

Nota sull'esperienza del partitore di corrente e generatore di Thevenin

fuso@df.unipi.it; <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>

(Dated: version 1 - FF, 28 ottobre 2014)

Questa nota riguarda alcuni aspetti dell'esperienza su partitore di corrente e generatore di Thevenin che sono risultati un po' indigesti all'atto pratico.

I. DIMENSIONAMENTO DEL PARTITORE DI CORRENTE

Dovete dimensionare il partitore di corrente costituito dal parallelo di R_A e R_B di Fig. 1(a), sapendo che le correnti nei due rami devono essere $I_A = 0.8$ mA e $I_B = 0.4$ mA (con una tolleranza del 30%). Il circuito comprende anche la resistenza R_1 , per cui di fatto avete un problema con tre incognite. Il numero di equazioni indipendenti che potete scrivere dovrebbe essere di due: il rapporto tra le correnti, che fissa il *rapporto* tra le resistenze A e B ($R_A/R_B = I_B/I_A$) e un'equazione che sfrutta la condizione al contorno sulla d.d.p. V_0 , da scrivere sfruttando la legge di Ohm nella forma, per esempio, $V_0 = R_{tot}(I_A + I_B)$, con $R_{tot} = R_1 + R_A//R_B$ (il simbolo indica il parallelo tra le resistenze A e B). Notate che le espressioni considerate *non* tengono conto dell'eventuale ruolo delle resistenze interne, su cui torneremo nel seguito.

Il problema non ha una soluzione analitica unica. Inoltre nella pratica non potete scegliere valori arbitrari delle resistenze, che sono quelle disponibili sul banco (o semplici combinazioni di serie e parallelo). Questa situazione è tipica della pratica sperimentale e richiede di "adattare" le disponibilità con le richieste di progetto. Io ragionerei in questi termini: la richiesta totale di corrente è dell'ordine di 1 mA che, assumendo $V_0 \sim 5$ V (non mi curo delle cifre significative, perché è una stima), implica $R_{tot} \sim 5$ kohm. Inoltre noterei che $R_A//R_B = (2/3)R_A$ (ho tenuto conto del rapporto tra le resistenze e usato le regole per la determinazione del parallelo), cioè $R_1 + (2/3)R_A \sim R_1 + R_A \sim 5$ kohm. Visto il numero finito di resistori sul banco, questa condizione può ragionevolmente (senza inventarsi collegamenti complicatissimi di serie e parallelo) essere ottenuta con un numero finito di combinazioni praticamente realizzabili. A voi trovare la migliore dal punto di vista pratico!

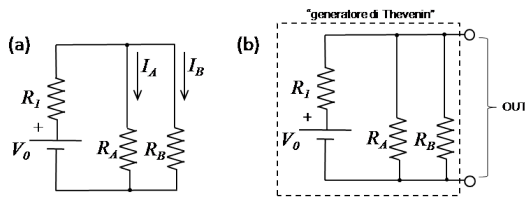


Figura 1. Circuito del partitore di corrente (a) e del "generatore (di d.d.p.) di Thevenin" (b) a cui si riferisce il testo.

A. Ruolo delle resistenze interne

Le resistenze interne di cui preoccuparsi in questa esperienza sono:

1. la resistenza interna del generatore r_G , che ancora non sapete bene quanto valga, ma io anticipo qui che è dell'ordine di poche decine di ohm;
2. la resistenza interna R_{strum} dell'amperometro che usate per la misura di corrente nei vari rami. Come sapete, il costruttore invece di dire quanto vale la resistenza interna, preferisce indicare quanto vale la *caduta di potenziale* prodotta dall'inserzione dello strumento *in serie* (ricordate: l'amperometro deve essere collegato in serie al ramo di cui volete misurare l'intensità di corrente!) con il circuito. Per il multimetro digitale, tale caduta di potenziale è dichiarata $\Delta V_{strum} = 200$ mV, indipendente dalla scala. Se volete ricavare R_{strum} dalla legge di Ohm, dovete tenere presente che il valore appena riportato *si riferisce al fondo scala* impiegato. Poiché per le misure userete presumibilmente il fondo scala di 2 mA, si ottiene $R_{strum} = 100$ ohm (valore dato senza incertezza, pur se presumibilmente affetto da un'incertezza di calibrazione).

Dato che $R_{tot} \sim 5$ kohm, potete essere confidenti nel trascurare gli effetti di r_G . Infatti essi porterebbero a una modifica della d.d.p. erogata dal generatore solo nel caso in cui la resistenza interna fosse paragonabile alla resistenza complessiva del circuito a cui collegate il generatore, e non è questo il caso.

Per quanto riguarda R_{strum} , la risposta dipende dai valori che adoterete per R_A e R_B . Nel caso in cui queste resistenze fossero molto maggiori di R_{strum} , allora sareste sicuramente autorizzati a trascurare gli effetti di R_{strum} , altrimenti la presenza di questa resistenza interna potrebbe modificare la corrente che scorre nel ramo considerato rispetto a quanto ci si attende in assenza dell'amperometro. Tuttavia, tenendo conto dell'ampia tolleranza delle richieste di progetto, è probabile che possiate trascurare gli effetti di R_{strum} in fase di progetto cioè di dimensionamento dei resistori.

II. THEVENIN

Si ricorda che, in termini generali, il modello di Thevenin permette di rimpiazzare un "generatore di d.d.p."

reale, fatto chissà come, con un generatore *ideale* che produce una d.d.p. V_{TH} con in serie una resistenza R_{TH} .

Dato che in questo caso sapete come è costruito il “generatore di Thevenin” (è il blocco nel box tratteggiato di Fig. 1(b), e sapete tutto, a parte r_G , che però abbiamo supposto giocare un ruolo trascurabile), potete confrontare i valori *attesi* di V_{TH} e R_{TH} con i corrispettivi misurati. In tutti e due i casi, occorre seguire delle regole (piuttosto ovvie).

A. Valori attesi

Poiché V_{TH} è la d.d.p. misurata a circuito aperto ai capi delle boccole di uscita del “generatore di Thevenin”, usando la legge di Ohm è possibile stabilire l’espressione che conduce a $V_{TH,att}$ partendo dalla conoscenza di V_0 , R_1 , R_A , R_B . Essa è infatti la d.d.p. ai capi di uno dei due resistori R_A o R_B (è lo stesso!). Potete facilmente trovare l’espressione adatta!

Per quanto riguarda la resistenza di Thevenin R_{TH} , il suo valore atteso può essere determinato *supponendo di rimpiazzare il generatore di d.d.p. V_0 con un cortocircuito*. In queste condizioni la resistenza vista tra le boccole di uscita è data semplicemente dal parallelo dei tre resistori. Dunque anche in questo caso potete facilmente determinare l’espressione di $R_{TH,att}$ in funzione di R_1 , R_A , R_B .

B. Misure dirette

La misura diretta di V_{TH} è immediata se si suppone trascurabile la perturbazione operata dallo strumento di misura (il multimetro *digitale* configurato come voltmetro!) sul circuito sotto analisi. Grossolanamente, questo si verifica se la resistenza interna del voltmetro è molto maggiore di quella delle resistenze usate nel circuito. Ricordatevi bene (e per sempre!) quanto vale la resistenza interna del multimetro digitale usato come voltmetro e vedete se l’approssimazione è ragionevole (direi proprio di sì!).

La misura diretta di R_{TH} richiede un po’ di attenzione. Infatti essa *non* può essere eseguita collegando un ohmetro alle boccole, se non altro perché, come sapete, per misurare una resistenza occorre che la resistenza sia da sola collegata allo strumento di misura (e qui avete un sacco di cose che non sapete, specie cosa succede all’interno dell’alimentatore). Il problema si aggira collegando una resistenza di carico R_c al generatore di Thevenin e misurando o la corrente I_{mis} che vi fluisce o la caduta di potenziale ΔV_{mis} ai suoi capi. Infatti, se il modello di Thevenin è quello che abbiamo stabilito sopra, è ovvio che, per esempio, $I_{mis} = V_{TH}/(R_c + R_{TH})$. Dunque supponendo di conoscere V_{TH} (misurato prima!) e R_c (si misura facilmente con il tester), si può dedurre l’in-

cognita $R_{TH} = V_{TH}/I_{mis} - R_c$. Analogamente nel caso in cui la misura fatta sia quella di ΔV_{mis} , dato che si ha $\Delta V_{mis} = R_c I_{mis}$, si ottiene $R_{TH} = R_c(V_{TH}/\Delta V_{mis} - 1)$. Come succede molto spesso, un metodo (misura della d.d.p. o della corrente) va preferito all’altro a seconda dell’accuratezza che si riesce a ottenere, tenendo conto anche della resistenza interna dello strumento di misura. Se avete tempo, provate a vedere quale metodo funziona meglio valutando l’incertezza che ottenete nei due casi.

1. Avvertenze sul carico

Per la resistenza di carico R_c dovete operare una scelta oculata. In linea di massima: se R_c è “troppo piccola”, allora potreste rischiare di chiedere all’alimentatore (il generatore di d.d.p. V_0) una corrente che lui non è in grado di fornire. Dunque parte dei ragionamenti svolti sopra, quelli basati sul fatto di considerare *ideale* il generatore di d.d.p. V_0 , non sarebbero più validi e dunque il modello che state utilizzando non sarebbe più adeguato.

Dall’altra parte, usare una resistenza di carico “troppo grande” porterebbe anche a dei problemi. Infatti la corrente I_{mis} potrebbe diventare molto piccola rispetto all’incertezza della sua misura (similmente se decideste di misurare ΔV_{mis}), e conseguentemente potreste avere un’incertezza molto, troppo, elevata nella valutazione sperimentale di R_{TH} .

Vediamo di verificare quest’ultima affermazione con un ragionamento che può far capire la differenza tra considerare incertezze relative e assolute (tutto banale, tutto a voi già ben noto!). Per la propagazione dell’errore (massimo, le somme andrebbero fatte in quadratura, ma questo non è l’aspetto più rilevante qui) si ha

$$\Delta R_{TH} = \Delta\left(\frac{V_{TH}}{I_{mis}}\right) + \Delta R_c = \left(\frac{\Delta V_{TH}}{V_{TH}} + \frac{\Delta I_{mis}}{I_{mis}}\right) \frac{V_{TH}}{I_{mis}} + \Delta R_c. \quad (1)$$

Usando il multimetro digitale, e salvo misure di valori molti bassi, le incertezze relative che compaiono nella parentesi dell’ultimo membro sono dell’ordine del percento. Per determinare il valore assoluto, però, queste incertezze relative devono essere moltiplicate per V_{TH}/I_{mis} , che diventa tanto più grande quanto più piccola è la corrente misurata. In altre parole, se la corrente misurata è piccola, l’incertezza del termine che contiene il rapporto tra due grandezze misurate (tensione e corrente) diventa predominante, portando a una grossa incertezza nella determinazione di R_{TH} .

Per ottenere buoni risultati occorre infatti che $R_c \sim R_{TH}$ (naturalmente per scegliere il carico userete il valore atteso della resistenza di Thevenin, il misurato non lo avete ancora!). Questo non vi deve stupire, dato che, come sapete, in tali condizioni si ottiene il *miglior accoppiamento in potenza* tra generatore e carico, e questo è utile per aumentare la significatività della misura.