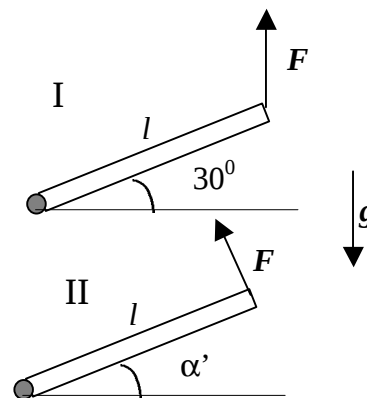


1. Un sistema per la misura della densità dei fluidi è costituito come in figura: un recipiente cilindrico di vetro, di sezione $S = 1.0 \text{ cm}^2$, lunghezza $l = 100 \text{ cm}$ e massa $m = 100 \text{ g}$, può ruotare **senza attriti** su un piano verticale attorno ad un perno passante per la sua estremità tappata; l'altra estremità, aperta, è vincolata ad un dinamometro a molla, cioè un sistema in grado di fornire una forza variabile la cui intensità può essere misurata direttamente. Supponete per ora che tale forza sia sempre diretta verticalmente verso l'alto, e anche che le pareti del recipiente siano omogenee e che esso sia molto lungo e sottile.



- a) Nelle condizioni di figura I, il cilindro è vuoto e il sistema è in equilibrio: se l'asse del cilindro forma un angolo $\alpha = 30^\circ$ con la verticale, quanto vale la forza F esercitata dal dinamometro?

$F = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ N}$ $mg/2 = 4.9 \times 10^{-2} \text{ N}$ [dall'equilibrio dei momenti delle forze, rispettivamente quello della forza peso del cilindro, applicata al centro di massa, e quello della forza F]

- b) A questo punto il cilindro viene riempito con un liquido di densità incognita ρ , e si osserva che la forza esercitata dal dinamometro **per mantenere il cilindro nella stessa posizione** (cioè con lo stesso angolo $\alpha = 30^\circ$ rispetto alla verticale) diventa $F' = 2F$. Sapendo che il volume di liquido è $V = 50 \text{ ml}$ [leggi 50 millilitri!], quanto vale la densità ρ ? [Nella soluzione supponete che il pelo del liquido nel cilindro sia perpendicolare alle pareti del cilindro stesso, approssimazione ragionevole se il cilindro ha diametro di base piccolo rispetto alla sua altezza e se si possono trascurare i fenomeni di *capillarità (menisco)* che potrebbero verificarsi]

$\rho = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ Kg/m}^3$ $m S l / V^2 = 4.00 \times 10^3 \text{ Kg/m}^3$ [dall'equilibrio dei momenti di forza, tenendo conto del momento creato dalla forza peso che agisce sul liquido, applicata al suo centro di massa; notate che questo viene a trovarsi ad una distanza dal perno (misurata lungo l'asse del cilindro) pari a $V/(2S)$]

- c) Se in queste condizioni la direzione di applicazione della forza del dinamometro, supposta ora di modulo F (quella determinata al punto a)), viene fatta cambiare fino a diventare ortogonale rispetto al cilindro (come in figura II) quanto vale il nuovo angolo di equilibrio α' ?

$\alpha' = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ gradi}$ $\arcsin(Fl/(mgl/2 + \rho Vg V/(2S))) = \arcsin(1/2) = 30 \text{ gradi}$ [viene dall'equilibrio dei momenti delle forze; l'ultimo passaggio si ha sostituendo i valori di F e di ρ determinati prima: in sostanza si riottiene lo stesso angolo di prima, ma stavolta la forza è $F = F'/2$]

2. L'avambraccio di un mammifero (uomo compreso!) può essere schematizzato come un'asta di lunghezza $l = 50 \text{ cm}$ (ehm, è un gigante!) imperniata sull'articolazione del gomito e terminata dalla mano. A distanza $l' = 5.0 \text{ cm}$ dal gomito è legato il tendine del bicipite, un muscolo che lavora in contrazione. Supponete l'asta sottile, omogenea e di massa $m = 1.0 \text{ Kg}$, e assumete che il bicipite eserciti una forza **sempre** diretta ortogonalmente rispetto all'asta che rappresenta l'avambraccio.

- a) Quanto vale la forza F che il bicipite deve esercitare se volete mantenere l'avambraccio in direzione perfettamente orizzontale?

$F = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ N}$ $mg/(2l') = 49 \text{ N}$

- b) E se, mantenendo l'avambraccio orizzontale, volete tenere in mano una massa $M = 10 \text{ Kg}$, quanto vale la forza F' esercitata dal bicipite?

$F' = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ N}$ $mg/(2l') + Mgl/l' = 1029 \text{ N}$ [è una leva svantaggiosa!]

- c) E quanto vale la forza F'' se volete tenere in mano la massa M con l'avambraccio che forma un angolo $\theta = 45 \text{ gradi}$?

$F'' = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ N}$ $(mg/(2l') + Mgl/l') \cos\theta = 728 \text{ N}$ risultati numerici errati - corretto grazie a Silvia 14/4/05

3. Il sistema di figura è costituito da due pulegge circolari di raggio $R_1 = 20.0 \text{ cm}$ ed $R_2 = 40.0 \text{ cm}$, entrambi di **massa trascurabile**, montate in modo da essere coassiali e solidali fra loro e ruotare su piani verticali attorno ad un perno passante per il loro centro. Alle due pulegge sono attaccate,

attraverso due funi inestensibili di massa trascurabile, due masse, una delle quali è nota, e vale $m_1 = 1.00 \text{ Kg}$, e l'altra è incognita. Il sistema è fermo e in equilibrio nella situazione descritta in figura.

- a) Disegnate schematicamente il diagramma delle forze rilevanti per l'equilibrio del sistema.

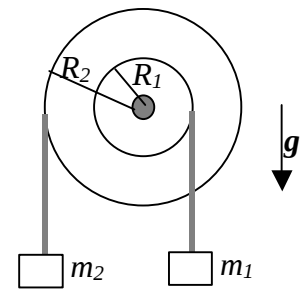
- b) Quanto vale la massa m_2 ?

$$m_2 = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ Kg} \quad m_1 R_1/R_2 = 0.500$$

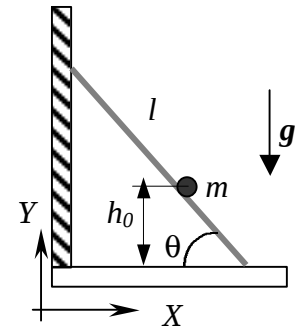
Kg [è una leva vantaggiosa!!]

- c) Quanto vale, in modulo, la forza di reazione vincolare F esercitata sul perno affinché l'intero sistema rimanga fermo in equilibrio?

$$F = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ N} \quad (m_1 + m_2)g = 14.7 \text{ N}$$



4. Una sottile ma robusta tavola di lunghezza $l = 4.0 \text{ m}$ e **massa trascurabile** è appoggiata ad una parete verticale, formando un angolo $\theta = 45$ gradi come in figura; sia il pavimento che la **parete verticale** sono scabri, e dotati di un coefficiente di attrito statico $\mu = 0.50$. Un corpo di massa $m = 50 \text{ Kg}$ sale sulla tavola, e ad un certo istante si trova nella posizione indicata in figura (la sua altezza rispetto al pavimento vale $h_0 = 1.0 \text{ m}$) ed il sistema si trova in equilibrio.



- a) Disegnate schematicamente il diagramma delle forze rilevanti per l'equilibrio del sistema.

- b) Quanto vale, componente per componente (rispetto al riferimento indicato in figura) la forza di reazione vincolare F esercitata dalla **parete verticale** sulla tavola? [Considerate il valore **massimo** che tale forza può assumere, nel senso che la forza di attrito è al suo massimo valore, e in questo caso assumete solo l'equilibrio delle forze]

$$F_X = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ N} \quad m g \mu / (\mu^2 + 1) = 2 m g / 5 = 196 \text{ N}$$

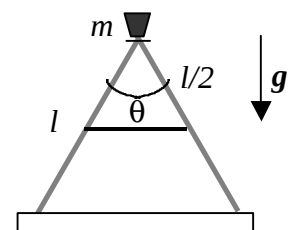
$$F_Y = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ N} \quad m g \mu^2 / (\mu^2 + 1) = m g / 5 = 98 \text{ N}$$

- c) Osservate che, quando il corpo supera una certa altezza h_{MAX} rispetto al pavimento, la tavola comincia a scivolare. Quanto vale h_{MAX} ? [Suggerimento: considerate i momenti che provocano una rotazione rispetto al punto di contatto tra tavola e pavimento...]

$$h_{MAX} = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ m} \quad (F_Y l \cos\theta + F_X l \sin\theta) \tan\theta / m g = 1.7 \text{ m}$$

[viene dalla condizione che il momento della forza peso uguagli il momento creato da F_X ed F_Y quando queste sono massime]

5. Un secchio di vernice, di massa $m = 10.0 \text{ Kg}$ (nella soluzione considererete il secchio come una massa puntiforme), è appoggiato sulla sommità di uno scaleo come quello di figura. Le zampe dello scaleo sono lunghe $l = 2.00 \text{ m}$, formano un angolo $\theta = 60$ gradi, e sono trattenute in posizione da una fune inestensibile che le collega fra loro, e che è attaccata a ciascuna zampa a distanza $l/2 = 1.00 \text{ m}$ dalla loro sommità. Lo scaleo ha **massa trascurabile**.



- a) Quanto vale in modulo, direzione e verso la reazione vincolare R esercitata dal pavimento su ciascuno dei due piedi?

$$R = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ N} \quad m g / 2 = 49.0 \text{ N} \quad [\text{si ripartisce equamente tra le due zampe}]$$

Direzione e verso : $\dots\dots\dots$ **Verticale verso l'alto**

- b) Supponendo trascurabile l'attrito tra piedi e pavimento, quanto vale in modulo la tensione F esercitata dalla fune sulle zampe?

$$F = \dots\dots\dots = \dots\dots \text{ N} \quad 2 R \tan(\theta/2) = 56.6 \text{ N} \quad [\text{dall'equilibrio dei momenti delle forze rispetto al perno di rotazione dello scaleo, cioè dalla sua sommità}]$$

- c) Sapendo che la fune può sopportare al massimo una forza $F_{MAX} = 174 \text{ N}$ prima di spezzarsi e volendo appoggiare un secchio di massa $m' = 10 \text{ Kg}$, quanto dovrebbe valere **al minimo**, il coefficiente di attrito statico μ_{MIN} tra zampe e pavimento?

$$\mu_{MIN} = \dots\dots\dots = \dots\dots \quad \tan(\theta/2) - F_{MAX}/m g = 0.30 \quad [\text{come prima, ma stavolta c'è anche il momento della forza di attrito}]$$