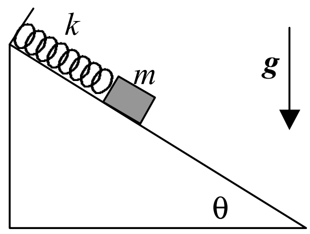
Corso di Laurea Ing. EA – ESERCIZI DI FISICA GENERALE – nr. 5, 5/11/2004

1. Avete una massa *m* collegata, tramite una molla di costante elastica *k*, alla sommità di un piano inclinato con angolo θ (vedi figura). Supponendo che non vi siano attriti, quanto vale, **all'equilibrio**, l'allungamento Δl della molla (in valore assoluto)?



Δl = ... *(mgsinq)/k*

a) Supponete ora che, per qualche ragione, il piano inclinato presenti un attrito statico, con coefficiente μ_S. Qual è il massimo valore del modulo della forza di attrito statico $F_{A,S}$ subita dalla massa?

$F_{A,S}$ = ... *(mgcosq)*μ_S

b) In queste condizioni, si osserva che potete spostare (molto lentamente) la massa verso la base del piano inclinato e mantenere una situazione di equilibrio. Quanto vale la massima elongazione della molla $\Delta l'$ che potete raggiungere in questo modo (in valore assoluto)?

$\Delta l'$ = ... *(mg(sinq +* μ_S *cosq))/k* [allungando la molla, la massa tenderebbe a "risalire" il piano per effetto della forza elastica, ma la forza di attrito statico si oppone a questo moto]

c) Se allungate ulteriormente la molla di un tratto Δx (in valore assoluto) rispetto al valore $\Delta l'$ della risposta precedente, e lasciate andare liberamente la massa, osservate che essa inizia a "risalire" il piano. Usando come asse *x* la direzione inclinato stesso (orientato verso la sommità del piano e con l'origine nel punto in cui la molla ha lunghezza di riposo), come si scrivono l'equazione del moto della massa e le condizioni iniziali x_0 e v_0? [indicate con *a(t)* l'accelerazione della massa lungo questo asse]

a(t) = ... *-gsinq + (k/m)x(t)* [c'è solo attrito **statico**, e non agisce quando la massa si muove!] risultato corretto 24/11/04 su osservazione di attento studente

x_0 = ... *- (Dl' + Dx)* [per la scelta dell'origine!]

v_0 = ... 0 [dal testo]

d) Scrivete una **soluzione particolare** x_P per l'equazione del moto (possibilmente, la più semplice!)

x_P = ... *mgsinq/k* [si ottiene per *a* = 0]

e) A questo punto, ricordando che un'espressione per la soluzione generale di un'equazione differenziale del secondo ordine **omogenea** è del tipo *Acos(wt* + Φ*)*, con *A, w*, e Φ da determinare, come si scrivono la legge oraria del moto *x(t)* e della velocità *v(t)*? [ricordate anche che (d*cos*α /dt) = - (dα/dt) *sina*]

x(t) = ... $A\cos(\omega t + \Phi) + x_P$

v(t) = ... $- A\omega\sin(\omega t + \Phi)$

con: .... $\omega = \sqrt{(k/m)}$; inoltre dalle condizioni iniziali si ottiene: $\Phi = 0$; $A = x_0 - x_P$ = etc. etc.

f) Quanto vale la massima coordinata x_{MAX} raggiunta dalla massa nel suo moto? (ricordate che l'asse *x* è diretto verso la sommità del piano)

x_{MAX} = ... $- A + x_P = - x_0 + 2x_P$ = etc. etc. [si ottiene imponendo $\cos(\omega t_{MAX}) = - 1$]

g) Il moto è **sicuramente** periodico? Commentate:

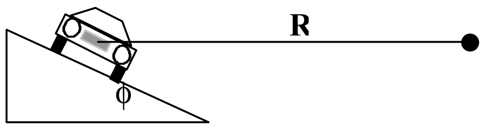
Francesco Fuso – tel 050 2214305 – e-mail: fuso@df.unipi.it – web page: http://www.df.unipi.it/~fuso/dida

.... dipende se la forza (elastica + proiezione della forza peso) risentita dalla massa quando questa si trova nella posizione x_{MAX} è maggiore o minore della massima forza di attrito: se è minore, la massa si ferma e il moto non è periodico!]

2. Un modo molto bislacco di misurare un coefficiente di attrito statico incognito μ_S per una superficie scabra segue questa procedura: poggiate una massa m = 10 Kg sulla superficie, ed applicate una forza F = 46.5 N parallela al piano. Quindi agganciate alla massa un pallone, di massa trascurabile, che potete riempire di un gas di densità trascurabile rispetto all'aria (che ha densità ρ = 1.00 Kg/m^3).
   a) Supponendo che la massa cominci a muoversi sotto l'effetto della forza F quando il volume del pallone è V = 500 l, quanto vale μ_S? (usate per l'accelerazione di gravità il valore g = 9.80 m/s^2)
   μ_S = ...= .... $F/(mg - \rho gV) \approx 0.50$

   b) Supponendo di continuare a spingere con la stessa forza, e sapendo che il coefficiente di attrito dinamico vale $\mu_D = \mu_S/2$, quanto vale la velocità v raggiunta dalla massa dopo un intervallo di tempo t = 20.0 s?
   v = ...= ....m/s at » 46.5 m/s , con $a = (F - (mg - \rho gV)\mu_D)/m = F(1 - \mu_D/\mu_S)/m = F/(2m)$

3. Un'automobile di massa m percorre a velocità costante una curva di raggio R che ha il piano stradale inclinato di un angolo ϕ rispetto all'orizzontale ("curva parabolica" – vedi figura).



   a) Disegnate il diagramma di corpo libero dell'automobile.

   b) Sapendo che il coefficiente di attrito statico è μ_S, quanto vale in modulo la massima forza di attrito statico $F_{A,S}$?
   $F_{A,S}$ = ... $(mg\cos f)\mu_S$

   c) Quanto vale in modulo la **componente radiale** (cioè diretta lungo la congiungente dell'automobile con il centro della curva) della forza di reazione vincolare $F_{N,R}$ esercitata dalla strada sull'automobile?
   $F_{N,R}$ = ... $mg\cos f \sin f$

   d) Quanto vale la velocità massima v di percorrenza della curva prima che l'automobile cominci a sbandare?
   v = ... $(Rg\cos f(\mu_D \cos f + \sin f))^{1/2}$ [deve essere forza centripeta = $F_{N,R}$ + componente radiale della forza di attrito, che si oppone al moto **sul piano della strada**; notate che il valore di v può essere maggiore di quello che si ha su strada piana]

4. Osservate che un oggetto lanciato su un piano scabro con velocità v_0 = 9.8 m/s si ferma dopo aver scivolato per un tratto d = 9.8 m. Quanto vale il coefficiente di attrito dinamico μ_D?

   ☐ 1.0 ✗ ☐ 0.5 ☐ non si può dire

   Spiegazione sintetica della risposta: ....
   Lo spazio percorso nella frenata dall'oggetto vale $v_0^2/(2\mu_D g)$, dato che si tratta di moto uniformemente accelerato (decelerato) sotto l'azione dell'attrito dinamico.