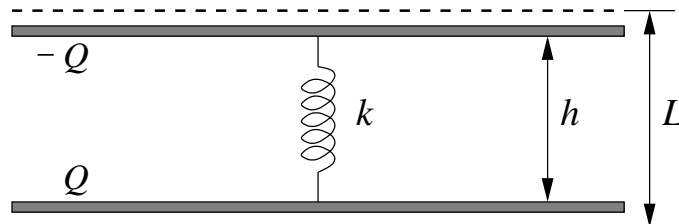


Corso di Laurea in Fisica
Anno Accademico 2007-2008

Compito di Fisica B1 (11/06/2008)

1

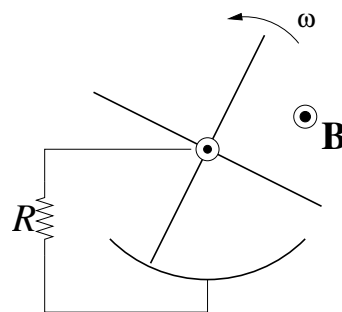
Si consideri un condensatore a facce piane e parallele le cui armature (aventi superficie S) possono scorrere senza attrito in direzione verticale e sono collegate da una molla di costante elastica k . Quando il condensatore è scarico la molla assume la lunghezza di riposo L . Gli effetti di bordo sono trascurabili.



- a) Sulle armature si deposita la carica $\pm Q$. A che distanza h vanno a porsi le armature?
- b) Calcolare la capacità del sistema secondo la definizione usuale, mostrando che essa dipende dalla carica Q .
- c) Calcolare l'energia totale del sistema.
- d) Nel caso in cui le armature sono connesse attraverso un generatore di tensione V , calcolare nuovamente la distanza di equilibrio e la capacità in funzione di V (NB: è accettabile dare il risultato in forma implicita, ed è facoltativo dare una risposta esplicita nell'ipotesi che lo spostamento delle piastre sia piccolo rispetto a L , cioè $L-h \ll L$; in questo caso si diano i risultati al primo ordine in $L-h$).

2

Un generatore di corrente è costituito da un rotatore come in figura, avente bracci conduttori di raggio a connessi al circuito da un contatto strisciante, in modo che il contatto sia mantenuto sempre e solo con un braccio durante la rotazione. Il sistema è immerso in un campo magnetico \mathbf{B} uniforme e perpendicolare al piano del rotore. La resistenza complessiva del circuito è R . Il rotatore viene mantenuto in rotazione con velocità angolare ω . Si trascurino gli effetti delle discontinuità agli istanti in cui il contatto passa da un braccio all'altro.



Calcolare:

- a) la forza elettromotrice e l'intensità di corrente indotte nel circuito,
- b) la potenza dissipata nel circuito per effetto Joule,
- c) il momento delle forze e la potenza meccanica necessari a mantenere in rotazione il sistema.

NB Si scriva *chiaramente* e si giustifichi brevemente ogni passaggio; risultati dati senza commento non saranno considerati.

SOLUZIONI

1

a) Forza di attrazione elettrostatica tra le armature

$$F = \frac{1}{2}\sigma ES = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S}. \quad (1)$$

Bilancio delle forze

$$F = k(L - h) \quad (2)$$

con h distanza di equilibrio fra le armature. Quindi

$$h = L - \frac{Q^2}{2\epsilon_0 Sk} \quad (3)$$

b)

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{Eh} = \frac{\epsilon_0 S}{L - Q^2/2\epsilon_0 Sk} \quad (4)$$

c) L'energia è la somma del termine elettrostatico e di quello meccanico. Per non sbagliare calcoliamo il primo come l'integrale di volume di $\epsilon_0 E^2/2$:

$$U = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 Sh + \frac{1}{2}k(L - h)^2 = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S} \left(L - \frac{Q^2}{2\epsilon_0 Sk} \right) + \frac{1}{2}k \left(\frac{Q^2}{2\epsilon_0 Sk} \right)^2 = \frac{Q^2 L}{2\epsilon_0 S} - \frac{1}{2k} \left(\frac{Q}{2\epsilon_0 S} \right)^2 \quad (5)$$

d) Ora $E = V/h$ e

$$k(L - h) = \frac{\epsilon_0}{2} E^2 S = \frac{\epsilon_0 V^2 S}{2 h^2} \simeq \frac{\epsilon_0 V^2 S}{2 L^2} \left(3 - 2 \frac{h}{L} \right) \quad (6)$$

da cui si può ricavare h , e da qui $C \dots$

2

a) Calcoliamo la forza elettromotrice dalla forza di Lorentz sul braccio che sta facendo contatto

$$\mathcal{E} = \int_0^a B\omega r dr = \frac{1}{2} B\omega a^2, \quad I = \frac{\mathcal{E}}{R} \quad (7)$$

b)

$$P_d = RI^2 = \frac{1}{R} \left(\frac{1}{2} B\omega a^2 \right)^2 \quad (8)$$

c)

$$M = \int_0^a rBI dr = \frac{1}{2} BIa^2 = \frac{\omega}{R} \left(\frac{1}{2} Ba^2 \right)^2 \quad (9)$$

$$P_m = M\omega = \frac{1}{R} \left(\frac{1}{2} B\omega a^2 \right)^2 = P_d \quad (10)$$