Visualizzazione segnali sfasati "simulati"

francesco.fuso@unipi.it; http://www.df.unipi.it/∼fuso/dida

(Dated: version 2 - FF, 11 novembre 2015)

Questa nota riguarda una sorta di esercizio che siete molto caldamente invitati a svolgere per conto vostro. Qui riporto la mia "soluzione" e qualche commento.

I. SFASAMENTI E LORO MISURA

Nella pratica di laboratorio si hanno spesso due (o più) segnali oscillanti, per esempio sinusoidali, che hanno la stessa frequenza e mantengono un certo *sfasamento* tra loro, ovvero la differenza tra i termini di fase "costante" che descrivono i due segnali mantiene una certa differenza $\Delta\phi$ costante nel tempo. Molto spesso è importante misurare tali sfasamenti $\Delta\phi$, oppure verificare che essi siano compatibili con o zero. In termini più generali, questa situazione si verifica davvero frequentemente, per esempio quando si esaminano diverse forme d'onda *coerenti* (lo sfasamento resta costante nell'intervallo di misurazione) alla stessa frequenza.

Lo scopo di questo semplice esercizio è di produrre con Python forme d'onda di queste caratteristiche e mostrare come la *rappresentazione parametrica* di una di loro in funzione dell'altra abbia caratteristiche specifiche, che dipendono da $\Delta\phi$. La situazione che si intende "simulare" è quella di due segnali (d.d.p. dipendenti dal tempo), che per semplicità supponiamo armonici, cioè descritti da seni o coseni, che hanno la stessa frequenza e sono inviati ai due canali, `CH1` e `CH2`, dello stesso oscilloscopio. I motivi fisici per cui si determina lo sfasamento non sono l'oggetto di questa nota; su di essi si tornerà più avanti con spiegazioni e esperienze mirate. L'obiettivo, qui, è quello di prevedere cosa succede se l'oscilloscopio viene impiegato in modalità `Y-X` (ovvero `X-Y`), che corrisponde appunto alla rappresentazione parametrica di un segnale rispetto all'altro.

A. I segnali

Per semplicità, e anche perché questa è la situazione di maggiore interesse pratico, immaginiamo di avere dei segnali alternati periodici *sinusoidali* a una certa frequenza f, ovvero con una certa *frequenza angolare* $\omega = 2\pi/f$, ovvero ancora un certo periodo $T = 1/f = 2\pi/\omega$. Dato che vogliamo simulare un esperimento con l'oscilloscopio, immaginiamo che si tratti di segnali di d.d.p. *tutti con la stessa ampiezza* (supposta unitaria in unità arbitrarie).

Nel software prepareremo alcuni array che contengono le funzioni $V_j(t) = V_0 \cos(\omega t) + \Delta\phi_j$, con $\Delta\phi_0 = 0$. La funzione creata con $j = 0$ sarà di riferimento, cioè immagineremo di inviarla sempre al `CH1` dell'oscilloscopio, mandando in contemporanea a `CH2` *una* delle altre funzioni $V_j(t)$ che abbiamo creato.

La Fig. 1 mostra le funzioni create per certi valori di $\Delta\phi_j$, indicati in legenda. Allo scopo di simulare l'esperimento, in cui le forme d'onda sono mostrate a coppie, ogni sotto-grafico (`subplot`, nel linguaggio di Python) riporta la funzione di riferimento e una delle altre. Notate che gli sfasamenti sono negativi, poiché ho voluto (per puri fini estetici!) che la forma d'onda sfasata fosse shiftata verso la destra di figura, tanto più quanto era maggiore l'entità dello sfasamento.

Nell'esperienza pratica, per misurare lo sfasamento conviene misurare l'intervallo temporale Δt che intercorre tra due punti "omologhi" delle due curve osservate sull'oscilloscopio in modalità `Y-t`. Punti "omologhi" potrebbero essere due picchi, però la pratica vi mostrerà che individuare dei picchi è spesso più complicato, ovvero più incerto, che individuare i punti corrispondenti al passaggio delle forme d'onda per lo zero.

Il *consiglio pratico* da seguire è il seguente: preliminarmente si regola l'offset dei due canali `CH1` e `CH2` in modo tale che essi visualizzino il livello di zero in corrispondenza della stessa linea orizzontale della graticola. In altre parole, si fa sì che lo zero dei due canali corrisponda alla stessa posizione (verticale) sullo schermo, e sapete come si fa a ottenere questo. Quindi si misura, con i cursori o usando le tacchette della graticola, qual è la distanza temporale Δt tra gli istanti in cui le due forme d'onda passano per lo zero. È evidente che la misura non è univoca, poiché ci sono infiniti punti di zero per le funzioni periodiche sinusoidali che stiamo considerando, distanti fra loro per mezzo periodo ($T/2$); dovrete dunque selezionare la prima ricorrenza.

Misurato Δt, $\Delta\phi$ si determina attraverso una semplice proporzione: $\Delta\phi = 2(\pi/T)\Delta t$. Se invece del periodo conoscete la frequenza $f = 1/T$ delle forme d'onda, come spesso è il caso (basta usare il frequenzimetro dell'oscilloscopio o del generatore di forme d'onda) la relazione diventa $\Delta\phi = 2\pi f \Delta t$. Esprimendo lo sfasamento in unità di π rad, che è l'"unità di misura" consigliata, la relazione da usare è semplicemente $\Delta\phi = 2f\Delta t$. Il segno di $\Delta\phi$ è spesso irrilevante; qualora invece fosse di interesse, allora dovreste porre attenzione a triggerare l'oscilloscopio rispetto a un canale (nella "simulazione" di Fig. 1 è come se si stesse triggerando sul `CH1`, cioè sulla forma d'onda di riferimento, a un livello di trigger prossimo al massimo della forma d'onda stessa, slope negativa) e a verificare se la forma d'onda sfasata è anticipata o ritardata rispetto al riferimento. Verificherete nella pratica le eventuali difficoltà del metodo.

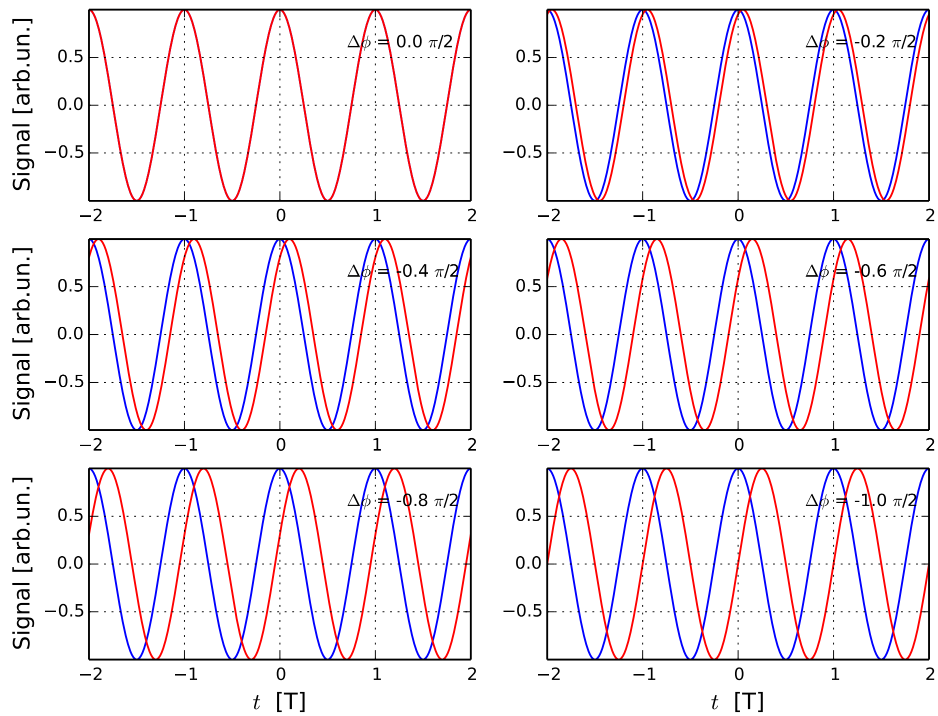

Figura 1. Grafici delle forme d'onda considerate nel testo. Ogni subplot presenta due forme d'onda, una (di riferimento - linea blu) con termine di fase costante nullo, e una (linea rossa) sfasata per la quantità indicata in legenda. La figura è *ovviamente* fatta con Python.

B. Simulazione della modalità Y-X

La misura dello sfasamento si fa in maniera molto conveniente come abbiamo appena descritto, cioè usando l'oscilloscopio in modalità `Y-t`. Però la "visualizzazione" diretta dello sfasamento può essere eseguita in maniera ancora più efficace e immediata usando la modalità `Y-X` dell'oscilloscopio, almeno nei casi più semplici (tenendo conto dell'incertezza dello strumento, quantificata nel manuale, e operando a frequenze non troppo alte, 500 kHz al massimo secondo il manuale).

Per determinare cosa si osserva sullo schermo dell'oscilloscopio in queste condizioni, partiamo da una situazione semplicissima, in cui supponiamo $\Delta\phi = \pi/2$. Allora la forma d'onda di riferimento oscilla come un coseno e l'altra come un seno. Graficando l'una in funzione dell'altra, supponendo di utilizzare *la stessa scala* per i due assi e di avere *la stessa ampiezza* per le due forme d'onda, si ottiene una circonferenza. Infatti, dai tempi della cinematica tutti sapete che la proiezione di un moto circolare uniforme su due assi mutuamente ortogonali dà luogo a funzioni coseno e seno, e da ancora prima sapete che sfasando di $\pi/2$ un seno si ottiene un coseno, e viceversa (trascurando i segni).

In primo luogo sottolineiamo un punto molto importante dal punto di vista sperimentale. Quella che osservate è una circonferenza solo se sono rispettate le due condizioni prima espresse, cioè che l'ampiezza delle due funzioni sia la stessa e/o che i fattori di scala con cui esse sono rappresentate siano tali che da rendere uguali le due ampiezze nella rappresentazione. In generale, infatti, la circonferenza attesa si dimostra essere un'ellisse, con i due assi paralleli alle direzioni orizzontale e verticale.

È anche semplicissimo rendersi conto che nel caso di sfasamento nullo la figura osservata "degenera" in un segmento, la cui inclinazione dipende ancora da ampiezze dei segnali e/o fattori di scala.

Non è invece immediato stabilire cosa si osserva nel caso in cui lo sfasamento sia diverso da zero ma anche diverso da $n \times \pi/2$ (con n intero dispari). Può allora essere utile "simulare" i segnali, così come richiesto nell'esercizio. La Fig. 2 mostra le stesse forme d'onda di Fig. 1 graficate stavolta l'una in funzione dell'altra, esattamente come succede (o ci si attende che succeda) quando si usa l'oscilloscopio in modalità `Y-X`. Si vede che in assenza di sfasamento ($\Delta\phi = 0$) viene riprodotto un segmento e si osserva anche che per $\Delta\phi = \pi/2$ si ha un'ellisse con gli assi paralleli agli assi orizzontali e verticali (con i fattori di scala opportuni questa ellisse diventerebbe una circonferenza). Per altri valori di sfasamento si vede che si forma sempre un'ellisse i cui assi sono orientati in direzioni (mutuamente ortogonali) che dipendono da $\Delta\phi$.

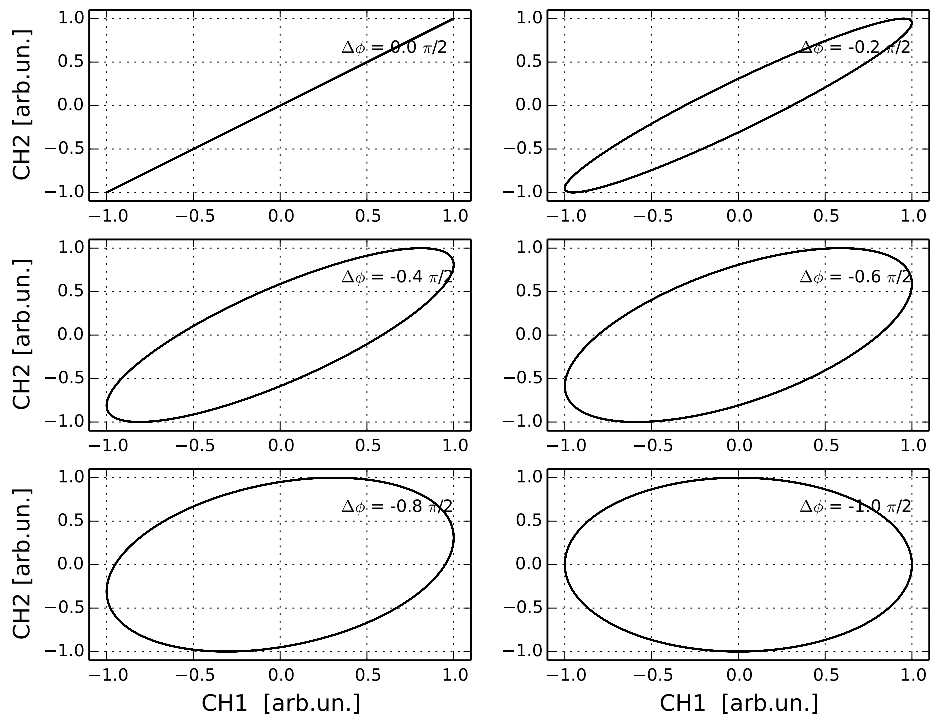

Figura 2. Grafici delle stesse forme d'onda di Fig. 1 realizzati in forma parametrica, cioè graficando una forma d'onda in funzione dell'altra (una delle due, quella supposta collegata a `CH1` dell'ipotetico oscilloscopio, è sempre la forma d'onda di riferimento). La figura è *ovviamente* fatta con Python.

All'atto pratico, l'utilità della visualizzazione `Y-X` è limitata alla verifica che ci sia, o meno, uno sfasamento. Infatti è generalmente difficile determinare l'inclinazione degli assi della figura che si osserva sullo schermo (di certo è più accurata e affidabile la misura diretta di $\Delta\phi$ da Δt eseguita in modalità `Y-t`, secondo quanto descritto sopra). Tuttavia è spesso possibile verificare il collasso dell'ellisse in un segmento (state comunque sempre attenti ai fattori di scala usati!) $\Delta\phi = 0$. Poiché in diversi circuiti che costruirete e esaminerete lo sfasamento nullo implica una specifica condizione operativa, sarà utile poter disporre di un metodo che vi permetta di verificare immediatamente se $\Delta\phi = 0$, o no.

Dunque provate a esercitarvi da soli, magari modificando in qualche altro modo le funzioni graficate (cosa succede se le frequenze delle due forme d'onda non sono le stesse ma sono proporzionali fra loro per un certo fattore?). Potete inoltre divertirvi a trovare la relazione che lega l'inclinazione degli assi dell'ellisse (per esempio di quello "più vicino" all'asse orizzontale dei grafici, o dello schermo dell'oscilloscopio) rispetto a una direzione di riferimento (per esempio la direzione orizzontale dei grafici, o dello schermo dell'oscilloscopio).