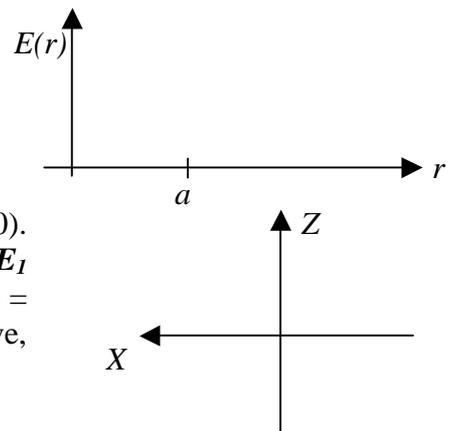


**Corso di Laurea Ing. EA – ESERCIZI DI FISICA GENERALE – nr. 20, 17/5/2005**

1. Un cilindro di altezza  $h$  e raggio  $a$  porta nel suo volume una densità di carica che è funzione del raggio secondo la legge  $\rho(r) = \rho_0 r^2/a^2$ . La geometria del cilindro è tale che esso può essere considerato **molto lungo**, cioè si possono trascurare gli “effetti” che interessano le superfici di base
  - a) Sulla base dei ragionamenti di simmetria e geometria, commentate sulla dipendenza dalle coordinate spaziali e sulla direzione del campo  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  generato dalla distribuzione di carica.  
 Dipendenza dalle coordinate spaziali: .....  
 Direzione: .....
  - b) Quanto vale la carica totale  $Q$  contenuta nel cilindro? [Attenzione: la  $\rho$  **non** è uniforme, per cui dovete considerare la definizione  $\rho(r) = dq(r)/dV$ !! Vi conviene considerare il cilindro come formato da tanti gusci cilindrici coassiali di spessore infinitesimo  $dr$ ]  
 $Q =$  .....
  - c) Quanto vale il modulo del campo elettrico  $E_{ext}(r)$  in un punto collocato a distanza  $r$  dall’asse del cilindro esternamente a questo?  
 $E_{ext}(r) =$  .....
  - d) Quanto vale il modulo del campo elettrico  $E_{int}(r)$  in un punto collocato a distanza  $r$  dall’asse del cilindro internamente a questo?  
 $E_{int}(r) =$  .....
  - e) Disegnate schematicamente l’andamento del modulo di  $E(r)$  in funzione di  $r$ .



2. Considerate il piano  $z = 0$  (è un piano  $XY$  collocato alla quota  $z = 0$ ). Al di sotto del piano, cioè per  $z < 0$ , è presente il campo elettrico  $\mathbf{E}_1 = (a, 0, b)$ , mentre al di sopra, cioè per  $z > 0$ , si trova il campo  $\mathbf{E}_2 = (0, 0, c)$ ;  $a, b, c$  sono componenti dei campi elettrici, tutte positive, opportunamente dimensionate e tali che  $a = b$  e  $c = 2a$ .
  - a) Indicate nel grafico accanto i vettori  $\mathbf{E}_1$  ed  $\mathbf{E}_2$ .
  - b) Quanto valgono le componenti dei campi  $E_{1n}$  ed  $E_{2n}$  ortogonali al piano  $z = 0$ ?  
 $E_{1n} =$  .....  
 $E_{2n} =$  .....
  - c) Quanto vale il flusso del campo elettrico  $\Phi(\mathbf{E})$  attraverso un cilindretto con asse lungo  $Z$ , superficie di base  $\Delta S$  ed altezza  $dz$  (infinitesima, cioè **trascurabile**)?  
 $\Phi(\mathbf{E}) =$  .....
  - d) Quanto vale la densità di carica superficiale  $\sigma$  presente sul piano  $z = 0$ ?  
 $\sigma =$  .....
3. In una data regione di spazio (vuoto) è presente il campo elettrico  $\mathbf{E} = (a, a, 0)$ , con  $a$  componente opportunamente dimensionata.
  - a) Quanto vale la **divergenza** del campo  $\text{div}\mathbf{E}$ ?  
 $\text{div}\mathbf{E} =$  .....
  - b) Come sono fatte le superfici equipotenziali? Commentate ed eventualmente fate un disegno:  
 .....
  - c) Quanto vale la differenza di potenziale  $V$  tra i punti  $\mathbf{A} = (0, 0, 0)$  e  $\mathbf{B} = (d, D, -d)$ , con  $d$  e  $D$  coordinate spaziali opportunamente dimensionate?

$$V = \dots\dots\dots$$

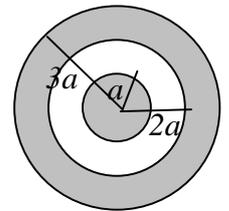
4. In una data regione di spazio (vuoto) è presente il campo elettrico  $\mathbf{E} = (ay, bx, 0)$ , con  $a$  e  $b$  costanti opportunamente dimensionate ( $x$  ed  $y$  sono le coordinate spaziali del punto in cui si misura il campo).

a) Quanto vale la **divergenza** del campo  $\text{div}\mathbf{E}$ ?  
 $\text{div}\mathbf{E} = \dots\dots\dots$

b) Tenendo conto del fatto che il campo elettrico deve essere conservativo (e quindi l'integrale di linea su una traiettoria chiusa deve essere nullo, ovvero  $\text{rot}\mathbf{E} = 0$ ), che relazione deve esistere tra le costanti  $a$  e  $b$ ?

$$a = \dots\dots\dots$$

5. Il disegno rappresenta una sfera **conduttrice dotata di carica  $Q$**  raggio  $a$  circondata da un guscio sferico di raggio interno  $2a$  e raggio esterno  $3a$ , anch'esso **conduttore** e dotato di **carica  $2Q$** .



a) In condizioni di equilibrio, quanto devono valere le densità di carica volumica  $\rho_1$  e  $\rho_2$  all'interno della sfera e del guscio?

$$\rho_1 = \dots\dots\dots$$

$$\rho_2 = \dots\dots\dots$$

b) Quanto vale il modulo del campo  $E_{int}(r)$  presente nella regione (vuota) tra i due conduttori, cioè per  $a < r < 2a$ ?

$$E_{int}(r) = \dots\dots\dots$$

c) Quanto vale il modulo del campo  $E_{ext}(r)$  presente all'esterno del sistema, cioè per  $r > 3a$ ?

$$E_{ext}(r) = \dots\dots\dots$$

d) Quanto vale la carica  $Q_{2a}$  che si trova sulla superficie interna del guscio sferico, cioè ad  $r = 2a$ ?

$$Q_{2a} = \dots\dots\dots$$

e) Quanto vale la carica  $Q_{3a}$  che si trova sulla superficie esterna del guscio sferico, cioè ad  $r = 3a$ ?

$$Q_{3a} = \dots\dots\dots$$