

Corso di Laurea Ing. EA – ESERCIZI DI FISICA GENERALE – nr. 4, 29/10/2004

1. Un corpo puntiforme di massa m è legato ad una corda inestensibile, lunga R e attaccata ad un suo capo ad una parete rigida. Il corpo può muoversi su un piano verticale sotto l'azione dell'accelerazione di gravità g diretta verso il basso (è un pendolo semplice!!).
 - a) Quanto vale la componente tangenziale F_q della forza agente sul corpo? (Usate un sistema di riferimento polare r, q per descrivere la posizione del corpo, tale che $\theta = 0$ corrisponda alla posizione di equilibrio del corpo, quando esso si trova sulla verticale)

$F_q = \dots\dots\dots -mg \sin q$ [è la proiezione lungo la direzione tangenziale della forza peso]
 - b) Scrivete la legge oraria del moto angolare del corpo $\theta(t)$ e della sua velocità angolare $d\theta(t)/dt$ supponendo che all'istante $t = 0$ esso venga lasciato libero con velocità iniziale nulla dalla posizione θ_0 **molto vicina a $q = 0$ (piccole oscillazioni)**

$\theta(t) = \dots\dots\dots \theta_0 \cos(\omega t)$, con $\omega = \sqrt{g/R}$
 $d\theta(t)/dt = \dots\dots\dots -\omega \theta_0 \sin(\omega t)$
 - c) Dopo essere passato per la posizione di equilibrio, il corpo risale fino a fermarsi ad una certa posizione angolare θ' e ad una certa quota y' (intesa come distanza in direzione verticale rispetto alla posizione di equilibrio). Quanto valgono θ' ed y' ?

$\theta' = \dots\dots\dots -\theta_0$
 $y' = \dots\dots\dots R \cos \theta' = R \cos \theta_0$
 - d) Come cambia “qualitativamente” la risposta al quesito b) se si suppone che il corpo venga lasciato partire da θ_0 con una **velocità angolare iniziale** $\psi \neq 0$?

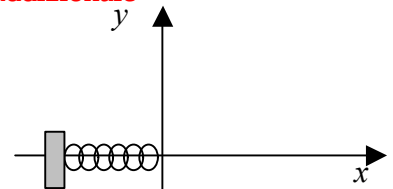
$\dots\dots\dots$ la condizione iniziale con velocità angolare diversa da zero implica la presenza di un certo valore di **fase costante Φ** diverso da zero nella soluzione dell'equazione differenziale. Nel caso specifico, facendo calcoli laboriosi che non siete tenuti a svolgere, si trova $\theta(t) = A \cos(\omega t + \Phi)$, con $\Phi = \arctan(-\psi/(\omega \theta_0))$ ed $A = (\theta_0^2 + (\psi/\omega)^2)^{1/2}$
 - e) Ora tornate al caso del quesito b), cioè supponete di lasciar andare il corpo con velocità iniziale nulla. Immaginate però che il corpo sia dotato di una carica elettrica Q e che ci si trovi in presenza di un **campo elettrico omogeneo E** diretto verticalmente (come la gravità). Come si scrive in questo caso la legge oraria del moto $\theta(t)$?

$\theta(t) = \dots\dots\dots \theta_0 \cos(\omega t)$, con $\omega = \sqrt{(g + QE/m)/R}$
Spiegazione sintetica della risposta: $\dots\dots\dots$ sul corpo agisce, oltre alla forza peso, la forza elettrica QE che si somma (vettorialmente) alla gravità. Il moto è ancora oscillatorio, ma la sua pulsazione cambia per effetto di questa forza addizionale
2. Sul piano xy disponete 4 cariche elettriche $Q_1 = Q_2 = Q_3 = q$ e $Q_4 = 4q$, con q valore generico di carica. Le posizioni occupate dalle cariche sono le seguenti: $r_1 = (0, 0)$, $r_2 = (0, A)$, $r_3 = (0, -A)$, $r_4 = (2A, 0)$, con A valore generico di posizione.
 - a) Disegnate il diagramma di corpo libero per la carica Q_1 .
 - b) Qual è l'espressione vettoriale della forza risultante F sulla carica Q_1 ?

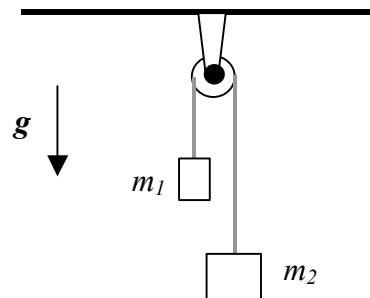
$F = (\dots\dots\dots, \dots\dots\dots) (-\kappa q^2/A^2, 0)$ [per ragioni di “simmetria” le forze esercitate dalle cariche Q_2 e Q_3 si annullano a vicenda]
 - c) Quanto vale il **campo elettrico E** generato dalle cariche Q_2, Q_3, Q_4 sulla posizione della carica Q_1 ?

$E = \dots\dots\dots F/Q_1$
 - d) Se disponete una molla di costante elastica k lungo l'asse x come indicato in figura (a mo' di respingente ferroviario...), quanto vale in modulo la sua compressione o allungamento Δl ?

$\Delta l = \dots\dots\dots F/k$
☐ allungamento ☒ compressione ☐ non si può dire



3. Avete due masse m_1 ed m_2 (supponiamo $m_2 > m_1$) attaccate ai due capi di una fune **inestensibile** e di **massa trascurabile**. La fune passa per la gola di una puleggia (supposta anch'essa di **massa trascurabile** ed in grado di ruotare **senza attrito** attorno al suo asse) appesa ad un robusto solaio come in figura. (Per curiosità, questo sistema si chiama “macchina di Atwood”).



a) Disegnate il diagramma di corpo libero per tutti gli elementi del sistema.

b) Scrivete le equazioni del moto per le due masse (indicate con a_1 ed a_2 le loro accelerazioni, e con T la tensione della fune – specificate bene le convenzioni che usate per i segni!!):

$$m_1 a_1 = \dots\dots\dots m_1 g - T$$

$$m_2 a_2 = \dots\dots\dots m_2 g - T \quad \text{errore sul segno corretto 24/11/04}$$

Nota sui segni utilizzati: $\dots\dots\dots$ **sto usando un riferimento orientato verso il basso (la componente di g è positiva – potrei ovviamente usare anche la convenzione opposta!!)**

c) Quanto valgono, nel riferimento che avete scelto, le accelerazioni a_1 ed a_2 delle due masse? (Ragionate bene sulla relazione che deve esistere fra queste due accelerazioni!!)

$$a_1 = \dots\dots\dots - g (m_2 - m_1)/(m_2 + m_1)$$

$$a_2 = \dots\dots\dots - a_1$$

d) Quanto vale, in modulo, la tensione T della fune?

$$T = \dots\dots\dots g 2 m_1 m_2 / (m_2 + m_1)$$

4. Una massa $m = 200$ g è appesa, attraverso una molla di massa trascurabile e costante elastica $k = 2.00 \times 10$ N/m, ad un solaio (g vale, in modulo, 9.80 m/s²).

a) Detto z un asse verticale che punta verso il basso, con origine nella posizione di riposo della molla, scrivete l'equazione del moto della massa: (a_z indica l'accelerazione lungo l'asse z)

$$a_z = d^2 z(t)/dt^2 = \dots\dots\dots mg - kz(t)$$

b) Quanto vale la posizione di equilibrio stabile z_{EQ} della massa?

$$z_{EQ} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ cm.} \quad mg/k = 9.80 \text{ cm}$$

c) Quanto vale la pulsazione ω del moto oscillatorio che vi aspettate che la massa compia?

$$\omega = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ rad/s} \quad \ddot{O}(k/m) = 10 \text{ rad/s}$$

d) Scrivete la legge oraria del moto $z(t)$ supponendo che all'istante iniziale $t = 0$ “lasciate libera di andare” la massa da $z = 0$ con velocità $v_z = 0$ (formalmente, dovete trovare la soluzione dell'equazione differenziale al secondo ordine da voi scritta al punto a) con le condizioni al contorno specificate per posizione e velocità)

$$z(t) = \dots\dots\dots z_{EQ}(1 - \cos(\omega t))$$

5. Da alcune misure sperimentali, osservate che l'andamento temporale della velocità di una certa particella di massa m in moto unidimensionale è ben descritto dalla legge $v(t) = v_0 (1 - e^{-At})$, con $A > 0$.

a) Questa legge potrebbe indicare che la particella si muove, partendo da ferma, in un fluido viscoso?

☐ no ☒ sì ☐ boh

b) Se avete risposto “sì” al quesito precedente, e supponete che il moto in questione avvenga per effetto dell'accelerazione di gravità g , quanto vale il coefficiente di attrito viscoso β ?

$$\beta = \dots\dots\dots A m$$