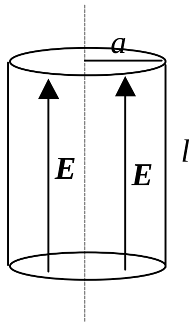
Corso di Laurea Ing. EA – ESERCIZI DI FISICA GENERALE – nr. 23, 19/5/2005



1. Un conduttore di forma cilindrica lunghezza l e raggio a presenta al suo interno una conducibilità **disomogenea** che dipende dalla distanza r dall'asse secondo la legge $\sigma(r) = \sigma_0\, r/a$. Al conduttore è applicato un campo elettrico **omogeneo ed uniforme** diretto lungo l'asse e di modulo E. La figura rappresenta schematicamente la situazione.
   a) Quanto vale la differenza di potenziale V tra base superiore e base inferiore del cilindro?
   V = …………………………………….. $E\,l$ [il campo è omogeneo ed uniforme!]

   b) Quanto valgono modulo direzione e verso della **densità di corrente** $J(r)$ che passa nel conduttore?
   $J(r)$ = …………………………………….. $\sigma(r)\,E = \sigma_0\, r\, E / a$ [per definizione!]
   Direzione e verso: …………………………… come ***E***

   c) Quanto vale la resistenza R del conduttore? [Attenzione: tenete in debito conto la disomogeneità del sistema!]
   R = …………………………………….. $V/I = E\,l / \int_{SEZIONE} \boldsymbol{J}(r)\cdot \boldsymbol{n}\, dS = E\,l / \int_0^a J(r)\, 2\pi r\, dr = E\,l / ((2\pi\, \sigma_0 E / a) \int_0^a r^2\, dr) = (la / 2\pi\, \sigma_0) / (a^3/3) = (3l / 2\pi\, \sigma_0\, a^2)$ [avendo notato che ***J*** è parallelo ad ***n***, ed avendo fatto l'integrale suddividendo, al solito, la sezione del cilindro in tante corone circolari di superficie infinitesima $dS = 2\pi r\, dr$]

   d) Quanto vale in modulo, direzione e verso il campo magnetico $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})$ generato dalla corrente che scorre nel conduttore in una regione esterna al conduttore stesso (cioè per $r > a$)?
   $B(r)$ = …………………………………….. per $r > a$ $\mu_0 I / (2\pi r) = \mu_0 (E 2\pi\, \sigma_0\, a^2 /3) / (2\pi r) = \mu_0 E \sigma_0\, a^2 / (3r)$ [teorema di Ampere su una circonferenza di raggio r generico e maggiore di a, notando che tutta la corrente I,, calcolata con lo stesso procedimento della risposta c), è concatenata con la circonferenza]
   Direzione e verso: …………………………… direzione "tangenziale" alla circonferenza usata per la circuitazione, e verso stabilito dalla regola della mano destra

   e) Quanto vale, invece, il campo magnetico $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})$ internamente al cilindro, cioè per $r<a$?
   $B(r)$ = …………………………………….. per $r < a$ $\mu_0 I_C / (2\pi r) = \mu_0 (\int_0^r J(r)\, 2\pi r\, dr) / (2\pi r) = \mu_0 ((2\pi\, \sigma_0 E / a) \int_0^r r^2\, dr) / (2\pi r) = \mu_0 \sigma_0 E\, r^3 / (3r) = \mu_0 \sigma_0 E\, r^2 / (3a)$ [come sopra, ma stavolta la corrente concatenata è solo quella che passa in un cerchio di raggio r]
   Direzione e verso: …………………………… come sopra

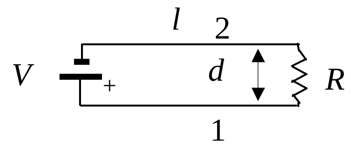
2. Un filo conduttore di lunghezza l, sezione S, resistività ρ è avvolto a formare una **bobina toroidale** di N spire, raggio medio a e sezione s. In sostanza, il filo si trova sulla superficie di un toro, cioè un anello circolare con sezione anche circolare. Il raggio dell'anello è molto maggiore di quello della sezione, per cui ha senso considerare un valore "medio" per il raggio dell'anello stesso: tutti i punti appartenenti alla superficie del toro si troveranno grosso modo alla stessa distanza a rispetto al centro dell'anello (provate a disegnare!).
   a) Sapendo che le estremità del filo sono collegate ad un generatore ideale di differenza di potenziale V, quanto vale la corrente I che fluisce nel filo?
   I = …………………………………….. $V/R = VS/(\rho\, l)$

   b) Con buona approssimazione, si può ritenere che le linee del campo magnetico ***B*** presente nel toro siano tutte contenute al suo interno e che il campo sia uniforme. In altre parole, esse formano delle circonferenze di raggio a. Ciò detto, quanto vale il modulo del campo B all'interno del toro? [Suggerimento: impiegate il teorema di Ampere scegliendo un'appropriata circuitazione, e fate attenzione a quanta corrente è concatenata con la circuitazione stessa – la bobina ha N spire!]
   B = …………………………………….. $\mu_0\, I_C / (2\pi a) = \mu_0\, N\, I / (2\pi a)$ [la circuitazione è fatta lungo la circonferenza "media" dell'anello, il prodotto scalare diventa un prodotto algebrico per la condizione detta nel testo (le linee di campo sono circonferenze!). La corrente concatenata con questo circuito è $N\,I$ dato che ci sono N spire!]

Francesco Fuso – tel 050 2214305 – e-mail: fuso@df.unipi.it – web page: http://www.df.unipi.it/~fuso/dida

c) Quanto vale il flusso del campo magnetico $\Phi(\boldsymbol{B})$ sulla sezione del toro?
$\Phi(\boldsymbol{B})$ = …………………………………... sB [il campo è considerato uniforme!]

3. Due fili paralleli di lunghezza l e resistività **trascurabile** (sono fatti di un conduttore ideale e la loro resistenza è nulla!) sono posti a distanza d l'uno dall'altro. Due loro estremi sono collegati da un resistore di resistenza R , mentre gli altri due estremi sono attaccati ad un generatore di differenza di potenziale ideale V. La situazione è schematizzata in figura.



a) Quanto vale la corrente I che scorre nel circuito? Disegnatene il verso per i due fili 1 e 2.
I = …………………………………... V/R [il verso è da sinistra a destra per il filo 1 e da destra a sinistra per il filo 2 – la corrente scorre dal polo positivo a quello negativo!]

b) Disegnate schematicamente alcune linee del campo magnetico $\boldsymbol{B_1}$ generate dalla corrente che passa per il filo 1?
Sono circonferenze centrate sul filo e con un verso di percorrenza coerente con la regola della mano destra

c) Quanto vale, in modulo, il campo $B_1(d)$ prodotto dal filo 1 sul filo 2 (cioè calcolato ad una distanza pari a d rispetto al filo 1)?
$B_1(d)$ = …………………………………... $\mu_0 I / (2\pi d)$ [solito teorema di Ampere per un filo percorso da corrente]

d) Che direzione e verso ha la forza magnetica $\boldsymbol{F_{12}}$ che il filo 1 esercita sul filo 2?
Direzione e verso: …………………………… il campo $\boldsymbol{B_1}$ entra nel foglio, la corrente sul filo 2 va destra a sinistra, quindi la forza magnetica ha direzione che appartiene al foglio ed è ortogonale ai fili; il verso è tale che essi tendono ad allontanarsi reciprocamente

e) Quanto vale il modulo della forza $\boldsymbol{F_{12}}$?
F_{12} = …………………………………... $B_1 I l = \mu_0 I^2 l / (2\pi d)$

f) Ora sforzatevi di vedere un aspetto semplice, ma un po' nascosto, del problema: di fatto di due fili, benché percorsi da corrente, sono due conduttori posti alla differenza di potenziale V (si suppone che i conduttori siano equipotenziali, ragionevole dato che la loro resistenza è nulla). Quindi il sistema dei due fili rappresenta un condensatore, e i fili porteranno una certa quantità di carica (q e $-q$). Come si scrive la dipendenza funzionale del modulo del campo elettrico $\boldsymbol{E_1}(r)$ prodotto dal filo 1 in funzione della distanza r dal suo asse?
$E_1(r)$ = …………………………………... $q / (\varepsilon_0 2\pi l r)$, q essendo la carica sul filo 1 [si ottiene facilmente con il teorema di Gauss!]

g) E quanto vale, in funzione dei dati del problema (in particolare la differenza di potenziale tra i fili collocati a distanza relativa d) la carica q che si trova sul filo 1? [Per questa risposta, considerate che il filo 1 abbia un raggio a piccolo ma diverso da zero, cioè che sia un cilindro invece di un filo; in caso contrario incontrereste dei "problemi matematici"]
q = …………………………………... $V \varepsilon_0 2\pi l / ln(d/a)$ [viene imponendo che la differenza di potenziale sia V; operativamente si ragiona come nel caso dei condensatori cilindrici!]

h) Quanto vale, in modulo direzione e verso, la forza di natura **elettrica** $\boldsymbol{F_{E12}}$ che il filo 1 esercita sul filo 2?
Direzione e verso: …………………………… la forza è attrattiva dato che agisce tra cariche di segno opposto; in pratica essa è opposta a quella magnetica determinata prima
F_{E12} = …………………………………... $|-q|\, E_1(d) = V^2 \varepsilon_0 2\pi l /(d\, ln^2(d/a))$ [notate che, essendo le forze magnetiche ed elettriche dirette in versi opposti tra loro, è possibile trovare condizioni di equilibrio meccanico]

Francesco Fuso – tel 050 2214305 – e-mail: fuso@df.unipi.it – web page: http://www.df.unipi.it/~fuso/dida