

Misure con i polaroid

fuso@df.unipi.it; <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>

(Dated: version 1 - FF, 9 maggio 2015)

Questa breve nota riporta il risultato dell'analisi delle misure da me effettuate nell'esperienza con i polaroid.

I. INTRODUZIONE

L'esperienza è composta da due distinte misure, che prevedono l'uso rispettivamente di uno e due filtri polarizzatori (polaroid). Inoltre nelle due misure si impiegano un laser a diodo con emissione nel rosso (lunghezza d'onda attorno a 660 nm) e un fotodiodo usato in modalità fotovoltaica, collegato a una resistenza e a un multimetro predisposto per la misura di tensioni (fondo scala 200 mV).

Si discutono qui di seguito alcune considerazioni generali che valgono per tutte e due le misure.

A. Misura della fotocorrente

Il fotodiodo usato in modalità fotovoltaica produce una corrente (*fotocorrente*) proporzionale alla potenza (mediata nel tempo) che incide sulla sua superficie attiva. Questo processo avviene secondo meccanismi che hanno luogo nella giunzione pn del diodo in condizioni di *assenza di polarizzazione*: tali meccanismi saranno probabilmente accennati in una prossima lezione.

Nelle giunzioni pn realizzate in silicio, come per il fotodiodo impiegato in laboratorio, si sa che la produzione di fotocorrente dà luogo a un'intensità di corrente ragionevolmente ben descritta da $I_{ph} = kP$, dove P è la potenza media della radiazione inviata alla superficie sensibile e k è un fattore di conversione che vale, alla lunghezza d'onda osservata, $k \sim 0.45$ A/W. Notate che questo è un valore tipico e non il risultato di una calibrazione per lo specifico fotodiodo utilizzato, per cui l'eventuale misura di potenza non può essere specificato con l'incertezza (si tratta dunque di una valutazione approssimativa). I laser in uso hanno una potenza tipica dell'ordine di un paio di mW, per cui la fotocorrente prodotta è dell'ordine del mA.

In linea di principio, la lettura di questa fotocorrente potrebbe essere realizzata in modo diretto con un microamperometro, ovvero predisponendo il multimetro digitale per la misura di corrente. Tuttavia la caduta di potenziale prodotta dall'inserzione dello strumento (dovuta alla sua resistenza interna) rende poco affidabile e rumorosa la misura diretta della corrente. Quindi si consiglia di chiudere il circuito su un carico noto e costante, cioè collegare il fotodiodo a una resistenza nota e di piccolo valore ($R = 100$ ohm nominali, nell'esperienza pratica), e misurare la caduta di potenziale ai capi di questa resistenza. La fotocorrente potrà essere semplicemente

dedotta usando la legge di Ohm, dato che la resistenza interna dello strumento, usato come voltmetro, è così alta da poterne trascurare gli effetti.

Essendo nota la fotocorrente prodotta e supponendo di conoscere il fattore di conversione k è possibile determinare la potenza misurata dal fotodiodo. Infatti la sezione del fascio, come risulta "ad occhio", è minore o paragonabile all'estensione trasversale della superficie attiva del fotodiodo, per cui tutta la potenza viene effettivamente raccolta. Allo scopo di garantirsi che questo si verifichi, occorre preliminarmente eseguire un allineamento finalizzato a massimizzare la lettura del millivoltmetro in assenza di polaroid. Inoltre, per evitare che il fascio venga deflesso in maniera considerevole a causa della presenza dei polaroid (che sono delle lamine dielettriche, che quindi possono deflettere e traslare il fascio a causa della rifrazione), occorre porre attenzione al fatto che la superficie dei polaroid stesi sia ortogonale alla direzione di propagazione del fascio.

Inoltre nel resto di questa nota avremo qualche volta a che fare con l'*intensità della radiazione*. Il legame fra questa e la potenza letta dal fotodiodo è costituito da un'area (la più piccola tra quella del fascio e quella della superficie sensibile del fotodiodo, cioè, nel nostro caso, quella del fascio, molto probabilmente). Quest'area, supponendo che nel corso delle misure non intervengano significativi effetti di disallineamento, può essere tranquillamente considerata costante.

Dunque la misura della tensione sul multimetro può essere considerata *proporzionale* all'intensità della radiazione che incide sul fotodiodo.

B. Incertezze di misura

Le misure da eseguire sono coppie di misure di tensione e di angolo del goniometro (traslatore ruotante con goniometro) su cui sono montati i polaroid.

Poiché la misura della tensione è eseguita sempre con lo stesso strumento e nella stessa scala, potrebbe essere ragionevole rimuovere dalla determinazione dell'incertezza la componente dovuta alla calibrazione. Questa è la scelta che io ho, arbitrariamente, seguito. Quindi non ho considerato l'errore relativo dello 0.5 %, che ho (arbitrariamente) attribuito alla calibrazione, e ho mantenuto l'errore ± 1 digit, che ho considerato come l'incertezza intrinseca della digitalizzazione. Notate che non siete affatto forzati a seguire la mia scelta, e, a seconda delle vostre personali considerazioni, potete anche tenere in conto del-

l'errore relativo dello 0.5 %. Ovviamente, visto che nelle misure effettuate ce ne saranno alcune in cui la tensione è pressoché nulla, non siete affatto autorizzati a trascurare l'incertezza di lettura (quella di digitalizzazione, secondo il linguaggio di cui sopra).

Per la misura degli angoli, che è effettuata con goniometri con risoluzione di 0.5 gradi, ho scelto di usare un'incertezza ± 1 gradi.

Notate che, in queste condizioni, può verificarsi che l'incertezza sulle misure angolari, che si riferiscono all'"asse orizzontale" dei grafici, sia maggiore, in termini relativi, di quella sulle misure di tensione, che invece si riferiscono all'"asse verticale". Dunque nell'analisi (best-fit) farò in modo di considerare, con i noti metodi (approssimati) basati sulla propagazione dell'errore, tutte e due le incertezze sperimentali.

C. Zero della misura angolare

I polaroid hanno due assi ottici mutuamente ortogonali. L'ampiezza di un'onda polarizzata linearmente che incide su un polaroid viene "proiettata" lungo la direzione di uno dei due assi ottici (facendo riferimento alla costruzione microscopica del polaroid, questa è la direzione ortogonale a quella di allineamento delle molecole che assobono). Dunque l'angolo rilevante è quello compreso tra la direzione di polarizzazione (incidente) e quella di uno degli assi ottici del polaroid.

Nell'esperienza, i goniometri che permettono la lettura dello spostamento angolare dei polaroid hanno uno zero nella propria scala che deve essere considerato *arbitrario*. Infatti il montaggio del polaroid sul traslatore angolare è effettuato in maniera non rigida e non calibrata. Inoltre, come si verifica molto spesso, le direzioni degli assi ottici sono ambigue, per cui esiste un'ulteriore incertezza di $\pm \pi/2$ rad.

Di tutto questo occorre tenere conto nell'analisi aggiungendo un parametro di fit che corrisponde alla posizione effettiva dello zero angolare misurata sulla scala del goniometro.

D. Segnale di fondo

Il fotodiodo è, ovviamente, sensibile a qualsiasi radiazione incida sulla sua superficie che abbia lunghezza d'onda all'interno della sua curva di sensibilità. Il montaggio prevede un minimo di schermatura rispetto alle sorgenti spurie (il fotodiodo si trova al termine di una cavità, per cui l'*apertura angolare*, o angolo solido di accettazione, è geometricamente ridotta). Tuttavia, dato che l'esperienza si fa a luce accesa, è possibile che venga misurato un segnale di fondo non necessariamente trascurabile. La risposta del fotodiodo, infatti, prevede che esso sia sensibile (con un valore di k fortemente dipendente dalla lunghezza d'onda e, per i fotodiodi al silicio, piccato intorno a 800 nm) in un vasto intervallo che copre praticamente

tutto il visibile e si estende un po' verso l'infrarosso (nella pratica, da circa 400 nm a circa 1100 nm).

La stima del segnale di fondo può essere eseguita in maniera molto semplice spegnendo il laser e osservando la lettura del millivoltmetro. Se questa è diversa da zero, allora occorre tenerla in conto, sottraendola ai dati misurati con il laser acceso. Così facendo si suppone che essa sia costante per tutta la durata delle misure. Per evitare il contributo del fondo possono essere attuate, negli esperimenti "seri", diverse strategie. Per esempio si possono utilizzare *filtri spettrali* da porre di fronte al fotodiodo in modo da tagliare e componenti di radiazione a lunghezza d'onda diversa da quella del laser, oppure si possono adottare tecniche di *detezione sincrona* applicando al laser una modulazione periodica in ampiezza e leggendo il segnale sincrono (in termini di frequenza e fase) con questa modulazione attraverso dispositivi lock-in.

II. MISURA CON UN POLAROID

La misura con un singolo polaroid ha un'interpretazione immediata. Usando una sorgente polarizzata linearmente, come il laser a diodo è con *buona approssimazione*, la trasmissione da parte di un singolo polaroid segue la cosiddetta *legge di Malus*. Infatti all'uscita del polaroid l'ampiezza dell'onda elettromagnetica è $\propto \cos \theta$, dove θ è l'angolo compreso tra direzione di polarizzazione (incidente) e asse ottico del polaroid. Dato che l'intensità è proporzionale al quadrato dell'ampiezza, e che essa, come già affermato, è anche proporzionale alla lettura del segnale S sul millivoltmetro, la legge modello è del tipo $S \propto \cos^2 \theta$.

Per tenere in conto dell'arbitrarietà dello zero angolare e del segnale di fondo, la funzione modello può essere scritta come

$$S = A \cos^2(\theta - \theta_0) + B, \quad (1)$$

dove A è un fattore di proporzionalità che dipende in modo complicato da tutti i fattori di proporzionalità che ci sono nella misura (resistenza R , fattore k , area del fascio laser, assorbimento residuo del polaroid, etc.), θ_0 è la posizione angolare (misurata con il goniometro) dell'asse ottico del polaroid, B è il segnale di fondo. Notate che non è affatto ragionevole cercare di legare il valore di A ai parametri fisici della misura, per cui il risultato del best-fit, in cui A sarà mantenuto libero, non potrà essere confrontato facilmente con le eventuali aspettative.

Poiché lo scopo dell'esperienza è, principalmente, quello di verificare se e fino a che punto la legge di Eq. 1 è in grado di descrivere le misure eseguite, occorre che esse siano raccolte su un intervallo angolare sufficientemente ampio. Infatti la funzione modello è periodica, ed è consigliabile eseguire misure almeno in un semiperiodo. Nelle mie misure ho spazzato l'intervallo $\theta = 0, 180$ gradi in passi da 10 gradi (19 misure).

La Fig. 1 riporta il risultato delle misure e quello del best-fit secondo la funzione modello (parametri liberi A

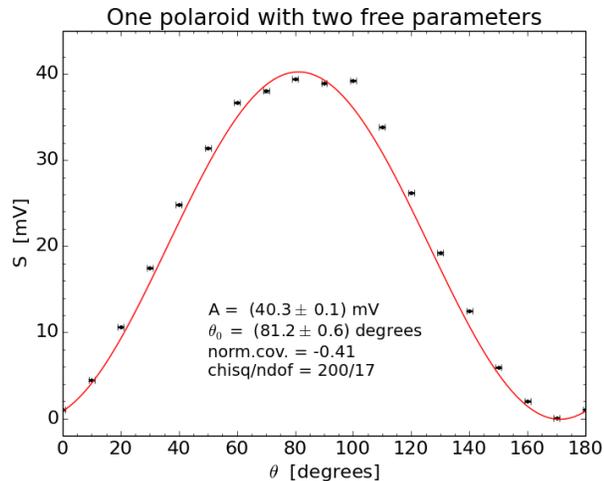


Figura 1. Misure nell'esperienza con un singolo polaroid. Il grafico riporta anche il best-fit secondo l'Eq. 1 e i risultati del best-fit stesso.

e θ_0). Il best-fit è stato eseguito con Python. Per evitare grossolani errori, occorre ricordare che di default gli angoli sono misurati in radianti, per cui è necessario convertire i gradi in radianti. Questo può essere fatto agevolmente all'interno dello script di Python, che siete invitati a leggere (si trova in rete con il nome di `unpol.py`). Nelle mie misure ho riscontrato un segnale di fondo $B = 0.1$ mV, che ho quindi debitamente sottratto nella funzione di fit. Il risultato del fit è mostrato nella figura stessa. Per completezza ho anche provato un best-fit a tre parametri, includendo tra quelli liberi anche B : ovviamente questo parametro risulta fortemente correlato ad A e il considerarlo non modifica in modo sostanziale i risultati, per cui l'ho escluso.

Come si vede, l'accordo non è molto buono e il χ^2 è piuttosto alto, anche se, come già affermato, ho considerato nel fit la propagazione dell'errore sperimentale sulla misura degli angoli. Lo scarso accordo può sicuramente essere dovuto alla sottostima delle incertezze, in particolare di quelle sulla misura angolare, che è stata eseguita in modo molto rapido e senza preoccuparsi dei problemi di parallasse. Inoltre confesso di non aver posto particolare attenzione alla ortogonalità tra superficie del polaroid e direzione di propagazione del fascio.

Notate che l'elevato valore di θ_0 determinato dal fit, prossimo a 90 gradi, è legato proprio all'ambiguità sulla conoscenza degli assi ottici citata in precedenza. Questa ambiguità risulta evidente facendo le misure: infatti il massimo della trasmissione si ottiene in corrispondenza a una lettura angolare θ prossima a 90 gradi, e non a zero. Tenete presente che questa situazione dipende in modo specifico da come sono stati montati i polaroid, per cui in molti casi si può verificare $\theta_0 \sim 0$.

Come ultima osservazione notate che la misura eseguita in assenza dei polaroid corrispondeva a $S \approx 90$ mV. Si vede come con un singolo polaroid la potenza trasmessa

valga al massimo meno della metà del valore senza polaroid. Questo può essere ascritto alla scarsa qualità del polaroid utilizzato, che evidentemente assorbe in maniera tutt'altro che trascurabile anche la radiazione polarizzata lungo la direzione che, invece, dovrebbe passare senza essere assorbita.

III. MISURA CON DUE POLAROID

La misura con due polaroid richiede di seguire una procedura al termine della quale il secondo polaroid si viene di fatto a trovare in una configurazione tale che l'angolo θ_2 tra il suo asse ottico e la direzione della polarizzazione del laser è $\theta_2 \simeq \pi/2$. Di conseguenza, come si può facilmente dimostrare, l'intensità trasmessa dalla serie dei due polaroid dà luogo a un segnale $S \propto \sin^2(2\theta_1)$, con θ_1 posizione angolare letta dal goniometro del primo polaroid (nella mia misura come primo polaroid ho impiegato quello usato nella misura precedente, cercando di non modificarne il montaggio).

Tenendo conto come in precedenza dello zero angolare e del fondo, la funzione modello diventa

$$S = A \sin^2(2(\theta_1 - \theta_0)) + B, \quad (2)$$

dove θ_1 è la posizione angolare del primo polaroid e gli altri simboli hanno lo stesso significato che in Eq. 1.

La Fig. 2 riporta il risultato di queste nuove misure, assieme al best-fit (lo script si trova in rete con il nome di `duepol.py`; notate che esso è pressoché identico al precedente, a parte la diversa scrittura della funzione modello e pochissimi altri dettagli). Notate che in questo caso la funzione ha una periodicità che è la metà (o il doppio) che nel caso precedente, per cui ho spazzato l'intervallo $\theta = 0, 90$ gradi in passi da 5 gradi (sempre 19 misure).

Questa volta l'accordo con il best-fit è migliore, dato che le misure sono state prese con più attenzione. Notate che, al picco, il segnale è molto debole: questo può essere spiegato sia dalla scarsa qualità del polaroid, come sopra, o anche dalla circostanza che il fattore di proporzionalità che compare nell'Eq. 2 contiene un fattore 4 a dividere, come si può facilmente verificare costruendo il modello. Inoltre è confortante notare che il valore di θ_0 ottenuto dal best-fit è in accordo (al limite) con quello trovato nel caso della misura con singolo polarizzatore: infatti il polarizzatore e il suo montaggio sono gli stessi di prima.

IV. LAMINA RITARDANTE

Una parte dell'esperienza richiede di mantenere sostanzialmente invariata la configurazione rispetto alle misure con due polaroid, ma di sostituire il primo polaroid con una *lamina ritardante*. Le lamine ritardanti sono dispositivi che sfruttano il fenomeno della *birifrangenza* per rendere ellittica una polarizzazione diretta linearmente.

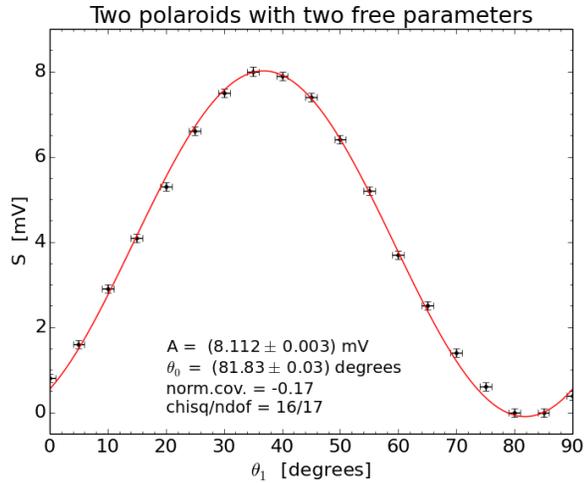


Figura 2. Misure nell'esperienza con due polaroid. Il grafico riporta anche il best-fit secondo l'Eq. 2 e i risultati del best-fit stesso.

Il caso più eclatante e semplice da trattare riguarda le cosiddette *lamine a $\lambda/4$* . Se radiazione elettromagnetica polarizzata linearmente incide su queste lamine in modo tale che la direzione di polarizzazione sia a 45 gradi rispetto agli assi ottici (mutuamente ortogonali) della lamina, allora il passaggio della radiazione attraverso la lamina fa sì che le componenti nelle due direzioni cartesiane mutuamente ortogonali siano sfasate l'una rispetto all'altra di un multiplo dispari di $\pi/2$. Di conseguenza

la radiazione che esce dalla lamina è in queste condizioni polarizzata circolarmente.

Le lamine disponibili in laboratorio non hanno le caratteristiche necessarie (di spessore ottico e sfasamento) per ottenere una polarizzazione perfettamente circolare. Tuttavia esse permettono di generare una polarizzazione ellittica, con caratteristiche che dipendono dalla loro orientazione rispetto alla direzione di polarizzazione incidente (questa orientazione dovrebbe comunque essere prossima a 45 gradi). L'esperienza richiede di verificare *qualitativamente* che la polarizzazione sia ellittica. Per farlo, potete ruotare il polaroid posto di fronte al fotodiodo, cioè quello indicato in precedenza come polaroid 2. Nel caso di polarizzazione ellittica dovreste osservare che il segnale misurato con il millivoltmetro dipende dall'angolo θ_2 , ma che, qualsiasi sia l'angolo di rotazione, il segnale non si azzera.

In linea di principio, anche il polaroid 1 usato prima modificava la direzione di polarizzazione, mantenendola però lineare. Infatti, come si vede bene dai dati di Fig. 2, esisteva la possibilità di annullare l'intensità trasmessa dalla serie dei due polaroid. Sostituendo il polaroid 1 con una lamina ritardante questa possibilità non si verifica più, dato che la polarizzazione ellittica, proiettata sulla direzione dell'asse ottico del polaroid 2, è sempre diversa da zero. Ovviamente nel caso di polarizzazione circolare l'intensità trasmessa dal polaroid 2, e dunque il segnale letto dal millivoltmetro, dovrebbe essere completamente indipendente dall'orientazione del polaroid 2 stesso, per cui una misura così congegnata potrebbe proprio essere un check dell'ottenimento di polarizzazione circolare.