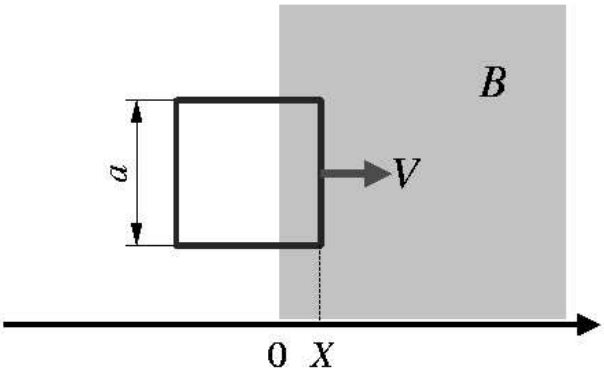
Corso di Laurea in Fisica
Anno Accademico 2002-2003

Compitino di Fisica b1A (20 Dicembre 2002)

1

Una spira metallica quadrata di lato a e resistenza R viene mantenuta a velocità costante V diretta lungo l'asse x. Nella regione $x > 0$ è presente un campo magnetico $\mathbf{B}$ ortogonale al piano della spira. Sia X la posizione del lato destro della spira.
Si calcoli, per $0 < X < a$ ed in condizioni stazionarie:



a) la corrente I che circola nella spira (intensità e verso);

b) la potenza dissipata nella spira;

c) la forza meccanica necessaria per mantenere la spira a velocità costante e la potenza sviluppata da tale forza. Si discuta la conservazione dell'energia.

Si considerino ora le fasi di ingresso del lato destro ($X = 0$, $t = 0$) e del lato sinistro ($X = a$, $t = a/V$) della spira nella regione di campo magnetico:

d) Assumendo che la spira abbia un coefficiente di autoinduzione L, si calcoli l'andamento temporale di $I(t)$ per $t > 0$ e $t > a/V$ e il tempo caratteristico in cui la corrente va a regime.

a) La forza eletromotrice indotta è $\varepsilon = -d\Phi(B)/dt = -d(BaX)/dt = -BaV$; la corrente $I = \varepsilon/R = -BaV/R$ circola in senso orario se B è uscente dal piano del foglio.

b) $P_{diss} = RI^2 = (BaV)^2/R$.

c) La forza meccanica è opposta alla forza di Lorentz sul circuito: $F = -BIa = (Ba)^2V/R$, diretta lungo x. La potenza è $P = FV = (BaV)^2/R$. Il lavoro meccanico è quindi convertito in potenza dissipata per effetto Joule.

d) In fase transiente $\varepsilon = RI - LdI/dt$. La soluzione per $t > 0$ è $I(t) = I_0(1 - e^{-t/\tau})$, dove $I_0 = -BaV/R$ e $\tau = L/R$; per $t > t_0(\gg L/R)$, si ha $I(t) = I_0 e^{-t/\tau}$.

2

Un cilindro conduttore di raggio R e lunghezza $L \gg R$ viene mantenuto in rotazione intorno al proprio asse a velocità angolare fissata ω, in presenza di un campo magnetico $\mathbf{B}_0$ anch'esso in direzione assiale. Si trascurano effetti ai bordi.

a) Si scriva la forza totale sugli elettroni di conduzione in condizioni stazionarie e si determini il campo elettrico generato nel cilindro per mantenere l'equilibrio.

b) Si determini la densità di carica all'interno del cilindro e la densità di carica superficiale.

c) Si determini la densità di corrente all'interno del cilindro e la densità di corrente superficiale.

d) Si determini il campo magnetico $\mathbf{B}_{ind}$ indotto dalle correnti.

a) La velocità degli elettroni è $\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$. La forza di Lorentz è $\mathbf{F}_L = q_e\mathbf{v} \times \mathbf{B}_0 = q_e B_0 \omega \mathbf{r}$ dove $q_e = -e < 0$. La forza centrifuga è $\mathbf{F}_c = m_e\omega^2\mathbf{r}$. La forza totale è $\mathbf{F} = q_e\mathbf{E} + \mathbf{F}_L + \mathbf{F}_c$. All'equilibrio $\mathbf{F} = 0$ impone $\mathbf{E} = -\omega(B_0 + m_e\omega/q_e)\mathbf{r}$. Si ha $B_0 > 0$ ($B_0 < 0$ se $\mathbf{B_0}$ è parallelo (antiparallelo) ad $\boldsymbol{\omega}$. La forza centrifuga è generalmente piccola e la trascuriamo nel seguito.

b) La densità di carica ρ è costante: infatti applicando il teorema di Gauss a un cilindro coassiale di raggio r ed altezza h, $\rho(\pi r^2 h)/\epsilon_0 = E(r)(2\pi r h) = -2\pi\omega B_0 r^2 h$ e quindi $\rho = -2\epsilon_0\omega B_0$. La densità superficiale è $\sigma = -\epsilon_0 E(R) = \epsilon_0\omega B_0 R$. Notare che $2\pi R h\sigma + \pi R^2 h\rho = 0$ che esprime la coservazione della carica.

c) Nel volume $\mathbf{J}(r) = \rho\mathbf{v} = \rho\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$*. Sulla superficie* $\boldsymbol{\iota} = \sigma v(R) = \sigma\omega R$*.*

d) Sull'asse $\mathbf{B}_{ind} = 0$*. Per simmetria* B_{ind} *è diretto lungo l'asse. Calcoliamo la circuitazione di* $\mathbf{B}_{ind}$ *su un circuito rettangolare* C *di altezza* h *avente un lato sull'asse e larghezza* r*:*

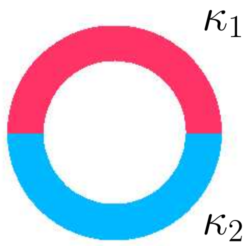
$$\oint_C \mathbf{B}_{ind} \cdot d\mathbf{s} = hB_{ind}(r) = \mu_0 I_{conc} = \mu_0 \int_0^r J(r')hdr' = \mu_0\rho\omega h r^2/2.$$

Quindi $B_{ind}(r) = -\mu_0\epsilon_0 B_0\omega^2 r^2/2 = -B_0(\omega r/c)^2/2 \ll B_0$*.*

3

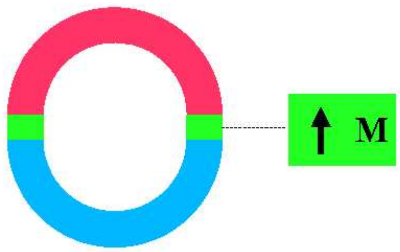
Due semitori di identica forma ad U, lunghezza totale d e raggio della sezione piccolo rispetto a d sono costituiti da materiali di permeabilità magnetiche relative κ_1 e κ_2, rispettivamente. I semitori vengono accostati a formare una O come in figura.

a) Attorno al traferro vengono avvolte N spire in cui passa la corrente I. Determinare i campi $\mathbf{H}$ e $\mathbf{B}$ all'interno dei semitori (si assuma che i campi siano uniformi lungo il raggio).



Si tolgono ora le spire e si inseriscono tra i semitori due spessori (di altezza δ) di materiale avente una magnetizzazione permanente $\mathbf{M}$ diretta ortogonalmente alle facce piane degli spessori (vedi figura).

b) Determinare i campi $\mathbf{H}$ e $\mathbf{B}$ all'interno dei semitori e degli spessori. (Si considerino i due casi in cui le magnetizzazioni degli spessori sono parallele o antiparallele)



a) Poichè B *è perpendicolare alle superfici di discontinuità risulta costante in tutto il circuito magnetico. Dalla circuitazione di* H *si ottiene* $(H_1 + H_2)d = NI$*. Poiché* $B = \mu_0\kappa_1 H_1 = \mu_0\kappa_2 H_2$*, si ottiene* $B = (\mu_0 NI/d)/(1/\kappa_1 + 1/\kappa_2)$*.*

b) Anche in questo caso B *è costante mentee la circuitazione di* H *è nulla (non ci sono correnti). Siano* H_3 *e* H_4 *i valori del campo* H *nei due spessori magnetici. Per magnetizzazioni antiparallele, per simmetria* $H_3 = H_4$ *(ovvero il verso di* $\mathbf{M}$ *e di* $\mathbf{H}$ *è sempre tangenziale nello stesso verso – antiorario in figura); quindi* $(H_1 + H_2)d + 2H_3\delta = 0$*. Essendo* $B = \mu_0\kappa_1 H_1 = \mu_0\kappa_2 H_2$*,* $B = \mu_0(H_3 + M)$*, si ha* $B = 2\mu_0 M\delta/[d(1/\kappa_1 + 1/\kappa_2) + 2\delta]$*. Per magnetizzazioni parallele, essendo* $B = \mu_0(H_3 + M) = \mu_0(H_4 - M)$*, da* $(H_1 + H_2)d + (H_3 + H_4)\delta = 0$ *si ottiene* $B = 0$*, con* $H_1 = H_2 = 0$*,* $H_3 = -H_4 = -M$*.*