Corso di Laurea in Fisica
Anno Accademico 2003-2004

Compito di Fisica bIA (21 giugno 2004)

1

Tra le armature di un condensatore piano, ognuna di superficie S, si trova una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo l_0. Il sistema si trova inizialmente nel vuoto, il condensatore è isolato e la sua carica vale Q.

a) Si trovi la lunghezza della molla per cui il sistema è in equilibrio.

Adesso lo stesso condensatore, con la stessa carica Q e la stessa molla tra le armature, è immerso in un gas. Le molecole del gas hanno polarizzabilità molecolare α, e si hanno n molecole per m^3.

b) Le armature tenderanno ad avvicinarsi od a allontanarsi?

c) Si trovi, in funzione della polarizzabilita' α delle molecole, la nuova posizione di equilibrio delle armature.

2

I centri di due spire A e B, con raggi rispettivamente a e b con $a \ll b$, sono coincidenti. La spira A, di resistenza R viene fatta ruotare con velocità angolare costante $\boldsymbol{\omega}$ nel piano della spira B fissa, attorno all'asse del diametro. Nella spira B viene mantenuta la corrente continua I.

Calcolare:

a) la corrente I_A indotta nella spira A, trascurando il coefficiente di autoinduzione;

b) la potenza dissipata nella spira A;

c) il momento delle forze sulla spira A e la potenza meccanica da esse sviluppata.

d) Si consideri ora il caso in cui A è ferma ed in essa scorre la corrente I, mentre B ruota con velocità ω. Calcolare la f.e.m. indotta in B, trascurando l'autoinduzione.

Soluzione

1

a) Il campo elettrico generato dalla singola armatura vale $E = \sigma/(2\varepsilon_0) = Q/(2S\varepsilon_0)$. Quindi la forza elettrostatica, attrattiva, agente su ognuna delle due armature vale $f = Q^2/(2S\varepsilon_0$. All'equilibrio questa forza sarà bilanciata dalla forza elastica

$$\frac{Q^2}{2S\varepsilon_0} = kx, \quad \text{da cui} \quad x = \frac{Q^2}{2Sk\varepsilon_0},$$

dove x è la compressione della molla.

b) Dopo l'introduzione del gas le armature tenderanno ad allontanarsi perché la polarizzazione del gas stesso riduce la carica effettiva sulle superfici.

c) Nel gas la suscettività dielettrica χ e la costante dielettrica relativa ε_r valgono

$$\chi = \frac{n\alpha}{\varepsilon_0}, \quad \varepsilon_r = 1 + \chi = 1 + \frac{n\alpha}{\varepsilon_0}$$

da cui

$$x = \frac{Q^2}{2Sk\varepsilon_0\varepsilon_r},$$

2

a) Dato che $a \ll b$ il campo sulla superficie di A può essere preso costante ed uguale al campo nel centro della spira B, ovvero $B_0 = \mu_0 I/2b$, perpendicolare alla superficie di B. L'angolo tra la normale alla superficie di A e B_0 vale $\theta = \omega t$ e quindi il flusso è dato da

$$\Phi = B_0 \pi a^2 \cos \omega t$$

che fornisce, per la legge di Faraday–Neumann, una forza elettromotrice indotta

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = +\omega B_0 \pi a^2 \sin \omega t$$

e quindi la corrente vale

$$I_A = \mathcal{E}/R = (\omega B_0 \pi a^2/R) \sin \omega t.$$

b) La potenza dissipata vale

$$P_d = RI_A^2 = \frac{(\omega B_0 \pi a^2)^2}{R} \sin^2 \omega t.$$

c) Il momento delle forze è $\mathbf{M} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$ dove $\mathbf{m}$ è il momento magnetico della spira, con modulo $m = I_A \pi a^2$ e direzione perpendicolare alla superficie della spira. Quindi

$$\mathbf{M} = \boldsymbol{\omega} \frac{(\pi a^2 B_0)^2}{R} \sin \omega t$$

mentre la potenza meccanica sviluppata è

$$P_m = \mathbf{M} \cdot \boldsymbol{\omega} = P_d$$

uguale alla potenza dissipata per effetto Joule.

d) Ad ogni istante, il flusso del campo magnetico generato da A attraverso la superficie di B è proporzionale alla corrente in A:

$$\Phi_B = MI_A$$

dove M dipende in generale dall'angolo θ.

Per la simmetria del coefficiente di autoinduzione M, nel caso in cui, per lo stesso valore di θ, la corrente I scorre in B, il flusso generato su A vale

$$\Phi_A = MI_B.$$

Dal risultato del punto a) ricaviamo quindi

$$M = \mu_0 \frac{\pi a^2}{2b} \cos\theta.$$

Il flusso generato in B quando in A scorre la corrente I vale quindi $\Phi = MI$ e, se $\theta = \omega t$, la f.e.m. indotta è

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\mu_0 \omega \frac{\pi a^2}{2b} \sin\omega t.$$