Corso di Laurea Ing. EA – ESERCIZI DI FISICA GENERALE – nr. 9, 22/12/2004

1. In un crash-test, un SUV, di massa M = 2000 Kg, urta una Panda, di massa $m = M/2$. Prima dell'urto, le due autovetture procedono l'una contro l'altra nella stessa direzione, con velocità di uguale **modulo**, v_0 = 36 Km/h. L'urto è frontale e **centrale**, cioè le velocità delle due auto dopo l'urto hanno la stessa direzione delle velocità iniziali.
   a) Supponendo per il momento che l'urto sia elastico, scrivete le equazioni che consentono di determinare i valori (incogniti) delle velocità V e v rispettivamente del SUV e del Pandino dopo l'urto: (fate tutte le semplificazioni possibili, incluse quelle consentite dal fatto che $m = M/2$!)
   Prima equazione: ……………………………………$v_0 = 2V + v$ [viene dalla cons. della quantità di moto totale: $(M - m)\, v_0 = MV + mv$, dove si noti che abbiamo scelto come verso positivo delle velocità quello della velocità iniziale del SUV]
   Seconda equazione: ……………………………………$3v_0^2 = 2V^2 + v^2$ [viene dalla cons. dell'energia cinetica totale]

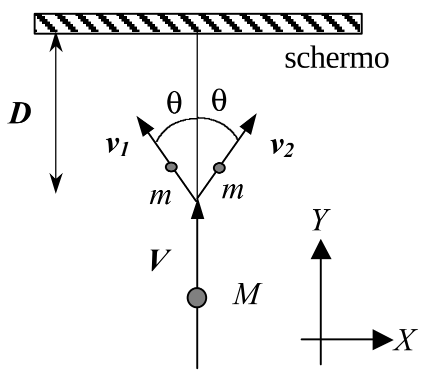
   b) Quanto valgono V e v? (dovrete risolvere un'equazione algebrica del secoondo grado: scartate la soluzione "fisicamente non significativa"!)
   V = …………………………………... = ……… m/s $-v_0/3$ = - 3.3 m/s [il segno negativo indica che il SUV "rimbalza" all'indietro]
   v = …………………………………... = ……… m/s $5v_0/3$ = 17 m/s [il segno positivo indica che il Pandino, dopo l'urto, prende a muoversi nel verso che inizialmente aveva il SUV]

   c) Supponendo che la durata dell'urto sia Δt = 0.1 s, quanto varrebbe in valore asouluto l'accelerazione **media** a subita dal Pandino durante l'urto?
   a = …………………………………... = ……… m/s^2 $|\Delta p|/(m\ \Delta t) = 8\ v_0/(3\Delta t)$ = 267 m/s^2 [oltre 25 volte l'accelerazione di gravità!]

   d) Quanto valgono le velocità del **centro di massa** v_{CM} e v'_{CM} rispettivamente prima e dopo l'urto?
   v_{CM} = …………………………………... = ……… m/s $(M - m)v_0/(M + m) = v_0/3$ = 3.3 m/s
   v'_{CM} = …………………………………... = ……… m/s $(MV + mv)/(M + m) = (2V + v)/3 = v_0/3$ = 3.3 m/s [la velocità del centro di massa non cambia!]

   e) Nella realtà, invece, l'urto non è perfettamente elastico, e quello che si osserva è che i progettisti delle due vetture sono riusciti a realizzare delle carrozzerie che, complessivamente, "assorbono" la metà dell'energia cinetica totale iniziale. Cosa cambia nei risultati del problema?
   …………………………………... La seconda equazione scritta prima, quella della conservazione dell'energia, viene modificata per la presenza di un termine di dissipazione dell'energia. In pratica la quantità al primo membro si dimezza, e quindi le soluzioni V e v cambiano (i loro valori diminusicono, così come l'accelerazione di cui al punto c)).

2. In un esperimento di fisica molecolare, si ha un fascio di molecole metastabili (cioè complessi molecolari non stabili a tempi lunghi) di massa M che viaggiano lungo la direzione Y con velocità uniforme V. Ad un dato istante, una molecola che appartiene a questo fascio si dissocia in due frammenti, ognuno di massa $m = M/2$. I vettori velocità dei due frammenti formano **lo stesso angolo** θ (diverso da zero) rispetto alla direzione del fascio molecolare, cioè rispetto all'asse Y, come rappresentato in figura; sulla base di semplici ragioni di simmetria (i due frammenti hanno la stessa massa, e sono "identici") si ha, per i moduli, $v_1 = v_2 = v$. Notate che nel processo non è detto che si conservi l'energia cinetica.



   a) Che relazione deve esistere tra V, v e l'angolo θ?

v = ……………………………………$V/\cos\theta$ [viene dalla cons. della quantità di moto totale lungo Y]

b) Quanto vale la variazione di energia ΔE nel processo in funzione dei dati del problema?
ΔE = ……………………………………$m(v^2 - V^2) = mV^2 tg^2\theta$ [viene dal bilancio energetico e dalla risposta alla domanda precedente]

c) A distanza D dal punto in cui avviene la frammentazione si trova uno schermo sensibile all'arrivo delle particelle. Quanto vale la coordinata x del punto in cui il frammento 2 arriva sullo schermo? (ponete l'origine dell'asse X in coincidenza dell'asse del fascio molecolare, e supponete trascurabili gli effetti dovuti alla gravità o ad altri campi di forze)
x = ……………………………………$v \sin\theta\, D/(v \cos\theta) = D\, tg\theta$

d) Supponendo ora che i frammenti siano "ionizzati", cioè dotati di una carica elettrica, e che sia presente un campo elettrico E **uniforme e costante** diretto lungo l'asse Y , la posizione x determinata al punto precedente:
✗ ☐ resta uguale ☐ cambia ☐ non si può dire
Spiegazione sintetica della risposta: ……………………………….. il sistema rimane isolato lungo l'asse X e pertanto non ci sono forze che possano far variare la posizione x. Notate che la posizione del centro di massa dell'intero sistema rimane inalterata (è sempre lungo l'asse del fascio)

3. Un sistema è costituito da due masse puntiformi m unite tra loro da una molla di massa trascurabile, lunghezza a riposo l e costante elastica k. Inizialmente la molla è tenuta compressa per una lunghezza Δ da un filo, e la congiungente le due masse si trova in direzione orizzontale.

a) Riferendovi ad un sistema di riferimento con l'origine nel punto medio della congiungente le due masse, l'asse X orizzontale e l'asse Y verticale e diretto verso il basso, quali sono le coordinate x_{CM} ed y_{CM} del centro di massa del sistema?
x_{CM} =: ……………………………………0 [il CM è fra le due masse]
y_{CM} =: ……………………………………0 [per come si è scelto il sistema di riferimento]

b) Ad un dato istante, che porremo t = 0, questo filo si rompe, e, contemporaneamente, il sistema viene lasciato cadere da una certa altezza sotto l'azione della gravità $\boldsymbol{g}$. Come si scrivono le equazioni del moto $x_{CM}(t)$ ed $y_{CM}(t)$ **del centro di massa** per t > 0? (Trascurate ogni forma di attrito)
$x_{CM}(t)$ =: ……………………………………0 [non ci sono forze lungo X]
$y_{CM}(t)$ =: ……………………………………$(g/2)t^2$ [per come si è scelto il sistema di riferimento]

c) Come si scrivono, in funzione dei dati del problema (e del tempo), le forze $F_{1X}(t)$ ed $F_{2X}(t)$ che agiscono rispettivamente sulle masse 1 e 2? (Chiamate $x_1(t)$ ed $x_2(t)$ le coordinate orizzontali delle due masse, considerate solo le componenti orizzontali delle forze, cioè solo le forze dovute alla compressione/estensione della molla, e state attenti ai segni)
$F_{1X}(t)$ =: ……………………………………$k[l - (x_1(t) - x_2(t))]$ [il termine tra parentesi quadre rappresenta, in modulo, la comprensione/estensione della molla, ed il segno è quello giusto]
$F_{1X}(t)$ =: ……………………………………$- k[l - (x_1(t) - x_2(t))]$ [vedi sopra]

d) Come si scrive l'equazione che stabilisce l'evoluzione temporale della distanza relativa tra le masse stesse, $d(t) = x_1(t) - x_2(t)$?
$d(t)$ =: ……………………………………$l - \Delta\cos(\omega t)$, con $\omega = (2k/m)^{1/2}$ [sottraete le forze di cui al punto c), fate un po' di algebra, risolvete l'equazione differenziale con le giuste condizioni iniziali, e dovreste ottenere questa soluzione]

e) Descrivete **a parole** il moto del complessivo del sistema:
…..……………………………………le due masse oscillano lungo una direzione orizzontale, in modo tale che il loro CM rimanga sempre ad x = 0 (il sistema è **isolato** lungo X); inoltre le due masse cadono come dei **gravi**, con accelerazione di gravità