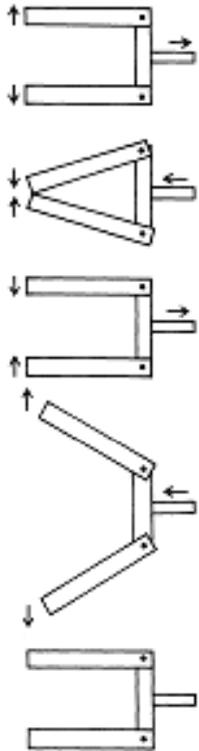


OSCILLAZIONI DEL DIAPASON (TUNING FORK)



In musica, il diapason viene usato per generare una nota di riferimento (generalmente il La @ 440 Hz)

La nota udibile viene prodotta un seguito all'oscillazione dei rebbi a una data frequenza, che dà luogo a un'onda di pressione (onda sonora) alla frequenza data



L'oscillazione riguarda la **deformazione elastica** dei rebbi

Esistono diversi modi di oscillazione: il fondamentale (più "intenso") coinvolge la **flessione elastica** dei rebbi

Rispetto alla flessione di una barra, il diapason presenta minori attenuazioni (dissipazioni) perché la particolare struttura implica che la "base di appoggio" (il manico) sia costantemente ferma → non si perde energia nell'appoggio

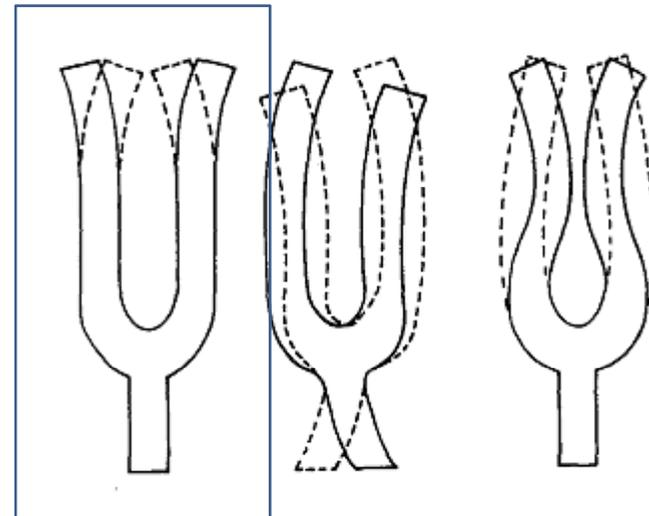


Fig. 1. First three in-plane vibrational modes of a tuning fork. (a) is the principal mode; (c) is the "clang" mode.

FREQUENZA DI OSCILLAZIONE

La frequenza (nota) caratteristica corrisponde a una **risonanza** del sistema.

Colpendo il diapason se ne induce la vibrazione (un colpetto fornisce uno spettro molto vasto di frequenze) e, dopo un tempo brevissimo, il sistema oscilla alla sua frequenza di risonanza

The frequency of a tuning fork depends on its dimensions and the material from which is made.^[3]

$$f = \frac{1}{l^2} \sqrt{\frac{AE}{\rho}}, \text{ and, if the prongs are cylindrical,}^{[4]} f = \frac{R}{l^2} \sqrt{\frac{\pi E}{\rho}}$$

Where:

- f is the **frequency** the fork vibrates at in **hertz**.
- A is the cross-sectional **area** of the prongs (tines) in **square metres**.
- l is the length of the prongs in **metres**.
- E is the **Young's modulus** of the material the fork is made from in **pascals**.
- ρ is the **density** of the material the fork is made from in **kilogrammes per cubic metre**.
- R is the radius of the prongs in metres

Esempio: diapason di acciaio con rebbi cilindrici

$$E \sim 2 \times 10^{11} \text{ Pa}; \rho \sim 8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \\ \text{per } l \sim 20 \text{ cm}, R \sim 2 \text{ mm ho } f = \frac{2 \times 10^{-3} \text{ m}}{4 \times 10^{-2} \text{ m}^2} \sqrt{\frac{\pi \times 2 \times 10^{11} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{8 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} \approx 5 \times 10^{-2} \frac{1}{\text{m}} \sqrt{\frac{3 \times 10^8 \text{ kg m}^4 \text{ s}^{-2}}{4 \text{ kg m}^2}} \approx 400 \text{ Hz (La)}$$

MATERIALI PIEZOELETTRICI

La **piezoelettricità** (la parola deriva dal greco *πιέζειν*, premere, comprimere) è la proprietà di alcuni **cristalli** di generare una **differenza di potenziale** quando sono soggetti ad una deformazione meccanica. Tale effetto è reversibile e si verifica su scale dell'ordine dei **nanometri**.

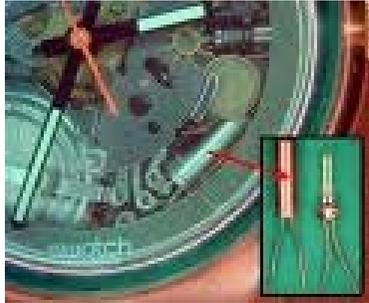
Il funzionamento di un cristallo piezoelettrico è abbastanza semplice: quando viene applicata una pressione (o decompressione) esterna, si posizionano, sulle facce opposte, **cariche** di segno opposto. Il cristallo, così, si comporta come un **condensatore** al quale è stata applicata una differenza di potenziale. Se le due facce vengono collegate tramite un circuito esterno, viene quindi generata una **corrente elettrica** detta **corrente piezoelettrica**. Al contrario, quando si applica una differenza di potenziale al cristallo, esso si espande o si contrae.

Dal punto di vista della struttura cristallina, i materiali piezoelettrici hanno normalmente varie configurazioni geometriche equivalenti dal punto di vista dell'energia, cioè della stabilità del sistema, ma orientate diversamente. Ad esempio il titanato di bario (BaTiO_3) ha una cella di forma romboidale che può allungarsi lungo uno qualsiasi dei tre assi

...e viceversa, cioè ho deformazione meccanica se applico campo elettrico (ovvero differenza di potenziale su opportuni elettrodi)

*Moltissime applicazioni dei materiali piezoelettrici (soprattutto ceramiche, tipo PZT):
Trasduttori (tweeters, cicalini, etc.), bagni a ultrasuoni, microfoni, pick-up, accelerometri,
traslatori e posizionatori nanometrici, memorie non volatili, etc.*

TUNING FORK DI QUARZO



Diapason fatto di quarzo sintetico (SiO_x) dotato di elettrodi metallici collegati a due filini

Il quarzo è (debolmente) piezoelettrico

→ applicando un segnale elettrico posso mettere in oscillazione meccanica il diapason (e viceversa leggere l'ampiezza di oscillazione)

Componente fondamentale degli orologi al quarzo (si chiamano così per questo!)

RISONANZA DELLA TUNING FORK

The basic formula for calculating the **fundamental frequency** (f) of vibration of a cantilever a

as a function of its dimensions (quadratic cross-section) is : $f = \frac{f_o a}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{E}{12\rho}}$ [1] A

length of 3 or 4 mm, with a thickness of 0.3 mm and the following constants:

$$E = \text{Young's modulus of quartz} = 1 \times 10^{11} \text{ N}\cdot\text{m}^{-2} = 100 \text{ GPa}$$

$$\rho = \text{density of quartz} = 2634 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3} \text{ [2]}$$

gives a frequency of around 33 kHz. The crystal is tuned to exactly $2^{15} = 32,768 \text{ Hz}$.

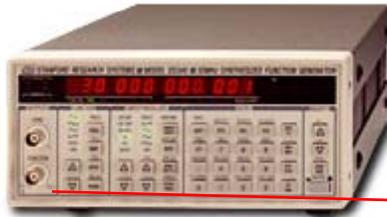
Inviando un segnale elettrico modulato, ad esempio sinusoidale, alla tuning fork se ne eccita il movimento meccanico, cioè il segnale elettrico modulato è la forzante del sistema

In condizioni effettive di lavoro, cioè usando segnali elettrici di forzante con ampiezza massima $\sim V$, si hanno oscillazioni meccaniche dei rebbi molto piccole (ampiezze tipiche $< 100 \text{ nm}$)

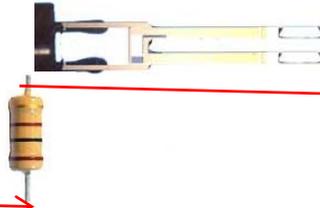
Alla risonanza, l'oscillazione ha la maggiore ampiezza $|A|$ (e il trasferimento di energia dalla forzante alla tuning fork, che va come $|A|^2$ è massimo)

ESPERIMENTO

Tuning fork: è l'oscillatore, dotato di una propria frequenza di risonanza



Generatore di funzioni: crea un segnale sinusoidale alla frequenza desiderata (è la **forzante** del sistema)



Resistenza elettrica: serve per estrarre un segnale elettrico proporzionale all'**ampiezza di oscillazione**



Oscilloscopio: serve per **visualizzare** l'ampiezza di oscillazione (a una data frequenza)

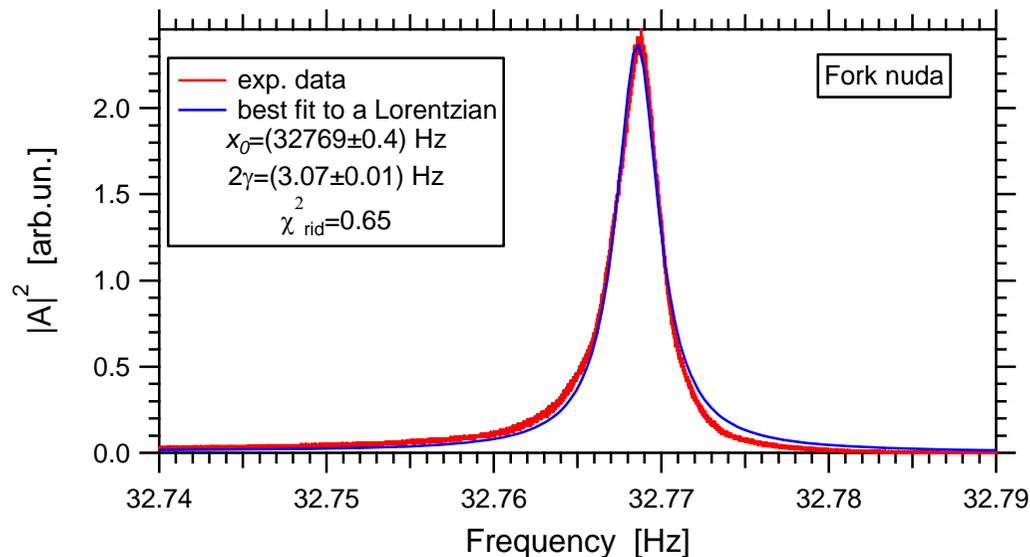
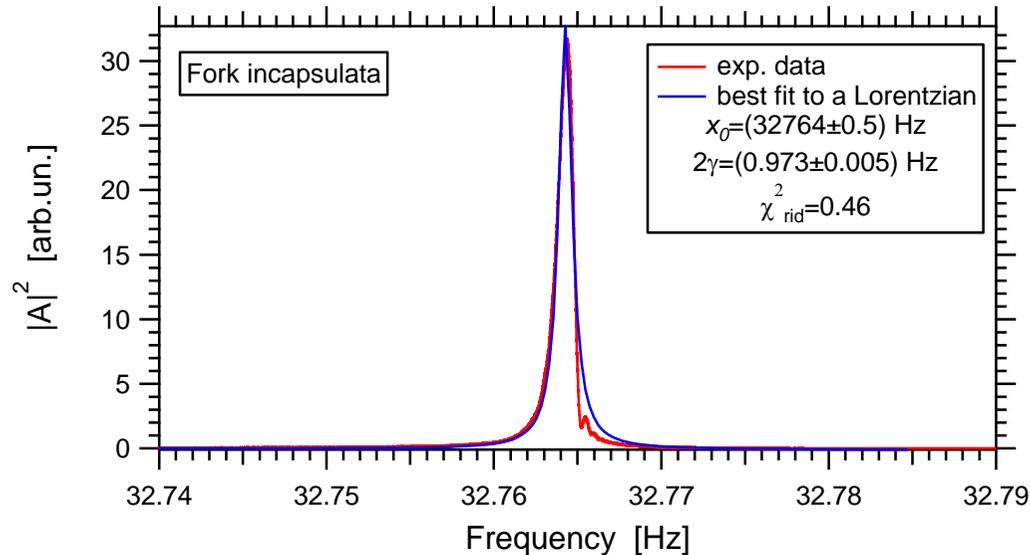


PC: registra i dati, ne fa il quadrato (occorre $|A|^2$) in funzione della frequenza, fa il best fit a minimo chi-quadro



Lock-in: serve per **misurare** l'ampiezza di oscillazione (segnale elettrico proporzionale all'ampiezza di oscillazione meccanica)

RISONANZA



- ✓ Si osserva il picco di risonanza in prossimità della frequenza nominale
- ✓ La curva di risonanza (grafico di $|A|^2$ in funzione di f , ovvero di ω) segue abbastanza bene la forma **Lorentziana** prevista dalla teoria
- ✓ La frequenza di risonanza e soprattutto la larghezza della “forma di riga” dipende dall’“ambiente”: lasciando la fork in aria, cioè togliendola dal vuoto che è fatto nella capsula, la viscosità dell’aria smorza l’oscillazione, fa aumentare γ e quindi la larghezza della Lorentziana (che intanto si “abbassa”, guardate la scala verticale)

In termini “generali”, la risonanza dà luogo a una “forma di riga” (cfr spettroscopia!)