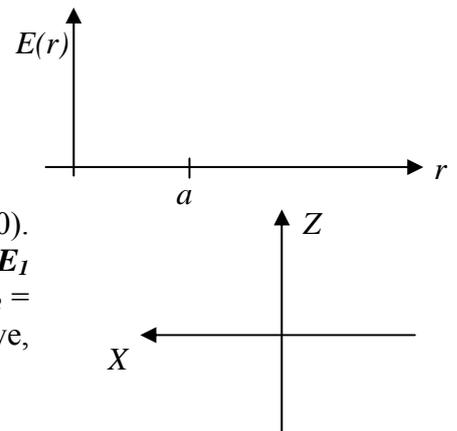


Corso di Laurea Ing. EA – ESERCIZI DI FISICA GENERALE – nr. 20

1. Un cilindro di altezza h e raggio a porta nel suo volume una densità di carica che è funzione del raggio secondo la legge $\rho(r) = \rho_0 r^2/a^2$. La geometria del cilindro è tale che esso può essere considerato **molto lungo**, cioè si possono trascurare gli “effetti” che interessano le superfici di base
 - a) Sulla base dei ragionamenti di simmetria e geometria, commentate sulla dipendenza dalle coordinate spaziali e sulla direzione del campo $\mathbf{E}(r)$ generato dalla distribuzione di carica.
 Dipendenza dalle coordinate spaziali:
 Direzione:
 - b) Quanto vale la carica totale Q contenuta nel cilindro? [Attenzione: la ρ **non** è uniforme, per cui dovete considerare la definizione $\rho(r) = dq(r)/dV$!! Vi conviene considerare il cilindro come formato da tanti gusci cilindrici coassiali di spessore infinitesimo dr]
 $Q =$
 - c) Quanto vale il modulo del campo elettrico $E_{ext}(r)$ in un punto collocato a distanza r dall’asse del cilindro esternamente a questo?
 $E_{ext}(r) =$
 - d) Quanto vale il modulo del campo elettrico $E_{int}(r)$ in un punto collocato a distanza r dall’asse del cilindro internamente a questo?
 $E_{int}(r) =$
 - e) Disegnate schematicamente l’andamento del modulo di $E(r)$ in funzione di r .



2. Considerate il piano $z = 0$ (è un piano XY collocato alla quota $z = 0$). Al di sotto del piano, cioè per $z < 0$, è presente il campo elettrico $\mathbf{E}_1 = (a, 0, b)$, mentre al di sopra, cioè per $z > 0$, si trova il campo $\mathbf{E}_2 = (0, 0, c)$; a, b, c sono componenti dei campi elettrici, tutte positive, opportunamente dimensionate e tali che $a = b$ e $c = 2a$.
 - a) Indicate nel grafico accanto i vettori \mathbf{E}_1 ed \mathbf{E}_2 .
 - b) Quanto valgono le componenti dei campi E_{1n} ed E_{2n} ortogonali al piano $z = 0$?
 $E_{1n} =$
 $E_{2n} =$
 - c) Quanto vale il flusso del campo elettrico $\Phi(\mathbf{E})$ attraverso un cilindretto con asse lungo Z , superficie di base ΔS ed altezza dz (infinitesima, cioè **trascurabile**)?
 $\Phi(\mathbf{E}) =$
 - d) Quanto vale la densità di carica superficiale σ presente sul piano $z = 0$?
 $\sigma =$
3. In una data regione di spazio (vuoto) è presente il campo elettrico $\mathbf{E} = (a, a, 0)$, con a componente opportunamente dimensionata.
 - a) Quanto vale la **divergenza** del campo $\text{div}\mathbf{E}$? [Ricordate che, in coordinate cartesiane, è $\text{div}\mathbf{E} = \partial E_x/\partial x + \partial E_y/\partial y + \partial E_z/\partial z$, ovvero che l’equivalente “locale” del teorema di Gauss si scrive, nel vuoto: $\text{div}\mathbf{E} = \rho/\epsilon_0$]
 $\text{div}\mathbf{E} =$
 - b) Come sono fatte le superfici equipotenziali? Commentate ed eventualmente fate un disegno:

- c) Quanto vale la differenza di potenziale V tra i punti $\mathbf{A} = (0, 0, 0)$ e $\mathbf{B} = (d, D, -d)$, con d e D coordinate spaziali opportunamente dimensionate?
 $V = \dots\dots\dots$
4. In una data regione di spazio (vuoto) è presente il campo elettrico $\mathbf{E} = (ay, bx, 0)$, con a e b costanti opportunamente dimensionate (x ed y sono le coordinate spaziali del punto in cui si misura il campo).
- a) Quanto vale la **divergenza** del campo $\text{div}\mathbf{E}$?
 $\text{div}\mathbf{E} = \dots\dots\dots$
- b) Tenendo conto del fatto che il campo elettrico deve essere conservativo (e quindi l'integrale di linea su una traiettoria chiusa deve essere nullo, ovvero $\text{rot}\mathbf{E} = 0$), che relazione deve esistere tra le costanti a e b ?
 $a = \dots\dots\dots$
5. Il disegno rappresenta una sfera **conduttrice dotata di carica Q** raggio a circondata da un guscio sferico di raggio interno $2a$ e raggio esterno $3a$, anch'esso **conduttore** e dotato di **carica $2Q$** .
- a) In condizioni di equilibrio, quanto devono valere le densità di carica volumica ρ_1 e ρ_2 all'interno della sfera e del guscio?
 $\rho_1 = \dots\dots\dots$
 $\rho_2 = \dots\dots\dots$
- b) Quanto vale il modulo del campo $E_{int}(r)$ presente nella regione (vuota) tra i due conduttori, cioè per $a < r < 2a$?
 $E_{int}(r) = \dots\dots\dots$
- c) Quanto vale il modulo del campo $E_{ext}(r)$ presente all'esterno del sistema, cioè per $r > 3a$?
 $E_{ext}(r) = \dots\dots\dots$
- d) Quanto vale la carica Q_{2a} che si trova sulla superficie interna del guscio sferico, cioè ad $r = 2a$?
 $Q_{2a} = \dots\dots\dots$
- e) Quanto vale la carica Q_{3a} che si trova sulla superficie esterna del guscio sferico, cioè ad $r = 3a$?
 $Q_{3a} = \dots\dots\dots$

