

Alcune considerazioni e divagazioni su misure e resistenze interne

Ogni dispositivo *reale* ha caratteristiche che deviano dalla idealità

Spesso, tale deviazione può essere *modellata* assumendo la presenza di opportune resistenze interne da immaginare in serie al dispositivo ideale (assunto come privo di resistenza!)

In ogni misura elettrica, anche banale come tensione e corrente continue per la verifica della legge di Ohm, occorre chiedersi se le resistenze interne influenzano il risultato o se esse possono essere considerate trascurabili

- Resistenza dei fili e dei contatti (*con divagazioni*)
- Resistenza interna del generatore di d.d.p. (reale)
- Resistenza interna dello strumento di misura (voltmetro e amperometro)
- *Divagazione* sulla misura di resistenza

Resistenza dei fili

Negli schemi elettrici, le interconnessioni sono supposte di materiale perfettamente conduttore (all'equilibrio è equipotenziale, cioè non c'è differenza di potenziale tra due punti qualsiasi dell'interconnessione)

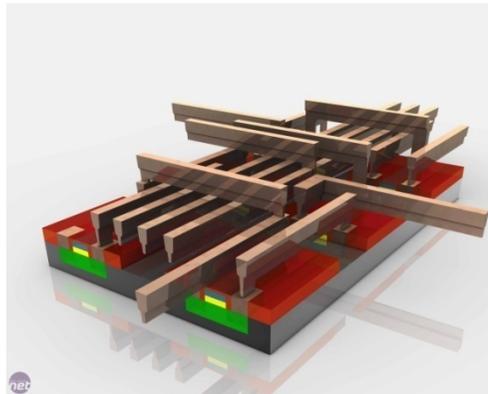
Nella realtà le interconnessioni sono realizzate da fili elettrici (generalmente di rame)

In un filo (campo elettrico **omogeneo**) si ha $R = \rho_C L/S$

Supponendo $\rho_C \sim 10^{-8}$ ohm m (filo di rame), $L \sim 1$ m, $S \sim 1$ mm² $\rightarrow R \sim 10^{-2}$ ohm (**trascurabile**)

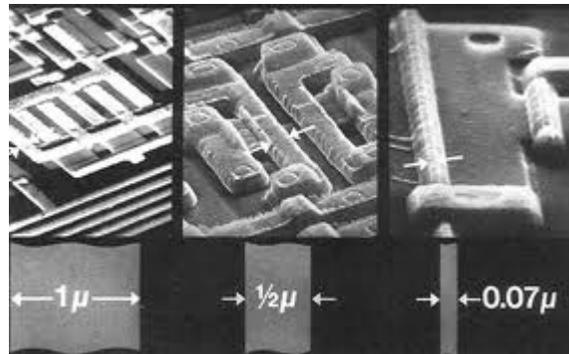
*Occhio: la resistenza dei **contatti** potrebbe non essere sempre trascurabile!
(dipende da pressione di contatto meccanico e presenza di ossidi superficiali)*

Divagazione 1:



All'interno di un "chip" microelettronico (es., una CPU), le interconnessioni hanno sezioni molto, molto piccole

Supponendo $\rho_C \sim 3 \times 10^{-8}$ ohm m (alluminio), $L \sim 1$ mm, $S \sim 2000$ nm² $\rightarrow R \sim 10$ ohm (**non trascurabile**, è fattore che limita le performance delle attuali CPU)

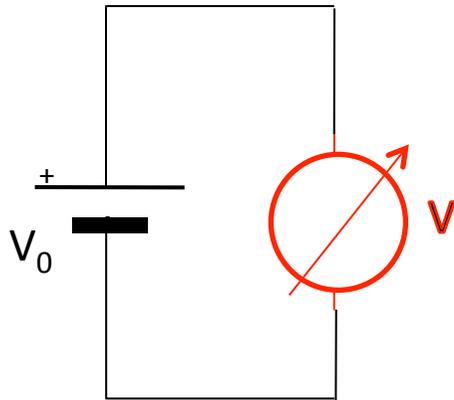


Domanda:

ma il modello di Drude funziona anche per conduttori estremamente sottili (spessori nanometrici)? Lo scoprirete in futuro.... (la resistenza, in certe condizioni, è quantizzata in unità di e^2/h)

Resistenza interna del generatore di d.d.p.

Facendo riferimento all'esperienza pratica 2a:

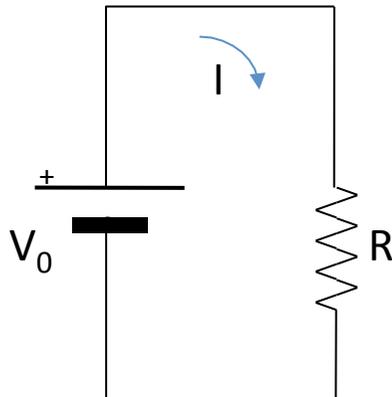


Valore misurato a circuito aperto ("a vuoto"):
 $V_0 = (4.92 \pm 0.02) \text{ V}$

Il circuito che si realizza collegando una resistenza R (una delle resistenze R_j disponibili sul banco) richiede (ovvero consuma, ovvero "dissipa") energia

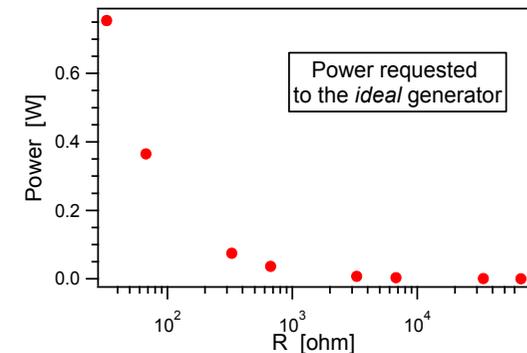
A livello microscopico, questa energia serve per "vincere" l'effetto dell'attrito viscoso che si oppone al moto dei portatori di carica nel resistore (ricordate il modello di Drude)

A livello macroscopico, questa energia viene "dissipata" in calore per effetto Joule



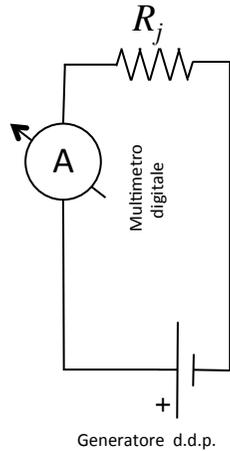
La potenza coinvolta dall'effetto Joule è $P = V_0 I = V_0^2 / R$

Il generatore reale può fornire una potenza limitata!

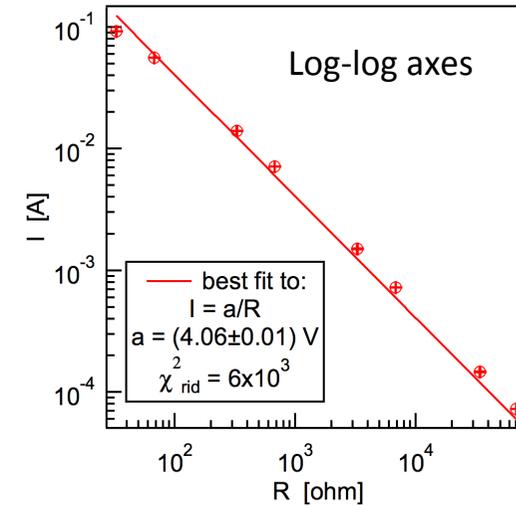
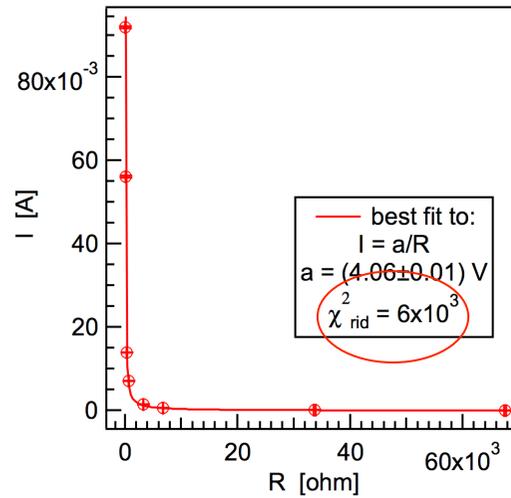


Resistenza interna del generatore di d.d.p.

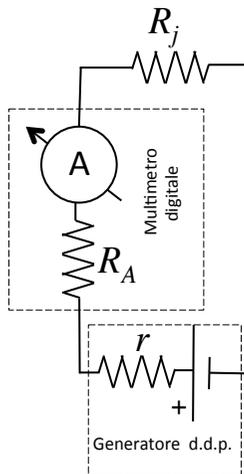
Supponendo generatore *ideale* (e trascurando resistenza amperometro)



Modello:
 $I = (1/R) V_0$



Supponendo generatore *reale* con resistenza interna r (e considerando resistenza interna amp. R_A)



Modello:
 $I = (1/(R+(r+R_A))) V_0$

C'è una **serie** di due resistenze "in più"!

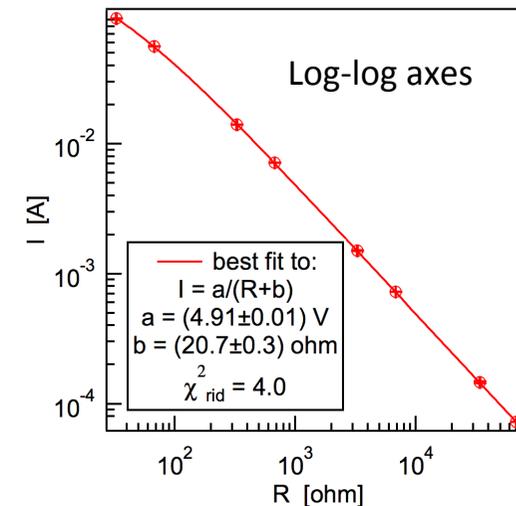
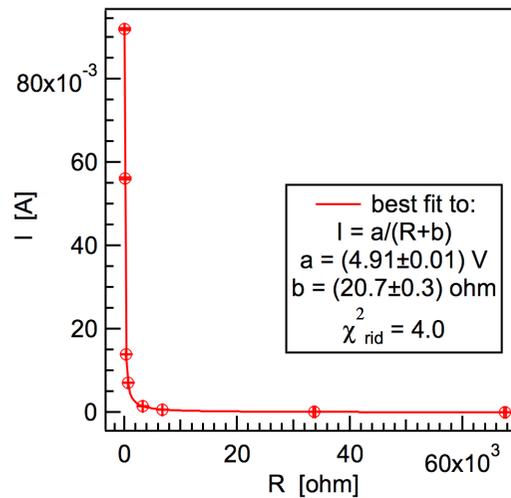
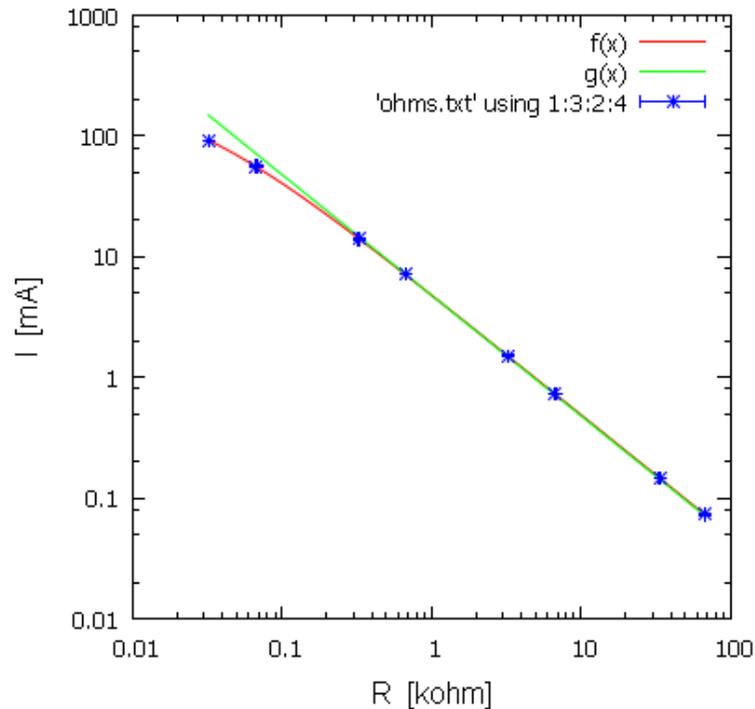


Grafico (abbastanza bello) fatto con gnuplot



```
f(x)=v1/(x+Rint)
g(x)=v2/x
v1=5;v2=5;Rint=20
fit f(x) 'ohms.txt' using 1:3:4 via v1,Rint
fit g(x) 'ohms.txt' using 1:3:4 via v2
plot f(x),g(x), 'ohms.txt' using 1:3:2:4 with xerrorbars
set logscale
set xlabel "R [kohm]" font "Arial,12"
set ylabel "I [mA]" font "Arial, 12"
set size ratio 1
replot
```

resultant parameter values **f(x): tiene conto delle resistenze interne**

V1 = 4.91046
Rint = 0.0207709

After 43 iterations the fit converged.
final sum of squares of residuals : 18.349
rel. change during last iteration : -2.17607e-008

degrees of freedom (FIT_NDF) : 6
rms of residuals (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 1.74876
variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 3.05816

Final set of parameters	Asymptotic Standard Error
V1 = 4.91046	+/- 0.004601 (0.0937%)
Rint = 0.0207709	+/- 0.0003815 (1.837%)

resultant parameter values

g(x): non tiene conto delle resistenze interne

V2 = 4.80439

After 3 iterations the fit converged.
final sum of squares of residuals : 22096.8
rel. change during last iteration : -5.28327e-009

degrees of freedom (FIT_NDF) : 7
rms of residuals (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 56.1844
variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 3156.69

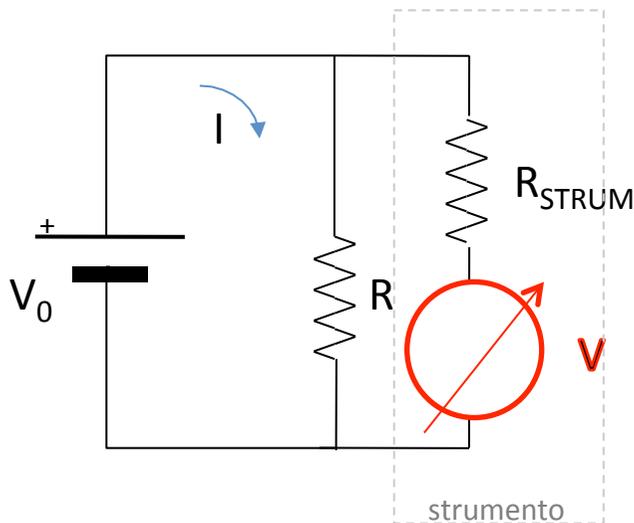
Final set of parameters	Asymptotic Standard Error
V2 = 4.80439	+/- 0.1411 (2.937%)

Resistenza dello strumento di misura

Ogni strumento di misura deve *perturbare in maniera trascurabile* l'oggetto della misura

Gli strumenti **reali** possono essere modellati come uno strumento ideale in serie a una **resistenza interna** R_{STRUM} (detta anche "impedenza di ingresso")

Misura di tensione (voltmetro)



- Supponiamo di voler leggere la d.d.p. ai capi della resistenza R
- Mi aspetto di leggere $V_{attesa} = R I_{attesa} = R V_0 / R = V_0$
- Però la corrente che circola realmente nel circuito è $I = V_0 / R_{EQ,PAR}$ con $1/R_{EQ,PAR} = 1/R + 1/R_{STRUM}$
 - La lettura è $V = R I = R V_0 (1/R + 1/R_{STRUM})$
 - $= V_{attesa}$ solo se $1/R \gg 1/R_{STRUM}$, cioè $R_{STRUM} \gg R$

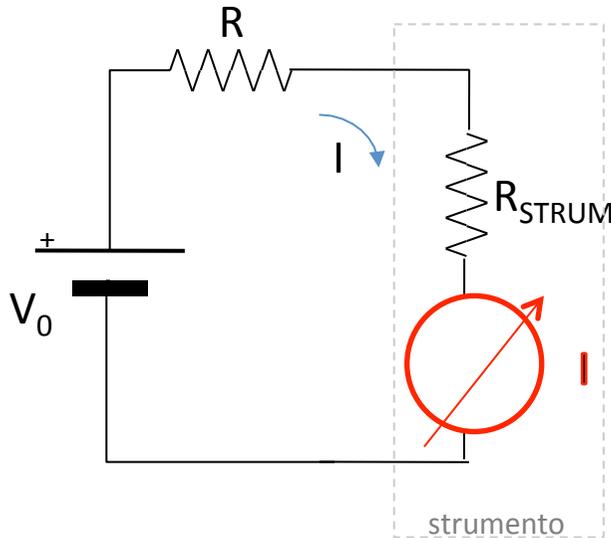
Idealmente, un voltmetro (collegamento in parallelo) deve avere "resistenza infinita"

La condizione di alta resistenza interna dello strumento ("impedenza di ingresso") è ben realizzata nei voltmetri "elettronici", es. tester digitali che hanno impedenze tipiche > 10 Mohm

La condizione **non** è (sempre) ben realizzata nei tester analogici (a galvanometro), che hanno impedenze di ingresso tipiche di 20 kohm/V

Resistenza dello strumento di misura

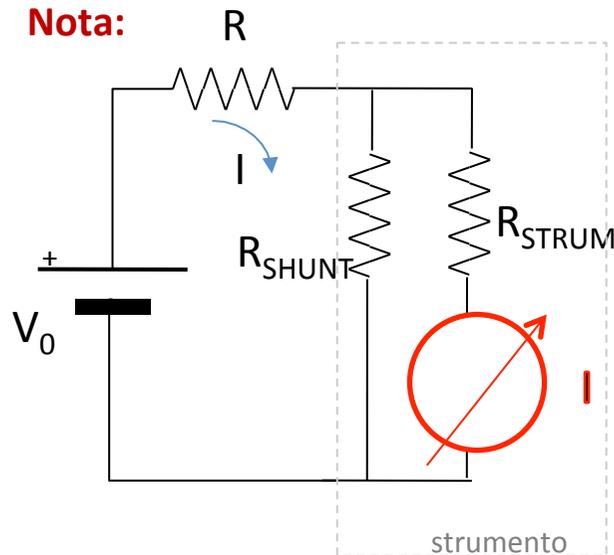
Misura di corrente (amperometro)



- Supponiamo di voler leggere la corrente che circola nella resistenza R
- Mi aspetto di leggere $I_{attesa} = V_0/R$
- Però la corrente che circola realmente nel circuito è $I = V_0/R_{EQ,SERIE}$ con $R_{EQ,SERIE} = R + R_{STRUM}$
 - La lettura è $I = V_0/R_{EQ,SERIE} = V_0/(R + R_{STRUM})$
 - = I_{attesa} solo se $R \gg R_{STRUM}$, cioè $R_{STRUM} \ll R$

Idealmente, un amperometro (collegamento *in serie*) deve avere “resistenza trascurabile”

Nota:

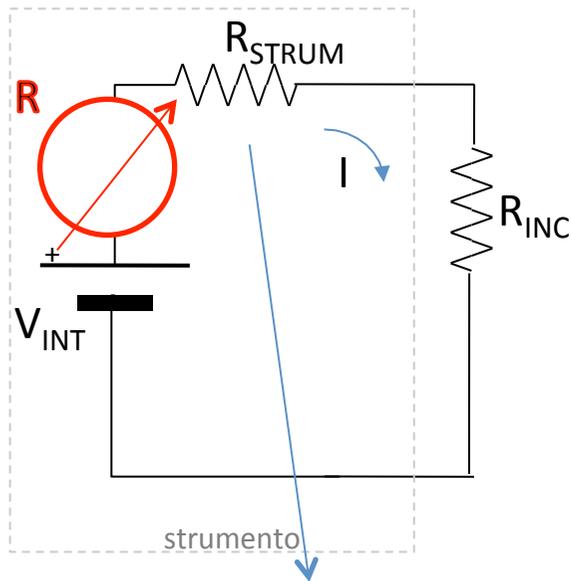


Normalmente, specie per misurare correnti abbastanza intense, una resistenza nota, detta “di shunt”, è collegata in parallelo allo strumento. Così facendo, la corrente viene partita e la misura può essere eseguita correttamente.

Per non perturbare il circuito occorre che anche $R_{SHUNT} \ll R$

Resistenza dello strumento di misura

Misura di resistenza (ohmetro)



- La misura di resistenza è “indiretta”: nella resistenza incognita R_{INC} viene fatta passare una corrente prodotta da un generatore di d.d.p. V_{INT} *interno* allo strumento
- Lo strumento legge una **corrente** $I = V_{INT} / (R_{INC} + R_{STRUM})$
- La resistenza incognita è determinata *indirettamente dalla lettura di I e dalla conoscenza di V_{INT}* : $R_{INC} = V_{INT} / I - R_{STRUM}$
→ La lettura è $R_{INC} = V_{INT} / I$ solo se $R \gg R_{STRUM}$, cioè $R_{STRUM} \ll R$

Idealmente, un ohmetro (misura *in serie*) deve avere “resistenza trascurabile” come un amperometro

Nota: generalmente R_{STRUM} può essere variata per “azzerare” lo strumento (la resistenza indicata deve fare zero in caso di cortocircuito a prescindere dal valore attuale di V_{INT})

Nota: la resistenza è inversamente proporzionale rispetto alla corrente, dunque la scala è non lineare e “al contrario” (lo zero corrisponde alla massima corrente, quella che si ha in cortocircuito)

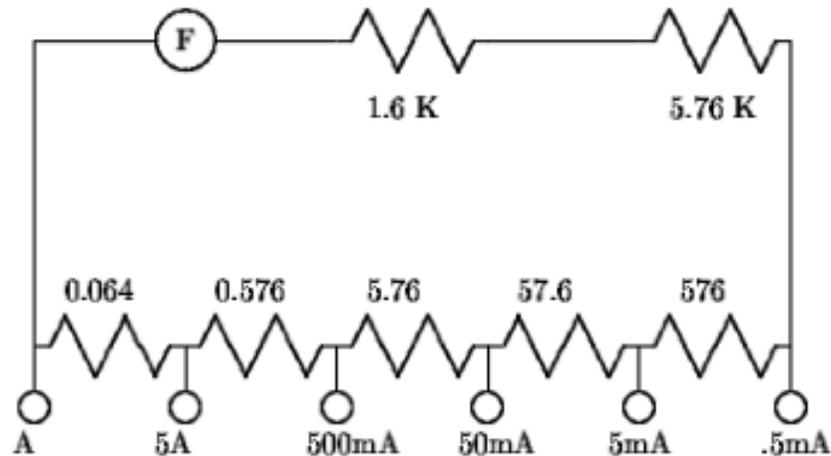


Note:

- La lettura della resistenza risulta dal rapporto tra V_{INT} (nota) e I → lettura “inversamente proporzionale” (cfr. la scala dell’ohmetro analogico!)
- Resta una forte sensibilità dalla presenza di resistenze di contatto (che risultano in serie alla resistenza incognita)
- Il principale problema della misura di resistenza così realizzata è la conoscenza di V_{INT}

Schema del multimetro analogico ICE 680R per misure di corrente e tensione

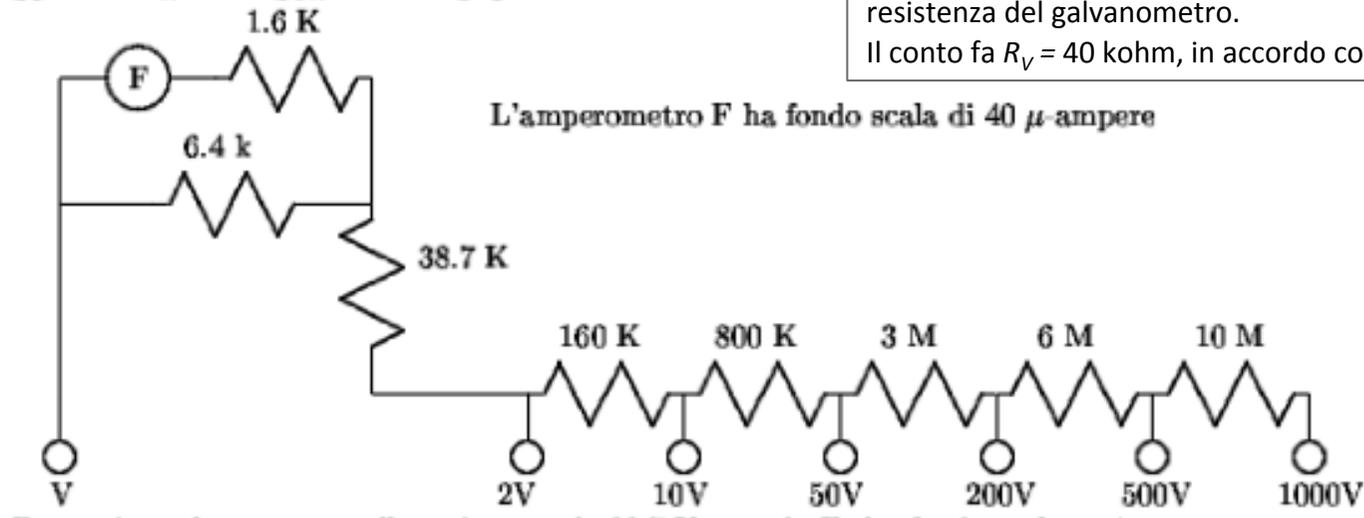
SCHEMA PER LE MISURE DI CORRENTE



Opportune resistenze (di shunt) messe in parallelo al galvanometro, a sua volta dotato di resistenze (di protezione) in serie

Per esempio, la resistenza interna sulla scala di 0.5mA (fondo scala) è il parallelo tra:
 $5.76k+1.6k+R_F$ e $576+57.6+5.76+0.576+0.064$, con $R_F = 20$ ohm, resistenza del galvanometro (praticamente trascurabile).
Il conto fa $R_A = 590$ ohm

SCHEMA PER LE MISURE DI TENSIONE



L'amperometro F ha fondo scala di 40 μ -ampere

Per esempio, la resistenza interna sulla scala di 0.5mA (fondo scala) è la serie tra 38.7k e il parallelo tra 6.4k e $1.6k+R_F$, con R_F resistenza del galvanometro.
Il conto fa $R_V = 40$ kohm, in accordo con le specifiche

Divagazione 2: misura di resistenza “a quattro punte”

- Nell'ohmetro a quattro punte (ovvero quattro fili ovvero quattro contatti) lo strumento è corredato al suo interno di un *generatore di corrente* I_{INT} invece di un generatore di d.d.p.
- Due “punte” servono per iniettare la corrente (nota) nella resistenza
- Due “punte” servono per leggere la tensione V ai capi della stessa resistenza
→ La lettura è $R_{INC} = V/I_{INT}$
- Se il voltmetro ha impedenza di ingresso “infinita” ($R_{STRUM} \gg R_{INC}$) la resistenza di contatto è trascurabile
→ possono essere lette con grande sensibilità anche resistenze molto basse
→ potendo selezionare la corrente iniettata, ogni eventuale problema legato all'effetto Joule può essere limitato e controllato

