



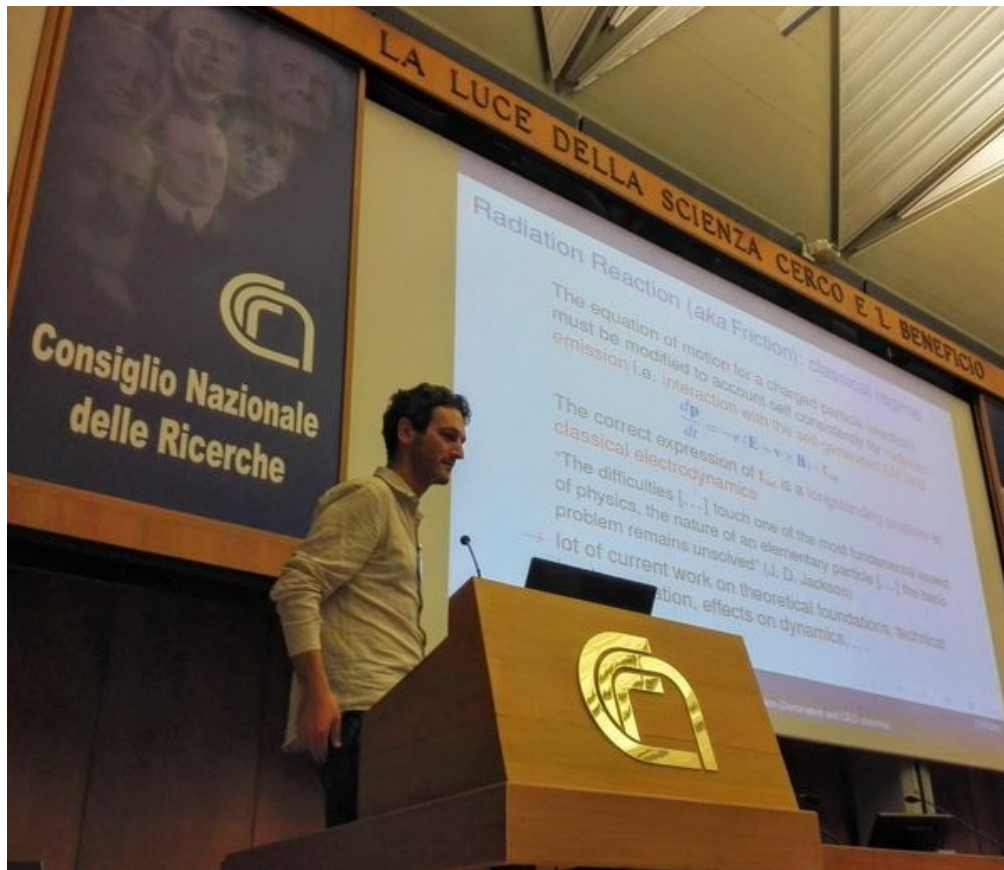
A vela con la luce, dal nanomondo alle stelle

Relatore:

Andrea Macchi
(CNR/INO, Pisa)

Evento:

Corso di formazione -
Fondazione
"I Lincei per la Scuola"
Scuola Normale Superiore,
Pisa, Marzo 2024



All'Istituto Nazionale
di Ottica del CNR ci
occupiamo di scienze
e applicazioni della

Luce

www.ino.cnr.it

www.pi.ino.cnr.it

“La luce della scienza cerco e 'l beneficio”

(**Leonardo da Vinci?** o **Galileo Galilei?**)



1. Dai “venti celesti” di Keplero alla pressione della luce di Maxwell e Bartoli

Relatore:

Andrea Macchi
(CNR/INO, Pisa)

Evento:

Corso di formazione -
Fondazione

“I Lincei per la Scuola”
Scuola Normale Superiore,
Pisa, 13 Marzo 2024

Struttura della Lezione

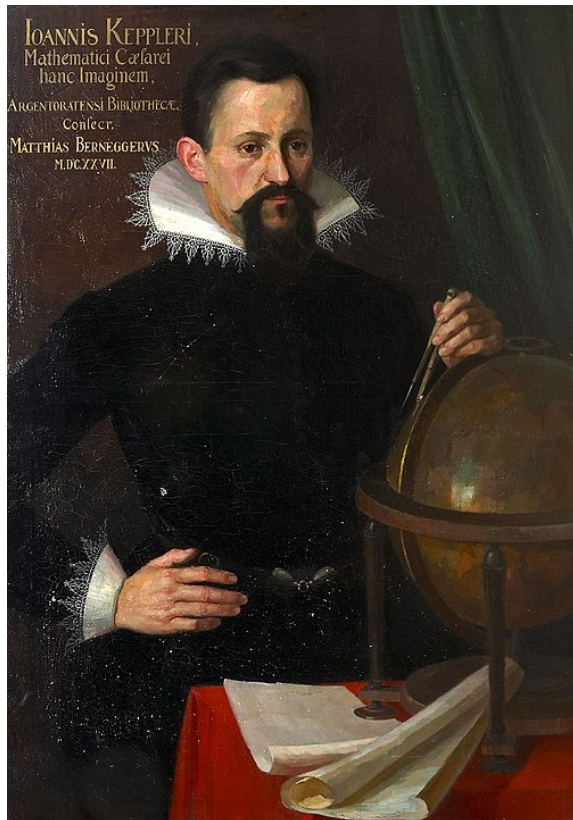
- Intro:
 - Keplero e i "venti celesti"
 - Il "calorico raggiante" e A. Bartoli (1851-1896)
- Modelli della Pressione della Luce (o di Radiazione)
 - termodinamico (la "macchina di Bartoli")
 - corpuscolare (fotoni)
 - elettromagnetico (Maxwell)

Breve bibliografia:

- B. Carazza, H. Bragh, "Adolfo Bartoli and the Problem of Radiant Heat", *Annals of Science* **46** (1989) 183-194
- A. Bartoli, "Il Calorico Raggiante e il Secondo Principio di Termodinamica", *Il Nuovo Cimento* **15** (1884) 193
- R. Feynman, *The Feynman Lectures on Physics*, vol. I, 34-8 & 39

C'è vento nel cosmo?

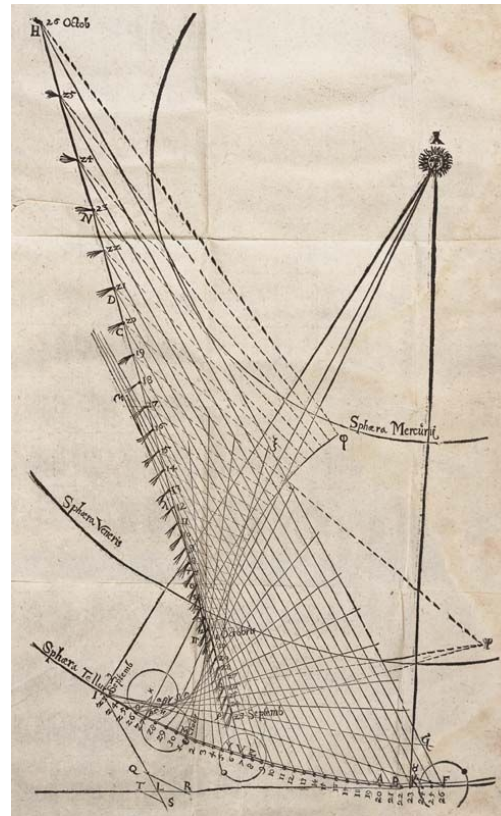
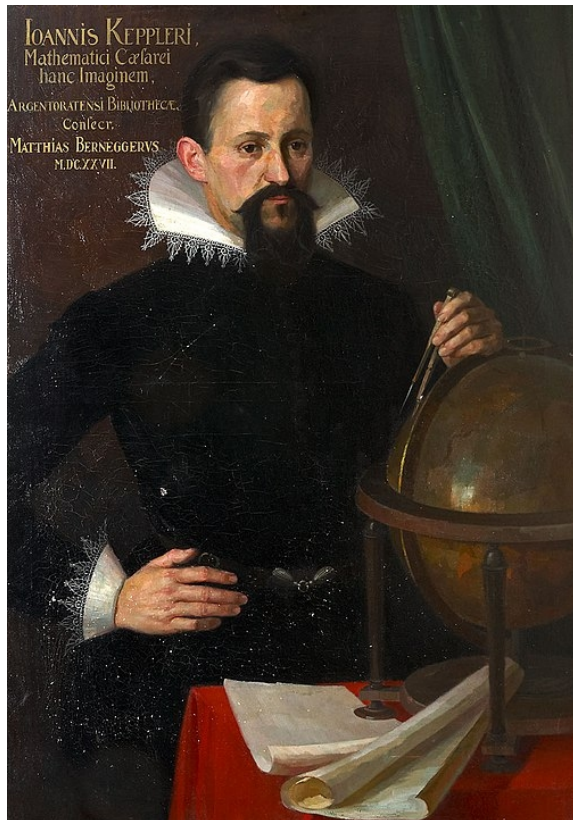
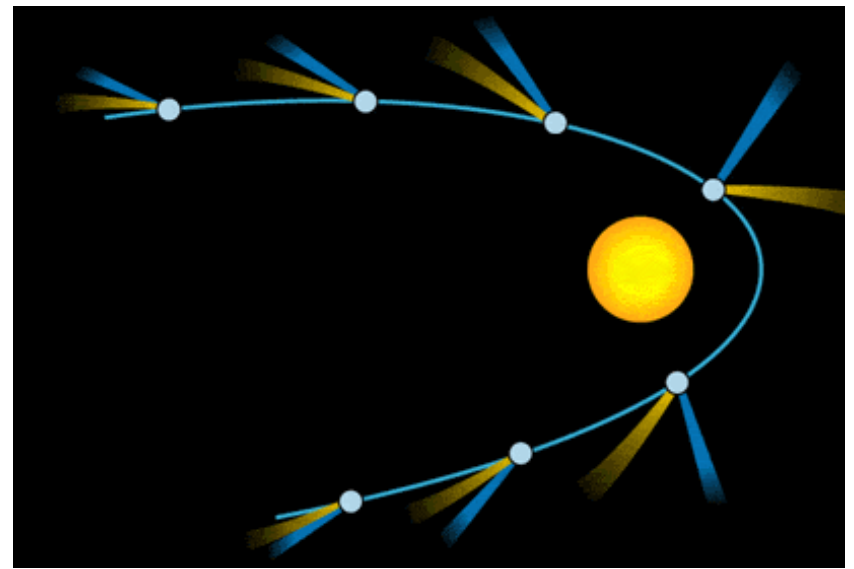
Johannes Kepler (~1600):
osservazione della
cometa di Halley e altre
comete



[Grazie a **Steve Shore** (UniPi) e V. Pavlik
per il vero ritratto di Keplero:
Physics Today **74**, 9-10 (2021)]

C'è vento nel cosmo?

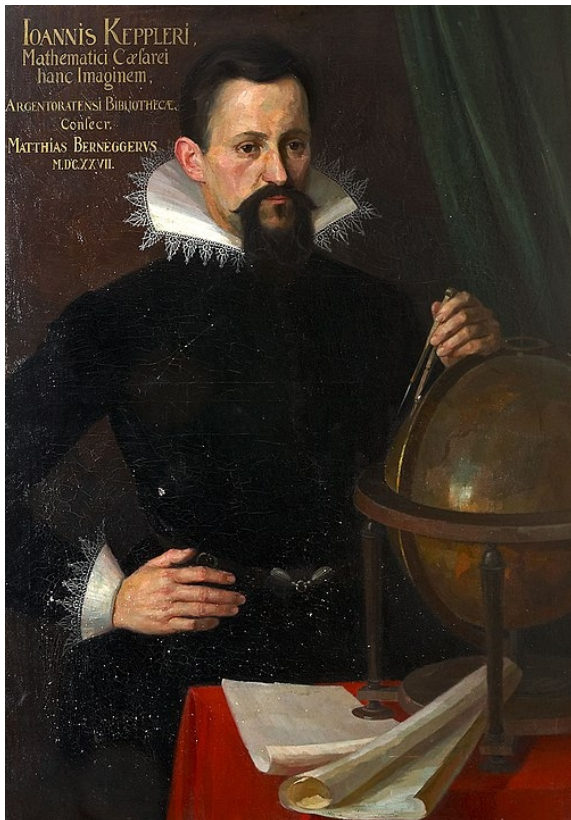
La coda delle comete è **opposta** alla posizione del Sole. La **luce solare** agisce come un **vento**?



Traiettoria della cometa di Halley con posizione della coda, da: **J. Kepler**, "De Cometis Libellis Tres" (1617).

C'è vento nel cosmo?

La coda delle comete è **opposta** alla posizione del Sole. La **luce solare** agisce come un **vento**?



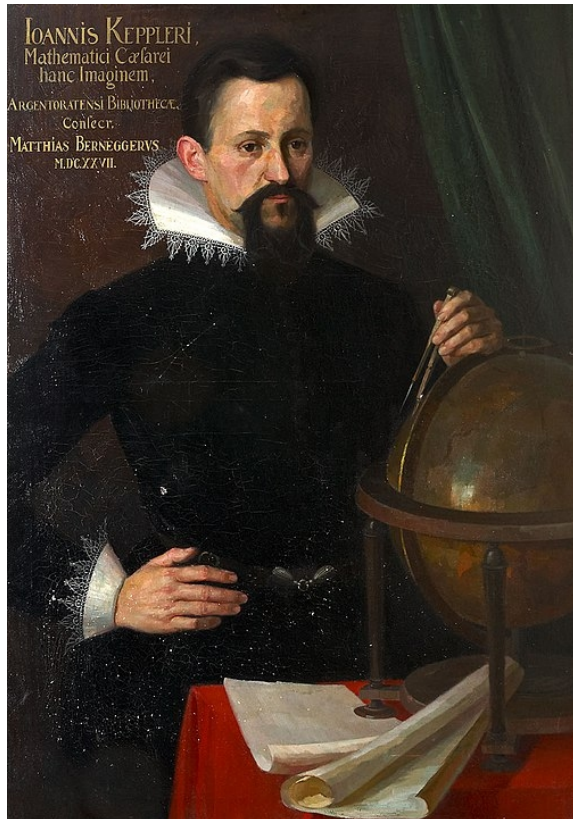
Rivolto a **Galileo**:

“Non è improbabile che ci siano abitanti non solo sulla Luna ma anche su Giove [...] Appena qualcuno scoprirà l'arte di volare, non mancheranno i coloni dalla nostra specie umana [...] Trovate navi e vele adatte ai venti celesti, e qualche intrepido sfiderà quel vuoto ...”

(“Dissertatio cum Nuncio Sidereo”, 1610)

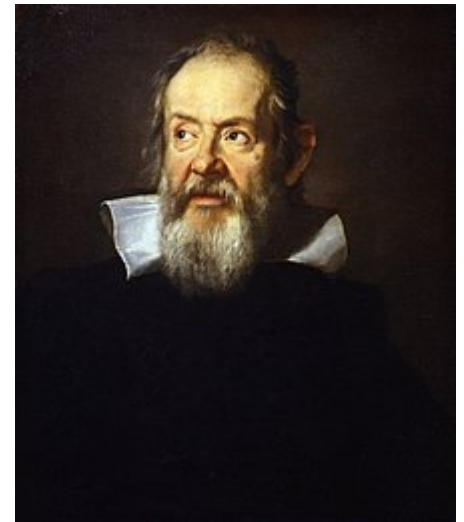
C'è vento nel cosmo?

La coda delle comete è **opposta** alla posizione del Sole. La **luce solare** agisce come un **vento**?



"Mio caro Keplero, cosa si può dire dei principali filosofi [...] che rifiutano di osservare i pianeti, la luna e perfino il mio telescopio?"

(Galileo, cit. in AA.VV., "Il libro dell'astronomia", Gribaudo, 2017)

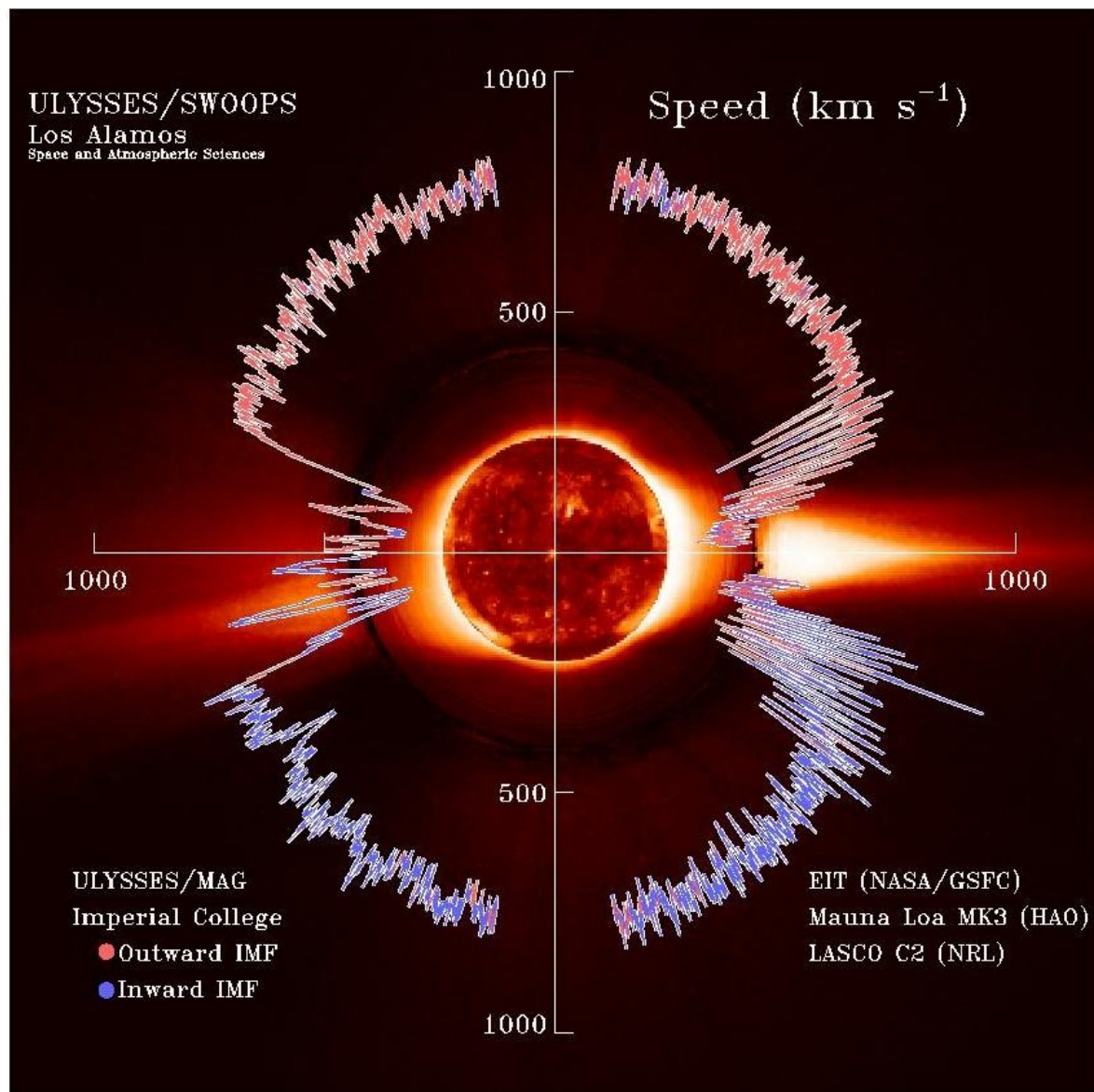


La Vera Natura del Vento Solare ...

Flusso di particelle cariche (da cui ci protegge il campo magnetico terrestre)

MA ...

L'intuizione che la luce possa "spingere" un oggetto si rivelò giusta!



La scoperta della pressione della luce

Predizione teorica:

James Clerk Maxwell, 1874
(teoria elettromagnetica della luce)



Adolfo Bartoli, 1876
(termodinamica della radiazione)



Verifica sperimentale:

Piotr N. Lebedev, 1899



Il "calorico raggiante"

“Il calorico è un fluido discontinuo; ciascheduno elemento di calorico segue costantemente la stessa direzione finché non incontri qualche ostacolo. Ogni punto di uno spazio caldo è traversato continuamente dai fascetti calorifici [...] Il calorico libero è un fluido raggiante [...] ogni punto della superficie dei corpi è un centro al quale arrivano e dal quale partono in tutti i sensi dei fascetti calorifici. L’equilibrio del calore fra due spazii liberi vicini consiste nella uguaglianza dei ricambii calorifici”

[**Pierre Prevost**, “Du calorique rayonnant”, 1809
citato in **Adolfo Bartoli**, “Dimostrazione elementare di un teorema relativo alla teoria del raggiamento dato dal prof. R. Clausius”, Il Nuovo Cimento **6**, 265–276 (1879)]

Il "calorico raggiante"

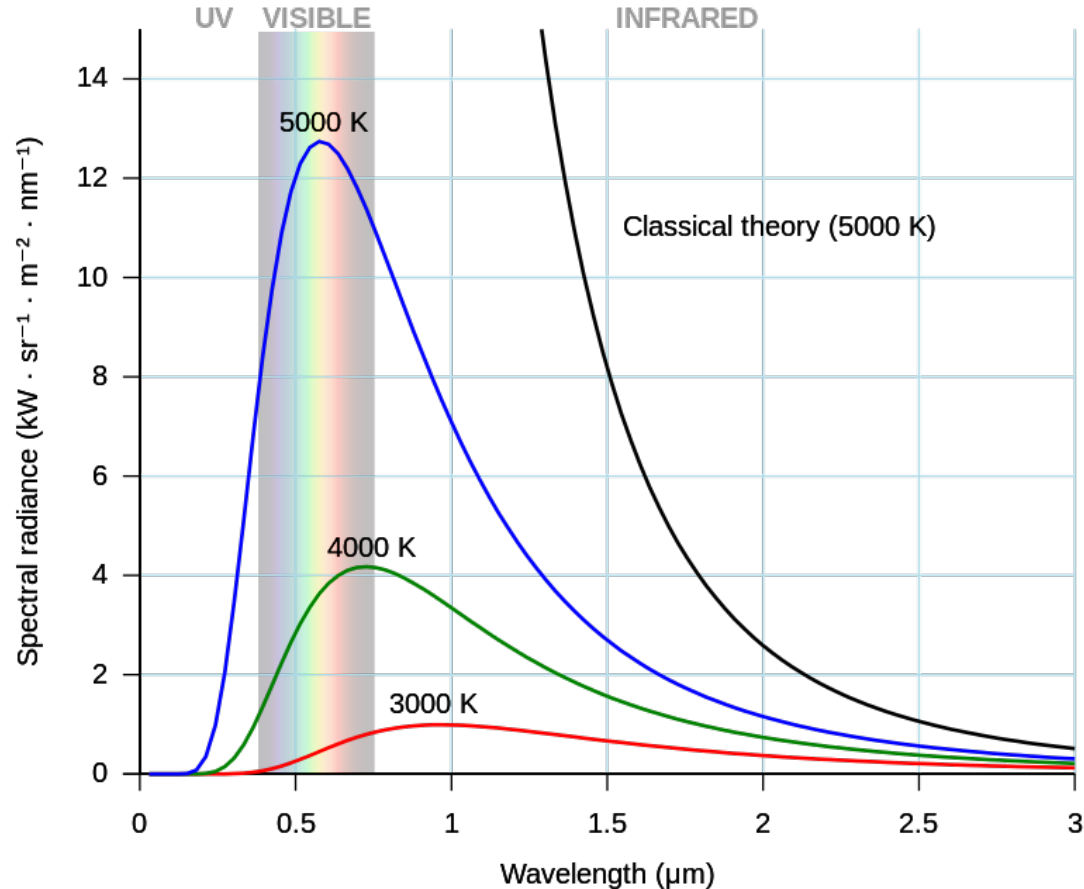
“Ciascheduna parte della superficie di un corpo emette calore in tutte le direzioni possibili, qualunque siano la sua temperatura e le sue relazioni coi corpi coi quali ricambia calore; una parte qualunque della superficie si trova in equilibrio di temperatura quando coi suoi ricambii di calore emette e assorbe nell’unità di tempo quantità di calore esattamente uguali”

[**Bartoli**, “Dimostrazione elementare ...”, cit.]

Radiazione e Temperatura

Corpo Nero:

oggetto ideale che assorbe ogni “calorico” (cioè ogni radiazione di qualsiasi “colore”) emettendo una radiazione caratteristica (“spettro di corpo nero”) all’equilibrio termico a una certa temperatura T
[Gustav Kirchoff, 1860]



Credit: Darth Kule, wikimedia commons

<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=10555337>

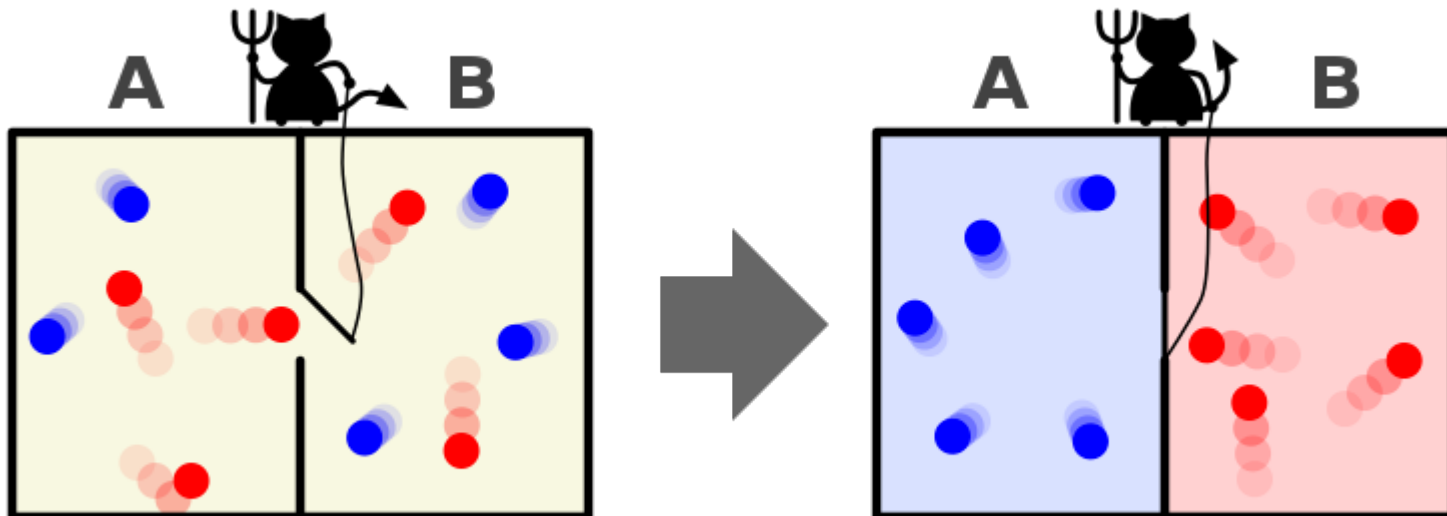
Esempio: la T superficiale del Sole è circa 5600°C (mentre un corpo umano a 37°C emette nell'infrarosso)

Secondo Principio della Termodinamica

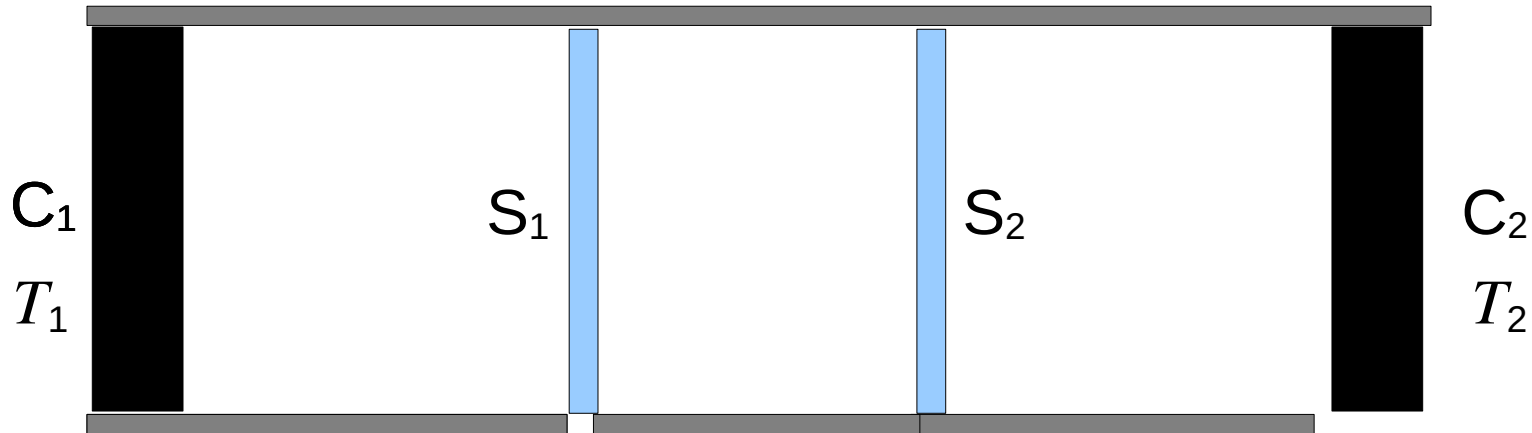
Assioma di **Clausius** (1850):

“Non può passare calore da un corpo più freddo ad uno più caldo senza che insieme si consumi lavoro”

Diavoletto di **Maxwell**: suggerisce che la validità sia “probabilistica” e legata alla natura corpuscolare della materia (e il “calorico raggiante”?)



La "Macchina Ciclica" di Bartoli

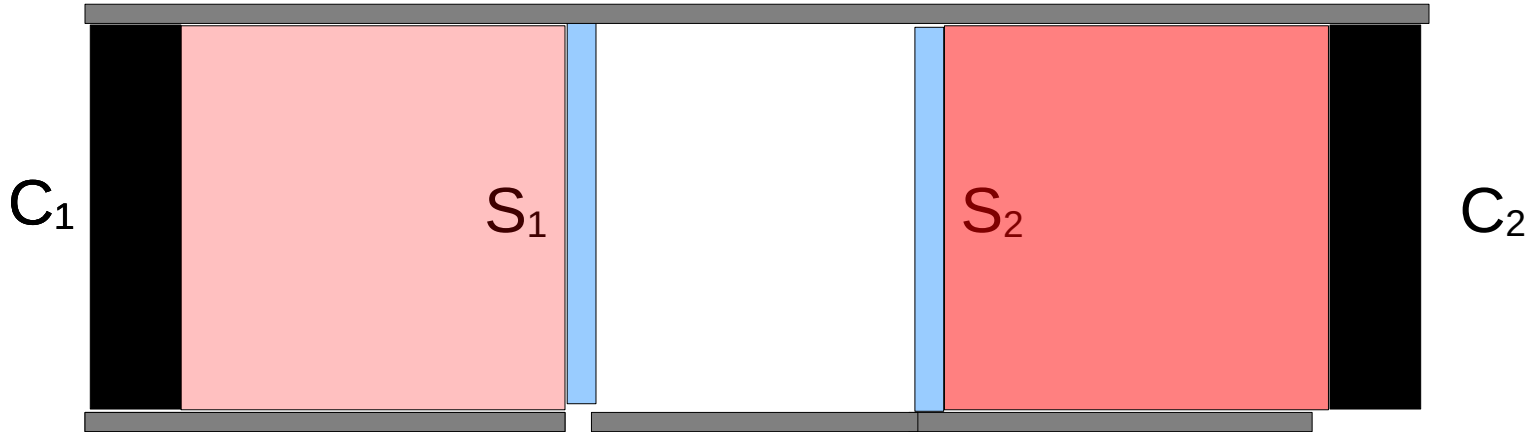


C_1 e C_2 : corpi neri a temperature diverse $T_1 \neq T_2$

S_1 e S_2 : "specchi" (superfici sottili perfettamente riflettenti)
identici fra loro.

Gli specchi possono scorrere lungo la cavità e possono essere rimossi o reinserti lateralmente.

La "Macchina Ciclica" di Bartoli

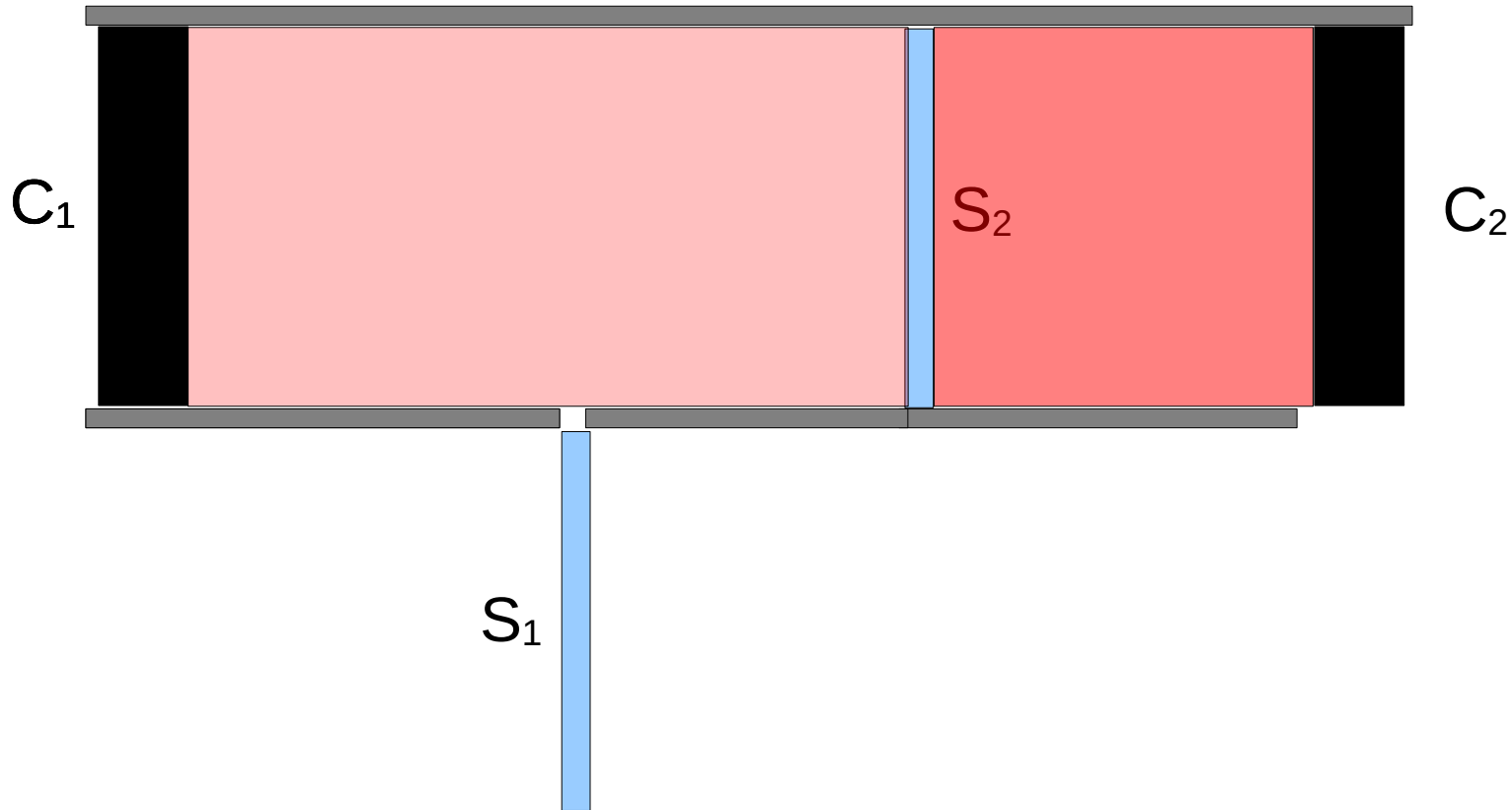


Il "calorico" emesso da C_1 riempie lo spazio sino a S_1

Il "calorico" emesso da C_2 riempie lo spazio sino a S_2

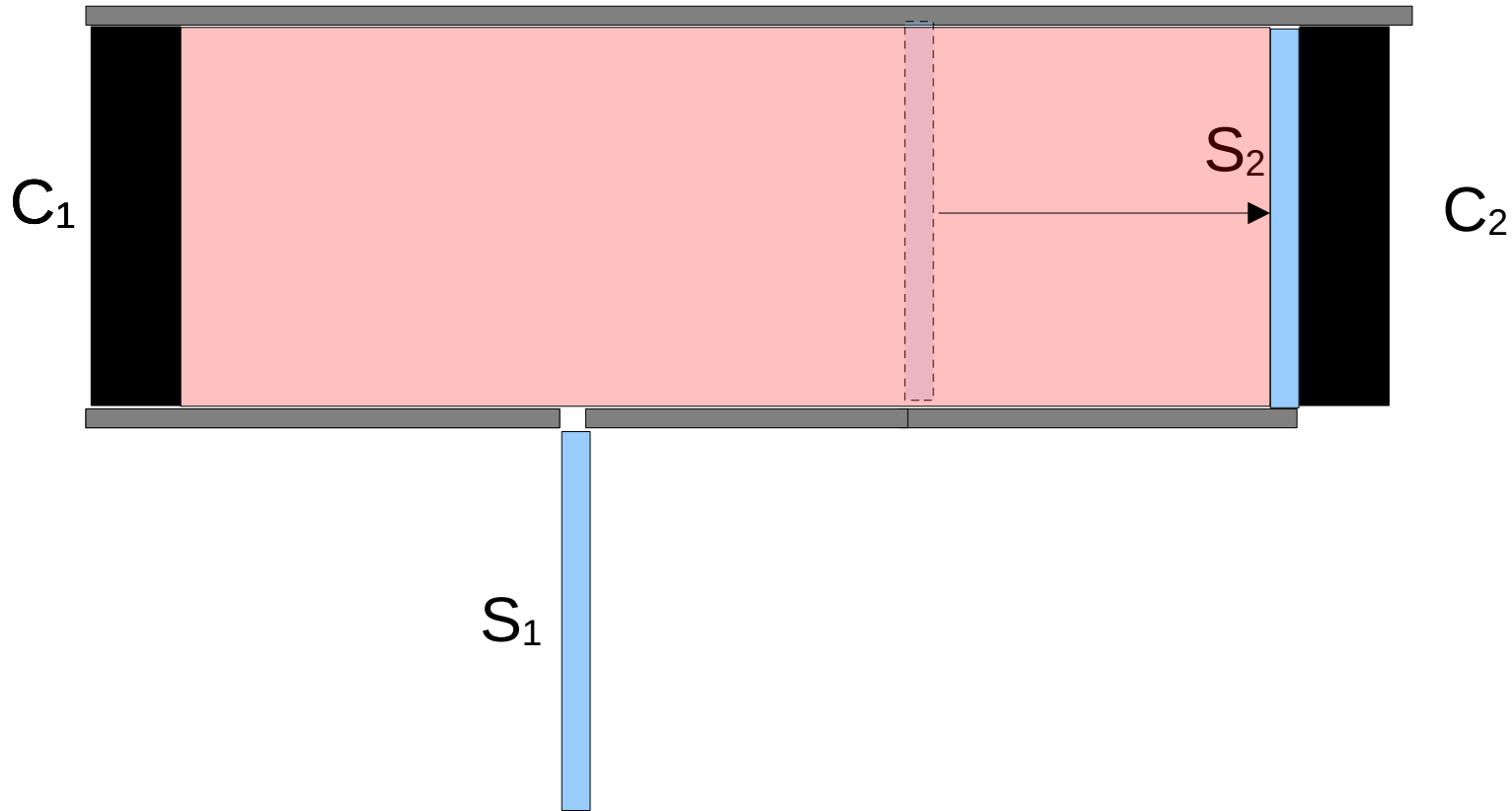
Il "calorici" sono in equilibrio termico con i corpi emittenti

La "Macchina Ciclica" di Bartoli



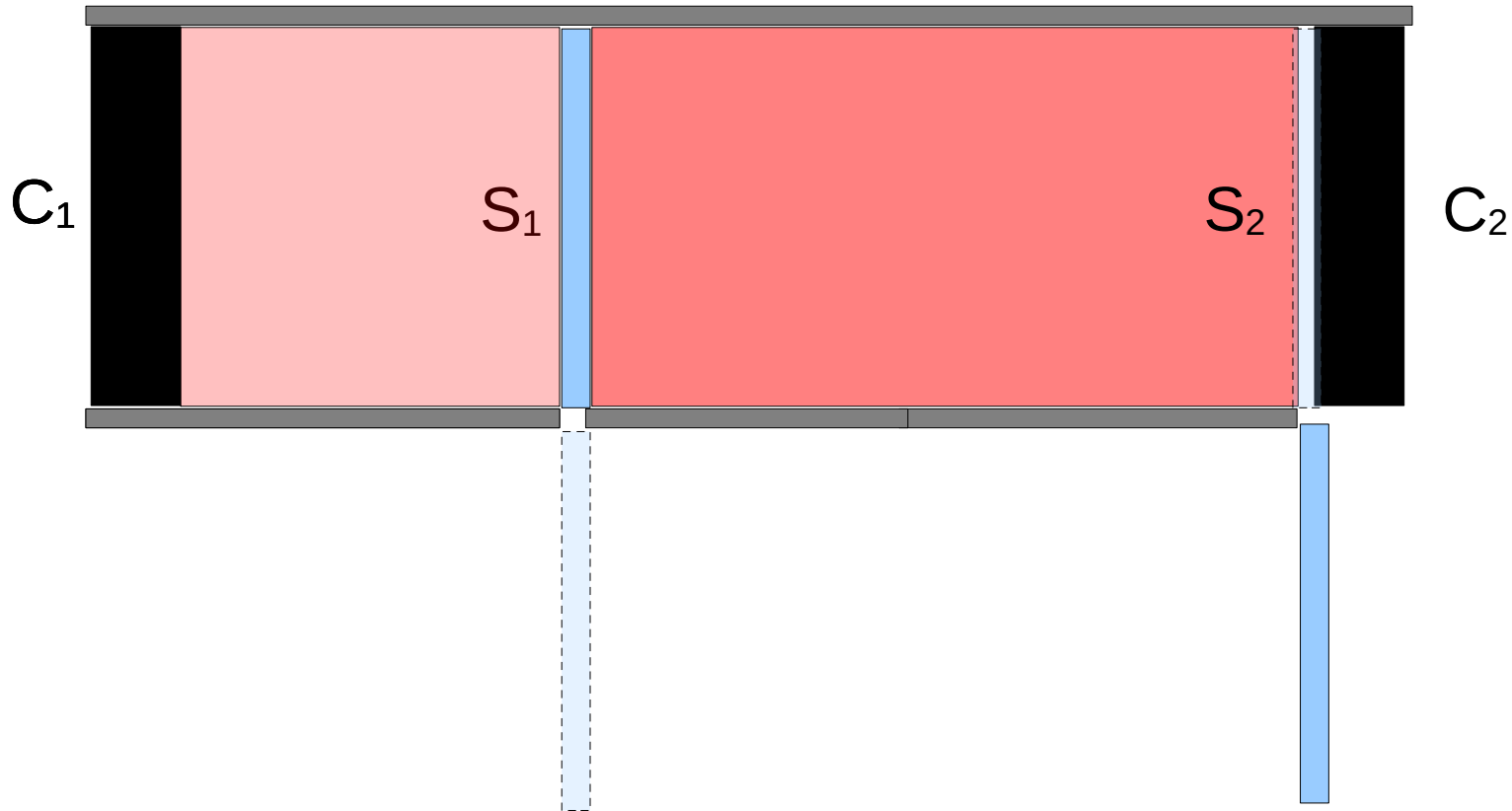
Rimosso S_1 , Il "calorico" emesso da C_1 riempie lo spazio sino a S_2

La "Macchina Ciclica" di Bartoli



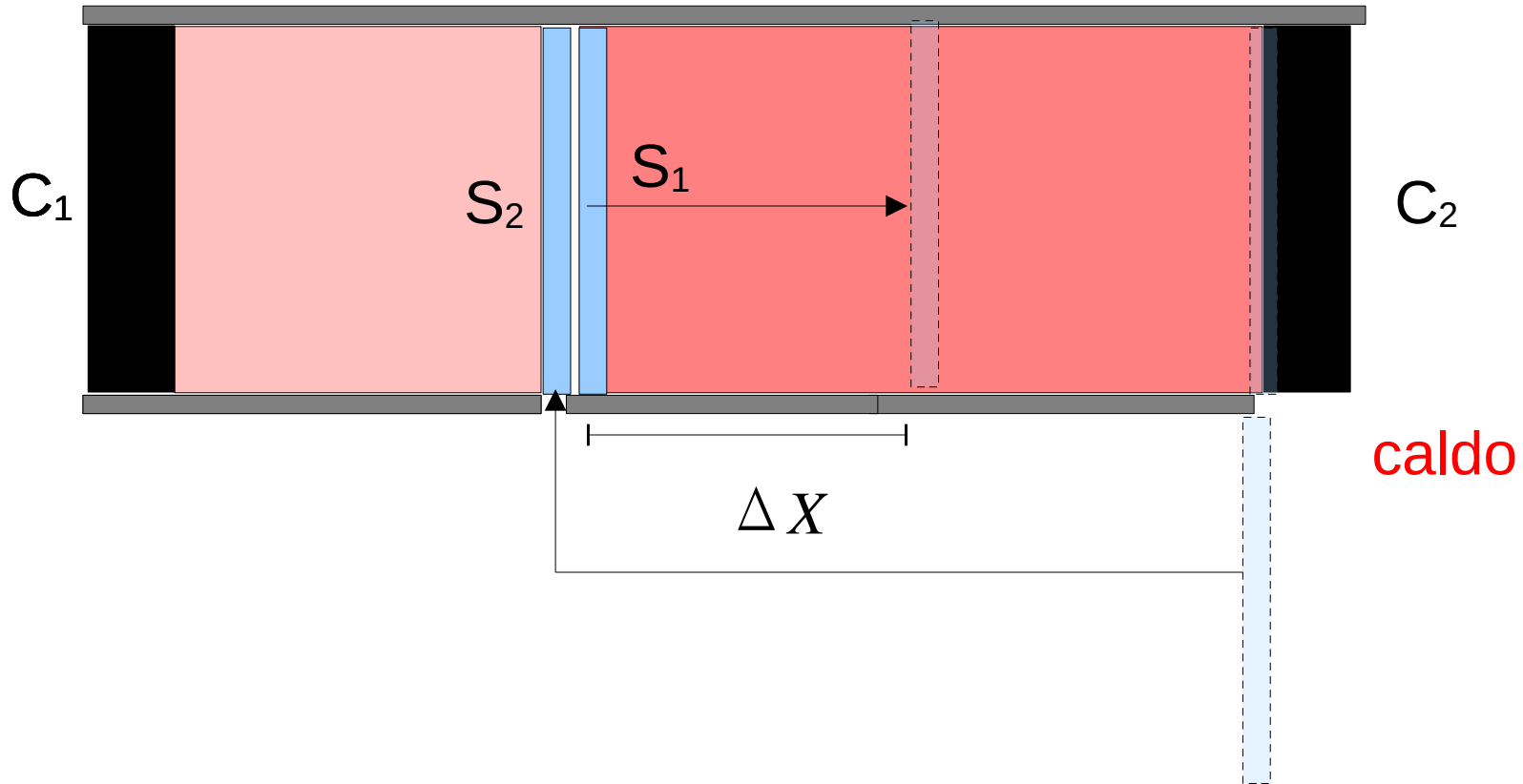
Spostiamo S_2 , a contatto con C_1 ; Il "calorico" emesso da C_1 riempie l'intera cavità

La "Macchina Ciclica" di Bartoli



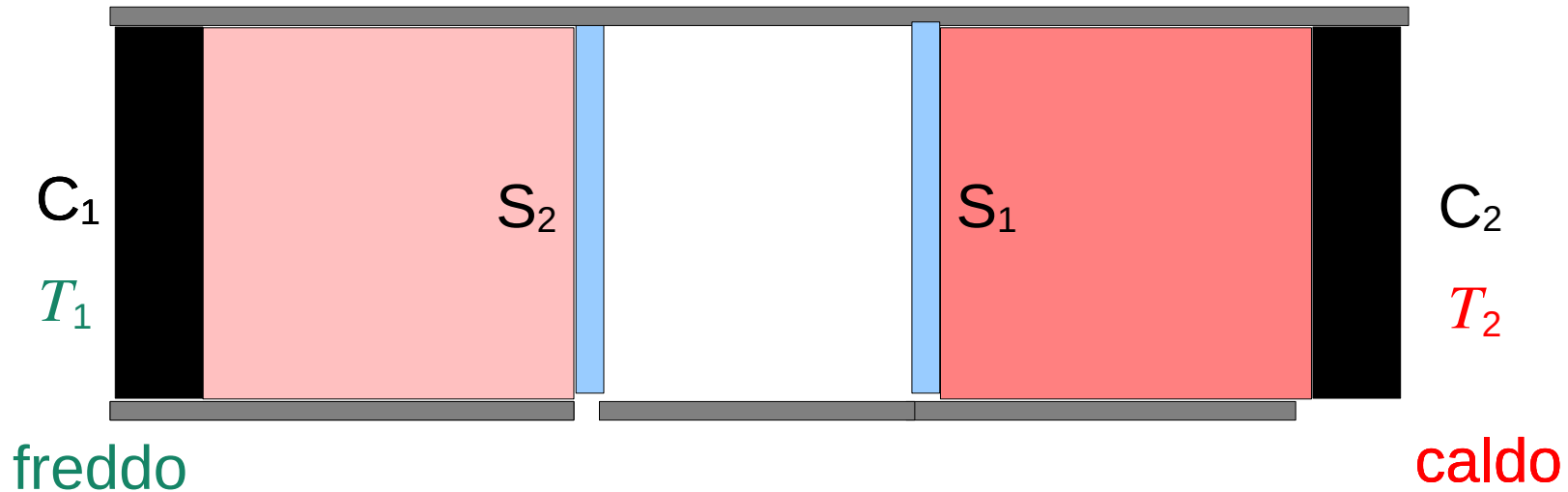
Reinserito S_1 e rimosso S_2 Il "calorico" prima compreso tra S_1 e C_2 va in equilibrio termico con C_2

La "Macchina Ciclica" di Bartoli



Reinserito S_2 immediatamente prima di S_1 si sposta ora S_1 sino alla posizione originaria di S_2 ; il "calorico" compreso nel tratto ΔX viene trasferito a C_2

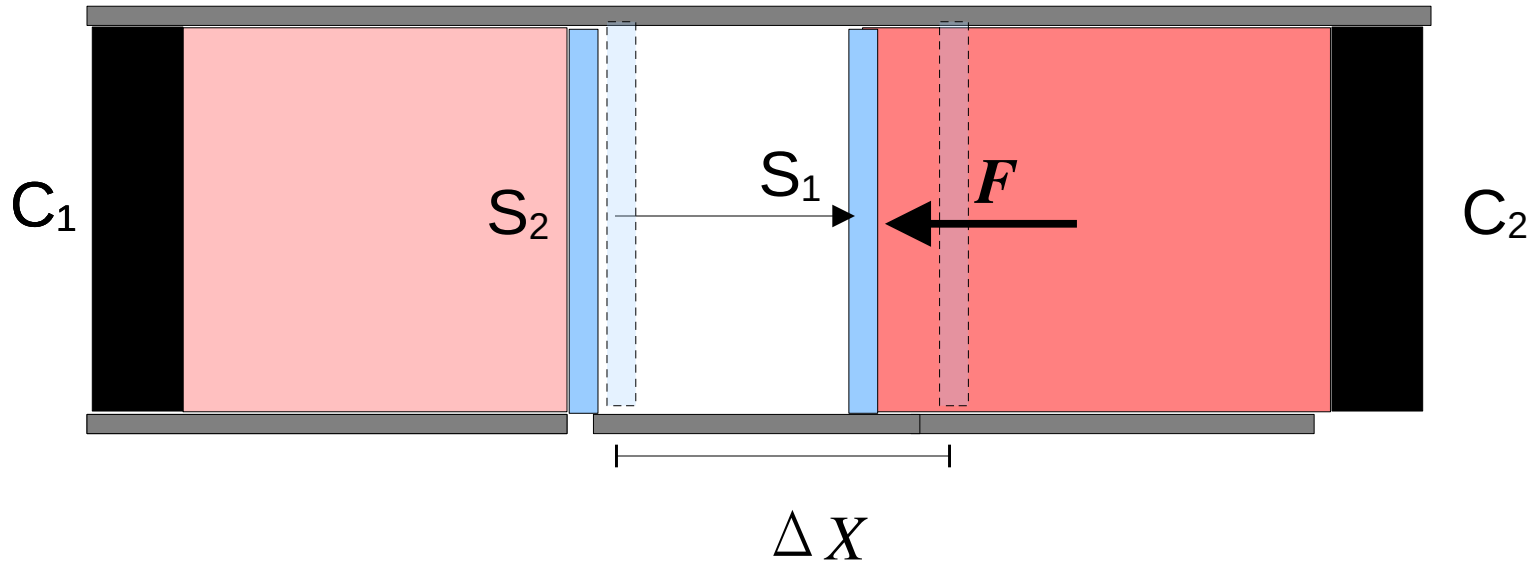
La "Macchina Ciclica" di Bartoli



La macchina è tornata nello stato iniziale. Se $T_1 < T_2$ abbiamo realizzato un ciclo il cui unico risultato è far passare calore ("calorico") da un corpo più freddo a un corpo più caldo, violando il secondo principio.

Il ciclo è possibile solo fornendo lavoro al sistema (secondo l'enunciato di Clausius)

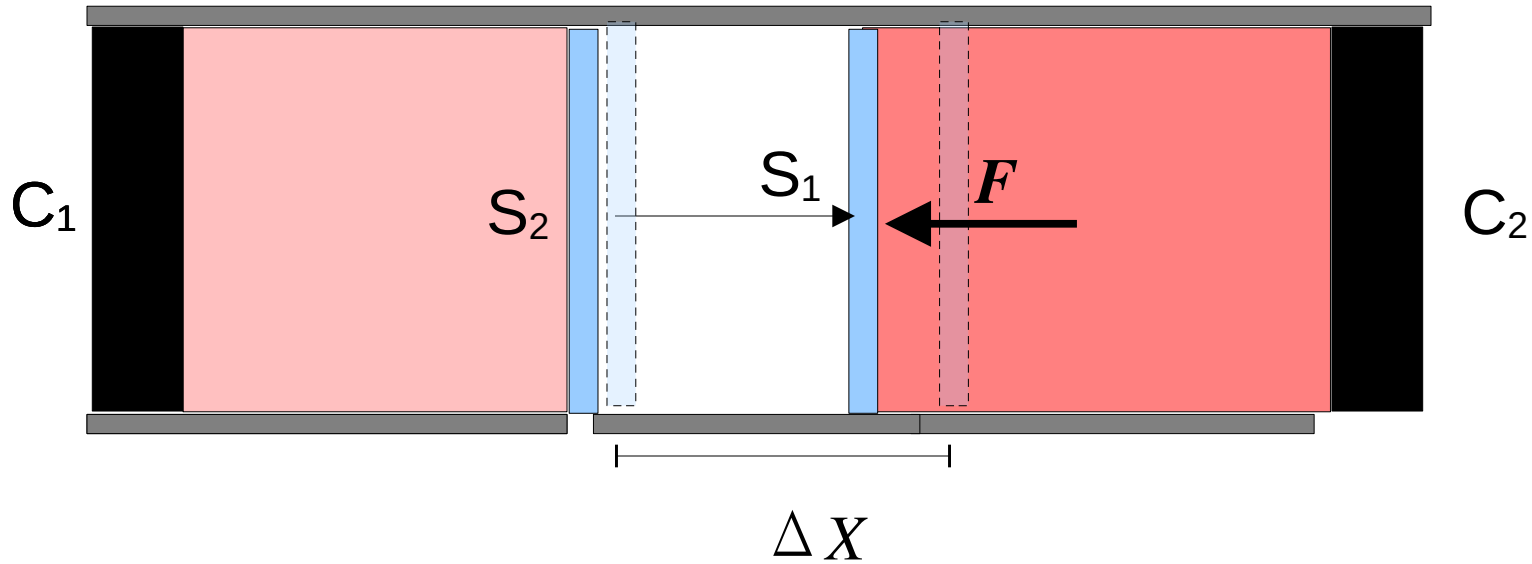
Esistenza della Pressione di Radiazione



Per Bartoli Il lavoro deve essere fatto per spostare lo specchio S_1 e deve essere uguale all'energia del "calorico" compreso in ΔX .

Questo lavoro non nullo presuppone l'esistenza di una forza di pressione interna F che deve essere bilanciata dalla forza esterna.

Esistenza della Pressione di Radiazione

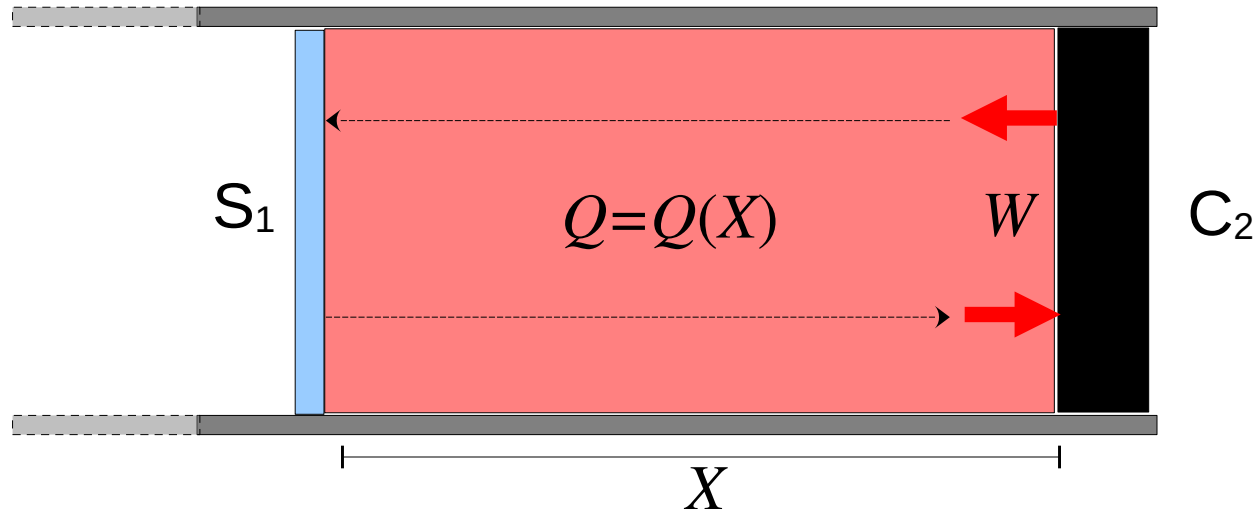


Nota: questo equivale ad applicare il *primo* principio della termodinamica (conservazione dell'energia) nella forma

$$P \Delta V = \Delta Q - \Delta U$$

ma trascurando la variazione dell'energia interna ΔU (funzione della temperatura T)

Pressione di Radiazione



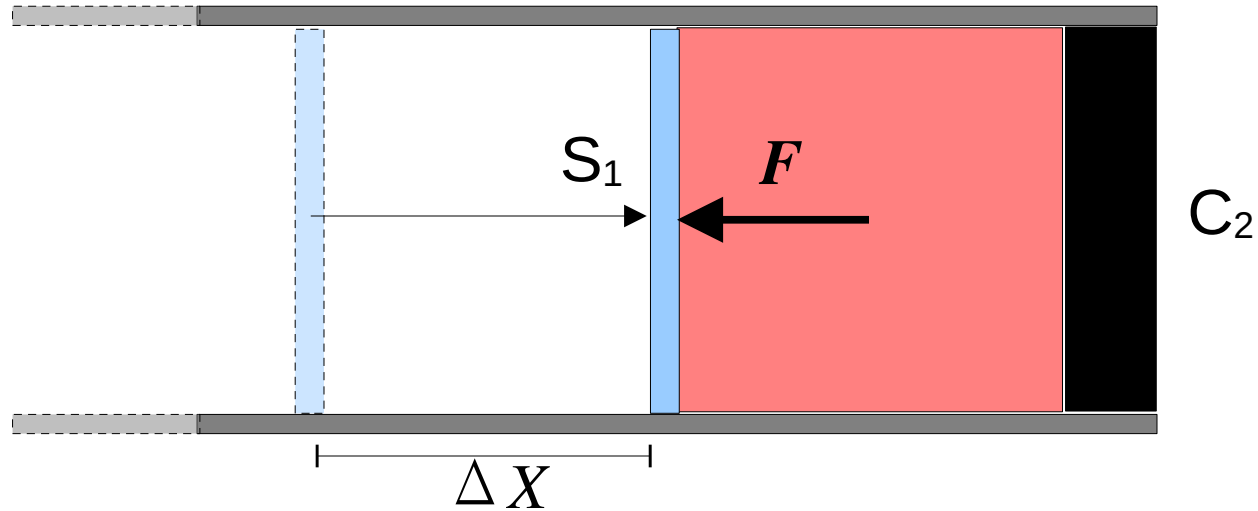
Sia W la potenza (= energia per unità di tempo) emessa dal corpo nero C_2 (poi riassorbita dopo la riflessione da S_1)

L'energia del "calorico" contenuta nel tratto X tra S_1 e C_2 è

$$Q = Q(X) = W \cdot 2X / c$$

(energia emessa nel tempo di "andata e ritorno" $2X / c$ tra C_2 e S_1 percorrendo la distanza $2X$ alla velocità c)

Pressione di Radiazione



Il lavoro esterno L (<0) compiuto spostando S_1 per ΔX è

$$L = - F \cdot \Delta X$$

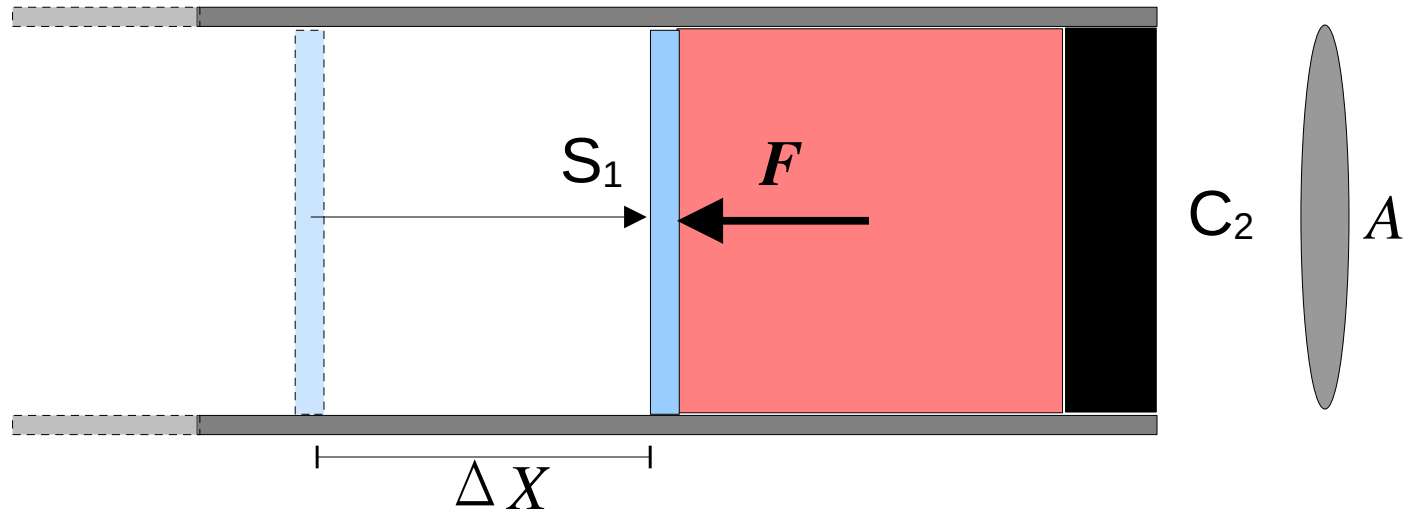
e deve essere uguale al "calorico" trasferito

$$L = Q(X) - Q(X - \Delta X) = -W \cdot 2 \Delta X / c$$

da cui si ottiene per la forza di pressione su S_1

$$F = 2W / c$$

Pressione di Radiazione



Detta la superficie trasversale del sistema la pressione (forza per unità di superficie) è $P = F/A = 2W/(Ac)$
e in termini dell'intensità della radiazione $I = W/A$

$$P = 2I/c$$

(valida per incidenza normale su specchio perfetto)

Quanto vale la pressione del Sole?

intensità della radiazione
solare sull'orbita Terrestre

$$I \approx 1.4 \text{ kWatt/m}^2$$

$$\rightarrow I/c \approx 10^{-5} \text{ N/m}^2$$

$$\approx 10^{-10} \text{ atmosfere}$$



$$\text{Maxwell: } 8.82 \times 10^{-5} \text{ libbre/piede}^2 = 4.25 \times 10^{-6} \text{ N/m}^2$$

$$\text{Bartoli: } 8.4 \times 10^{-7} \text{ kg/m}^2 = 8.2 \times 10^{-6} \text{ N/m}^2$$

[Il valore di I implica che su un m^2 di tetto
incide in ≈ 1 ora un'energia di ≈ 1 **kilowattora**
(1 kWh = 1000 Watt X 3600 s = $3.6 \cdot 10^6$ Joule)
dell'ordine del consumo elettrico quotidiano
di una casa: un contributo alla "bolletta della
luce" ...]

Quanto vale la pressione del Sole?

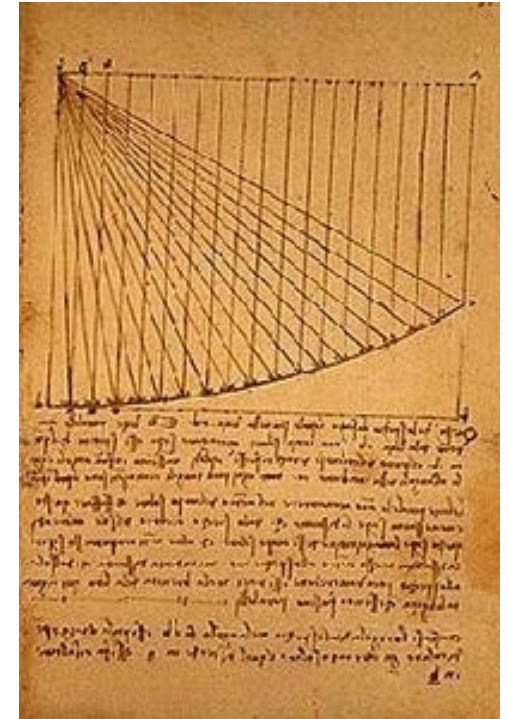
focalizzando la luce solare con specchi o lenti si può ottenere

$\approx I \times 1000 \rightarrow I/c \approx 10^{-7}$ atmosfere
sempre piccola!



Specchi ustori di Archimede.

Giulio Parigi, ca. 1600. Museo d. Uffizi,
Stanzino delle Matematiche, Firenze



Leonardo da Vinci,
Codex Arundel (1480-1518)

Radiometro di Crookes (1870)



detto anche
“mulino a luce”
(*optical windmill*)

Una prova della
pressione della luce?

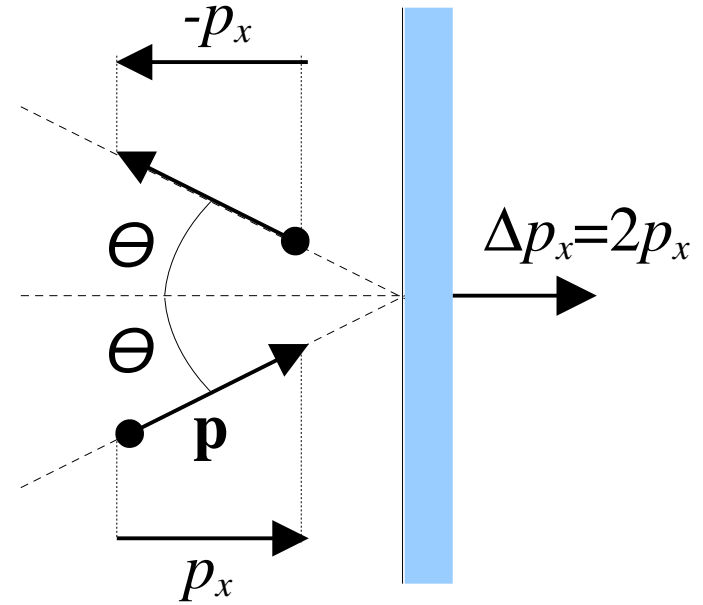
(*Spoiler: no*)

<https://youtu.be/Fkbf137nwYA>

Modello Corpuscolare della Pressione

Rimbando di una particella avente quantità di moto \mathbf{p} su una superficie perfettamente elastica: la parete riceve una quantità di moto

$$\Delta p_x = 2p_x = 2p \cos\theta$$

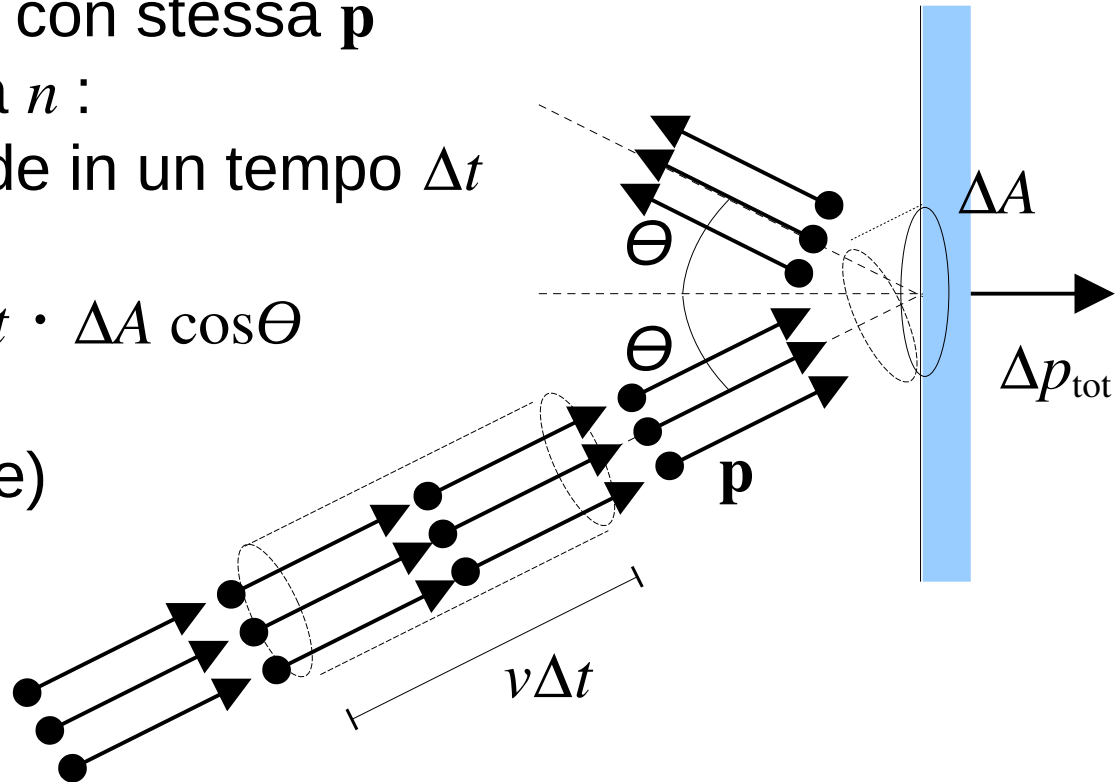


Modello Corpuscolare della Pressione

Flusso di particelle con stessa p
e densità numerica n :
su un'area ΔA incide in un tempo Δt
un numero totale

$$\Delta N = n \cdot v \Delta t \cdot \Delta A \cos \Theta$$

velocità $v = p/m$
(particelle classiche)



quantità di moto ceduta alla parete per Δt e ΔA

$$\Delta p_{\text{tot}} = 2p \cos \Theta \cdot \Delta N = 2n(p^2/m) \cdot \Delta t \cdot \Delta A \cos^2 \Theta = 4nK\Delta t\Delta A \cos^2 \Theta$$

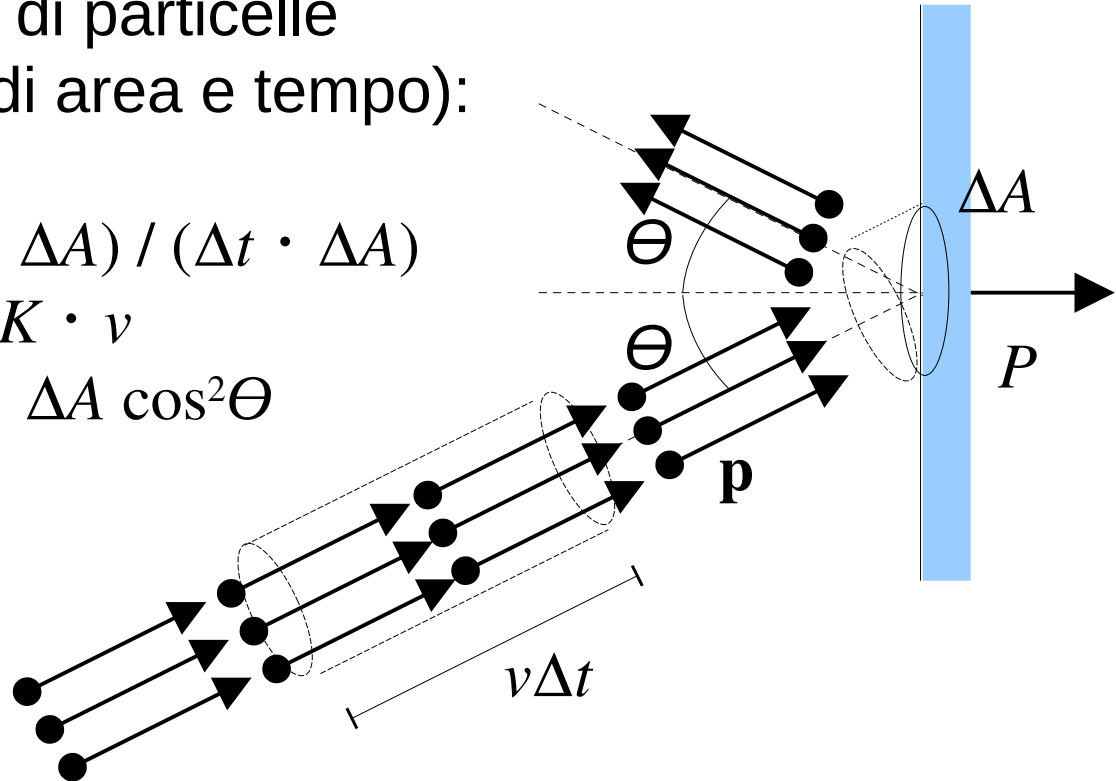
con $K = p^2/2m$ energia cinetica delle particelle

Modello Corpuscolare della Pressione

Intensità del fascio di particelle
(energia per unità di area e tempo):

$$I = (n \cdot K \cdot v \Delta t \cdot \Delta A) / (\Delta t \cdot \Delta A) \\ = n \cdot K \cdot v$$

$$\Delta p_{\text{tot}} = (4I / v) \cdot \Delta t \cdot \Delta A \cos^2 \Theta$$



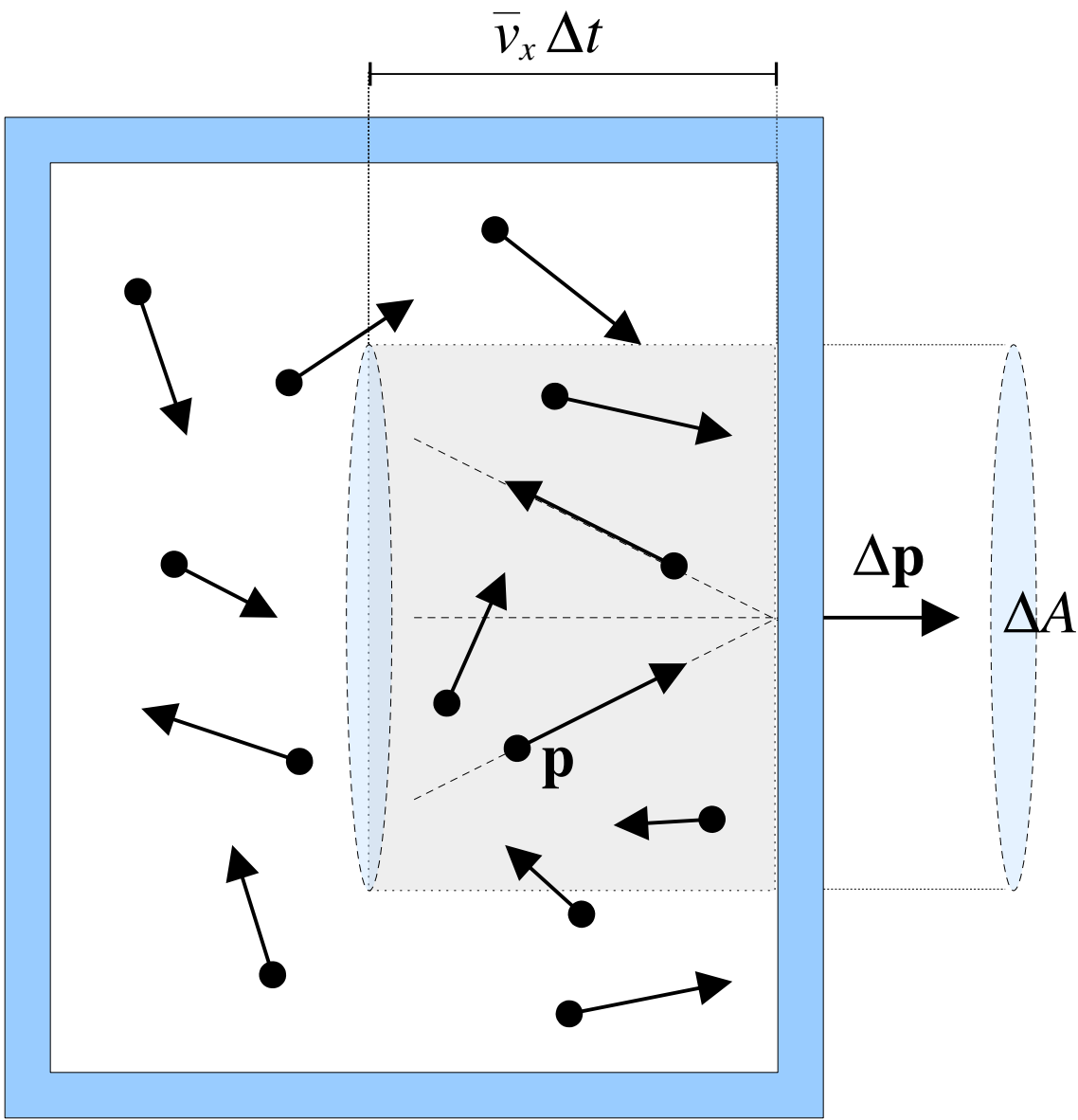
Pressione risultante (forza per unità di superficie)

$$P = \Delta p_{\text{tot}} / (\Delta t \cdot \Delta A) = (4I / v) \cos^2 \Theta$$

A incidenza normale ($\Theta=0$) $P = 4I / v$

(qualche "somiglianza" con $P = 2I / c \dots$)

Relazione con la Teoria Cinetica dei Gas Perfetti



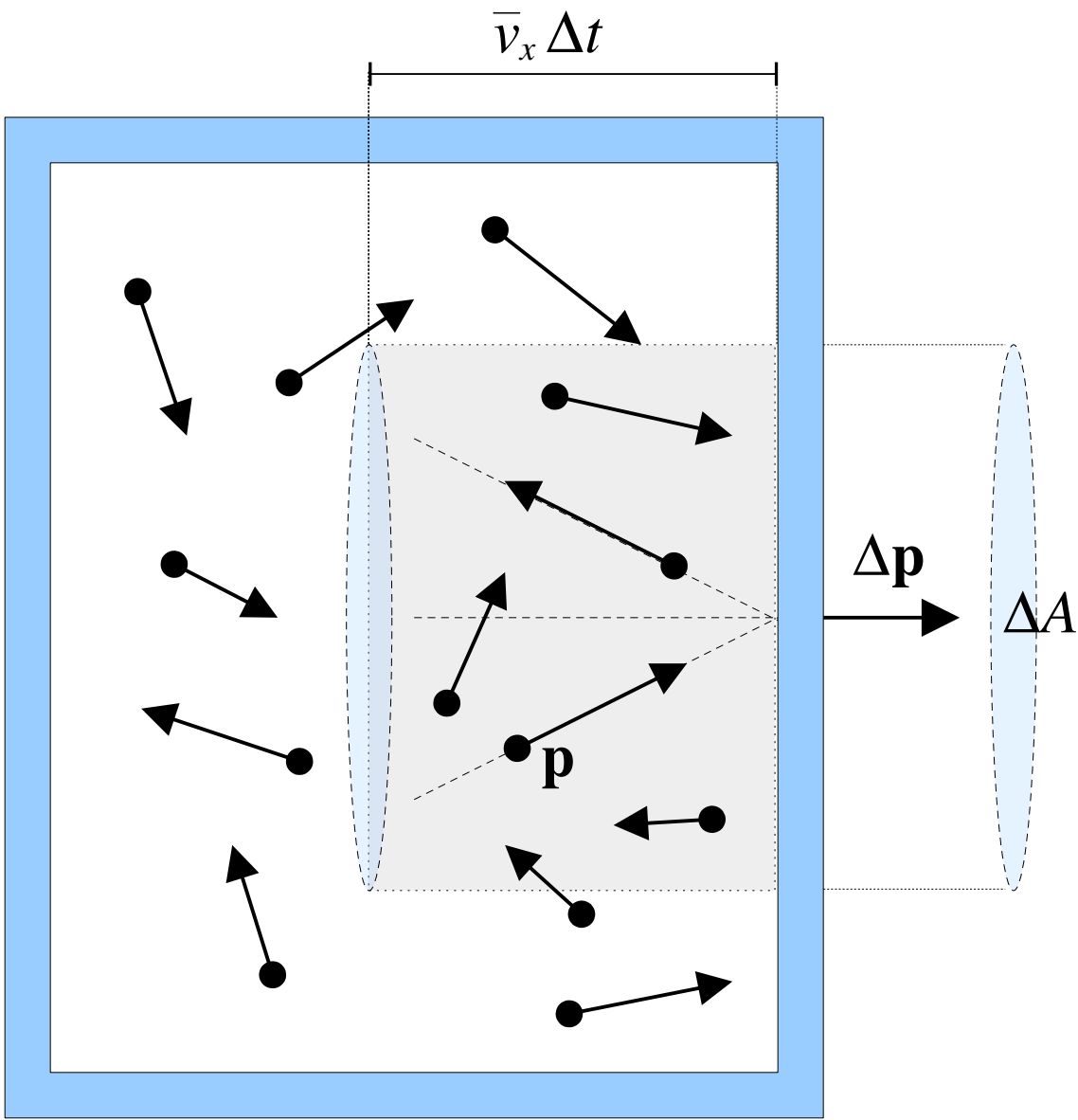
Particelle non interagenti in un contenitore con pareti elastiche e aventi una distribuzione "normale" delle quantità di moto

Quantità di moto "media" ceduta in un rimbalzo di una singola particella

$$\Delta p = 2\bar{p}_x$$

con \bar{p}_x valor medio sulla distribuzione

Relazione con la Teoria Cinetica dei Gas Perfetti



Numero di particelle che rimbalzano sull'area ΔA in un tempo Δt (con n densità di particelle)

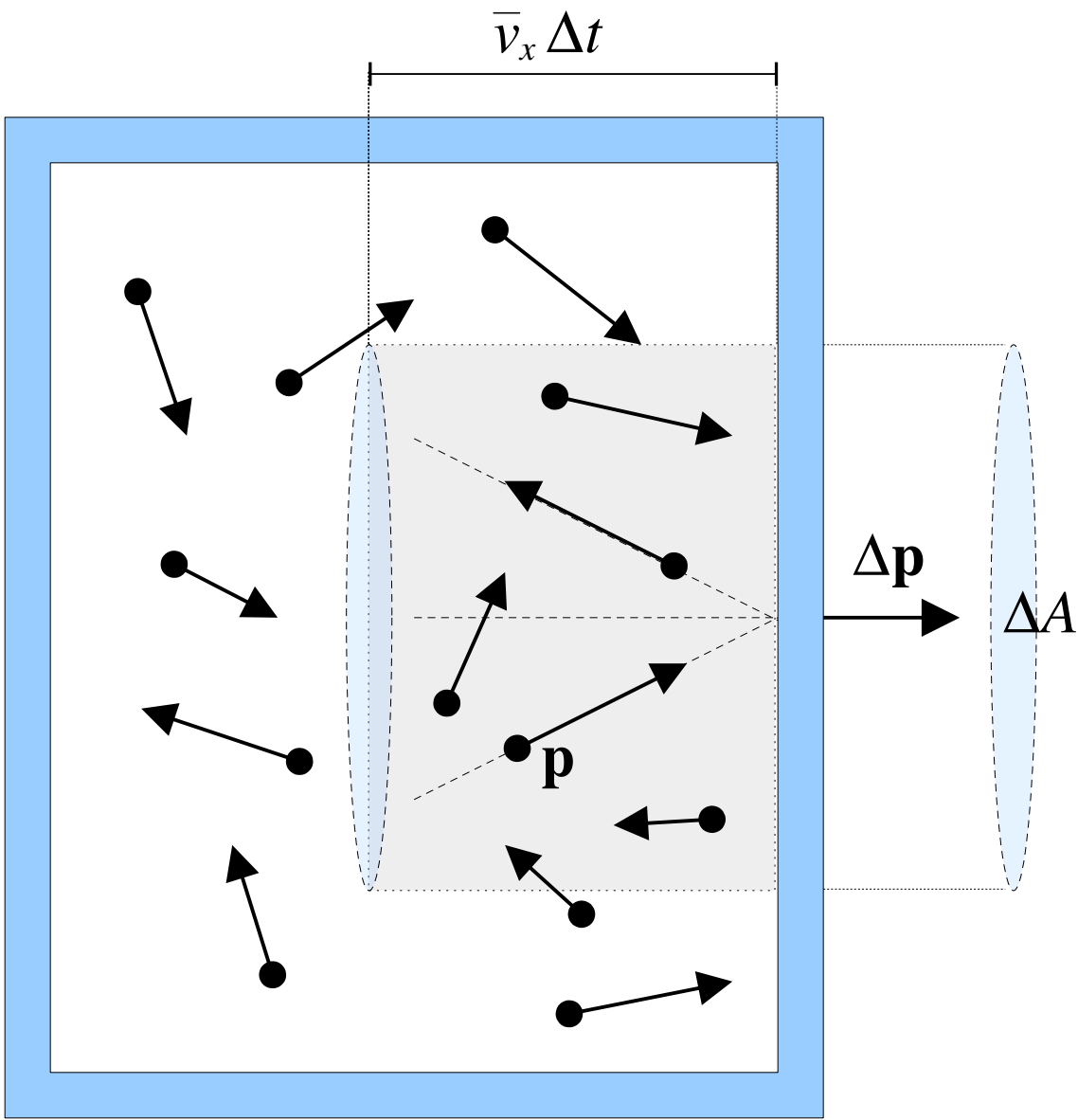
$$\Delta N = n \cdot \bar{v}_x \Delta t \cdot \Delta A / 2$$

(quelle nel cilindro con velocità iniziale $v_x > 0$)

Quantità di moto totale ceduta

$$\begin{aligned} \Delta p_{\text{tot}} &= \Delta p \Delta N \\ &= n \bar{p}_x \bar{v}_x \Delta s \Delta t \end{aligned}$$

Relazione con la Teoria Cinetica dei Gas Perfetti



Pressione risultante

$$P = \Delta p_{\text{tot}} / \Delta A \Delta t = n \bar{p}_x \bar{v}_x$$

Per particelle classiche

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} \quad , \quad p_x = mv_x$$

$$P = n \bar{p}_x \bar{v}_x = nm \bar{v}_x^2$$

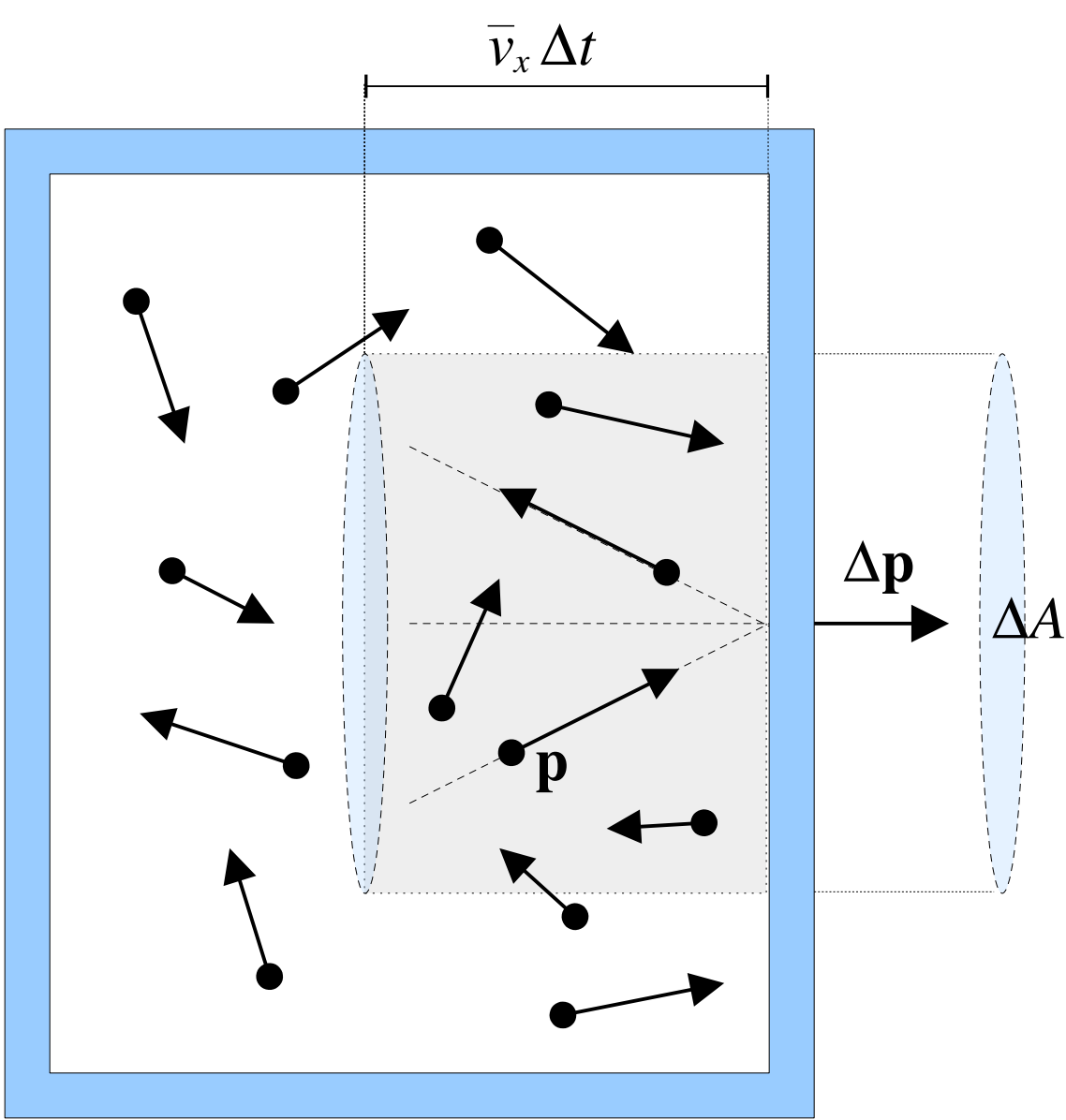
Isotropia :

$$\bar{v}_x^2 = \bar{v}^2 / 3 \quad (\bar{v}_x^2 = \bar{v}_y^2 = \bar{v}_z^2)$$

$$P = (2/3)n (m \bar{v}^2 / 2)$$

$m \bar{v}^2 / 2$: energia cinetica

Relazione con la Teoria Cinetica dei Gas Perfetti



Posto $n=N/V$
 (N numero totale di
 particelle)

$$PV=(2/3)(Nm\bar{v}^2/2)$$

$$=(2/3)U$$

(U energia totale del gas)

Confrontando con la
 legge dei gas perfetti
 $PV=Nk_B T$

$$m\bar{v}^2/2 = (3/2) k_B T$$

Teoria Corpuscolare della Radiazione: i Fotoni

Fotoni: particelle di massa nulla

Relazione generale tra velocità, energia e quantità di moto dalla teoria della relatività ristretta:

$$E = (m^2c^4 + \mathbf{p}^2c^2)^{1/2}$$

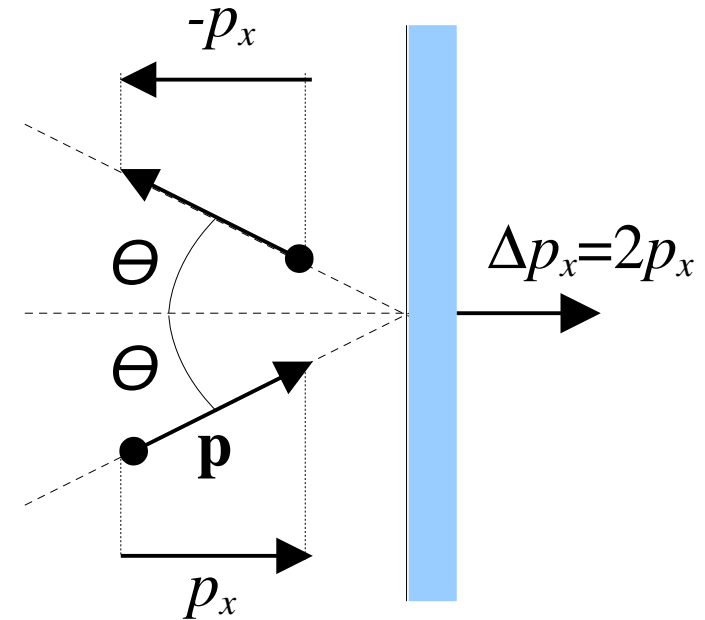
(= $mc^2 + \mathbf{p}^2/(2m) - \mathbf{p}^4/(4m^3c^2) + \dots$
per $p \ll mc$)

$$\mathbf{v} = \mathbf{p}c^2 / E$$

Per particelle con $m=0$:

$$p = E / c , v = c$$

Albert Einstein,
1905



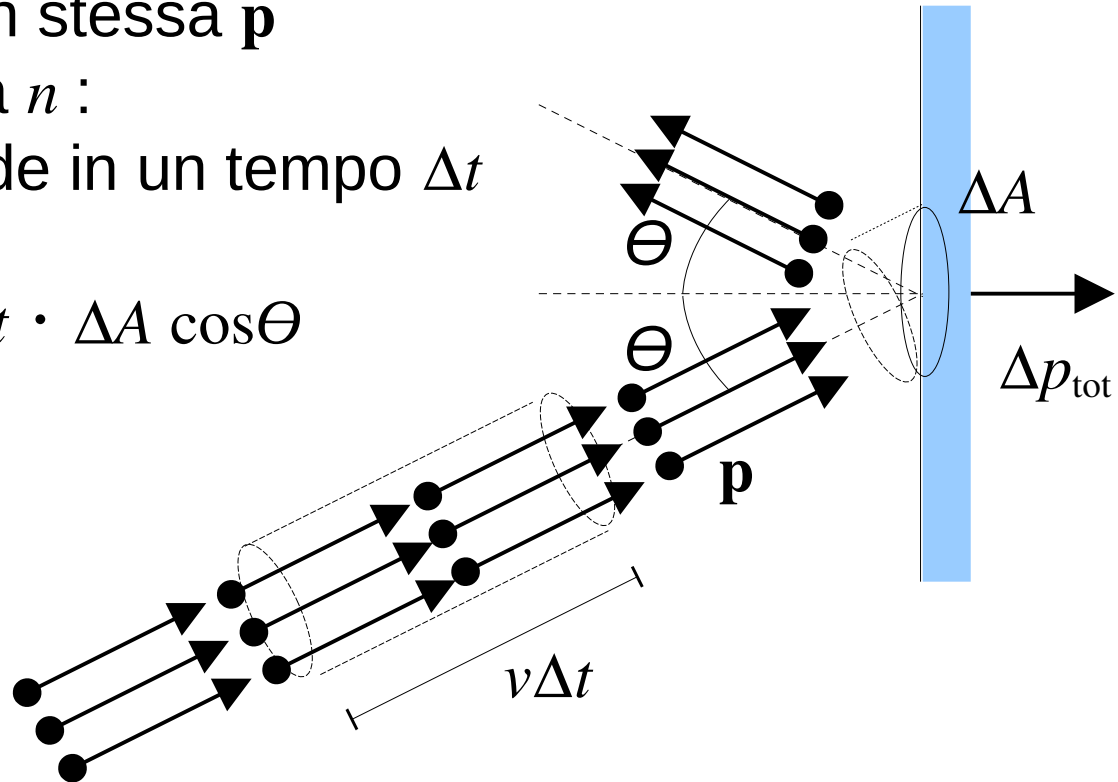
Riflessione da uno specchio
=
rimbalzo elastico del fotone

Pressione dei Fotoni

Flusso di **fotoni** con stessa p
e densità numerica n :
su un'area ΔA incide in un tempo Δt
un numero totale

$$\Delta N = n \cdot v \Delta t \cdot \Delta A \cos \Theta$$

velocità $v=c$



quantità di moto ceduta alla parete per Δt e ΔA

$$\Delta p_{\text{tot}} = 2p \cos \Theta \cdot \Delta N = 2n \left(\frac{E}{c} \right) \cdot \Delta t \cdot \Delta A \cos^2 \Theta$$

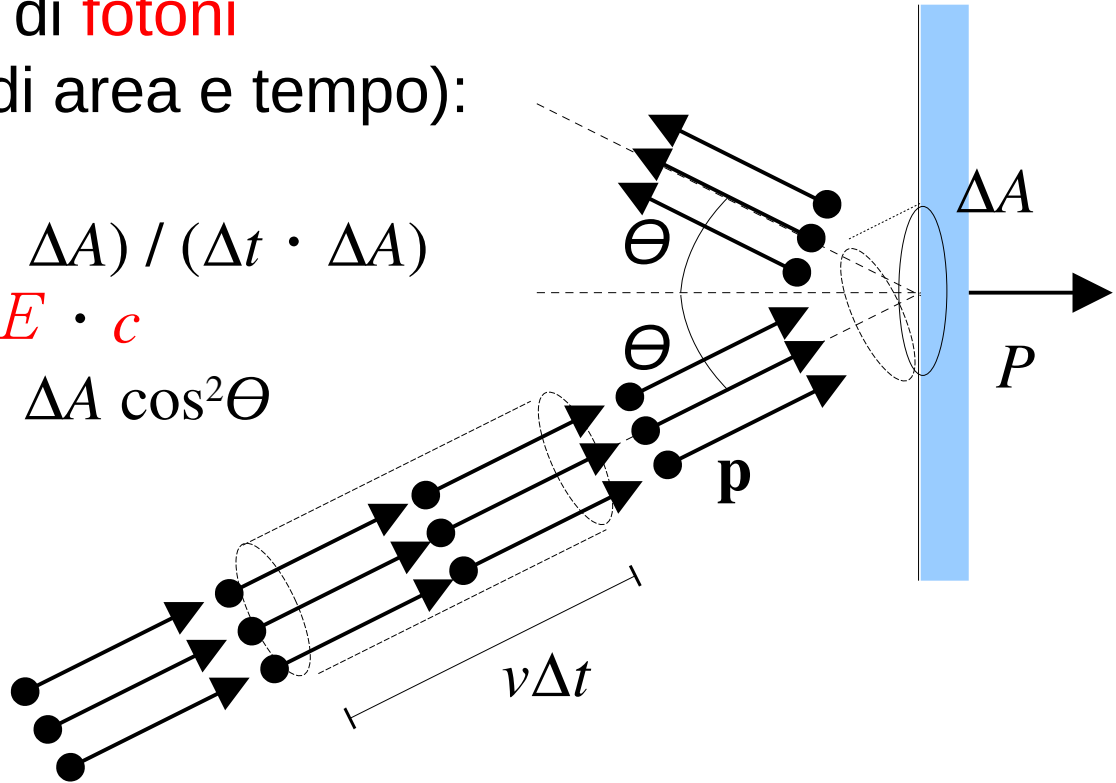
con $E=pc$ energia dei fotoni

Pressione dei Fotoni

Intensità del fascio di **fotoni**
(energia per unità di area e tempo):

$$I = (n \cdot E \cdot v \Delta t \cdot \Delta A) / (\Delta t \cdot \Delta A) \\ = n \cdot E \cdot c$$

$$\Delta p_{\text{tot}} = (2I/c) \cdot \Delta t \cdot \Delta A \cos^2 \Theta$$

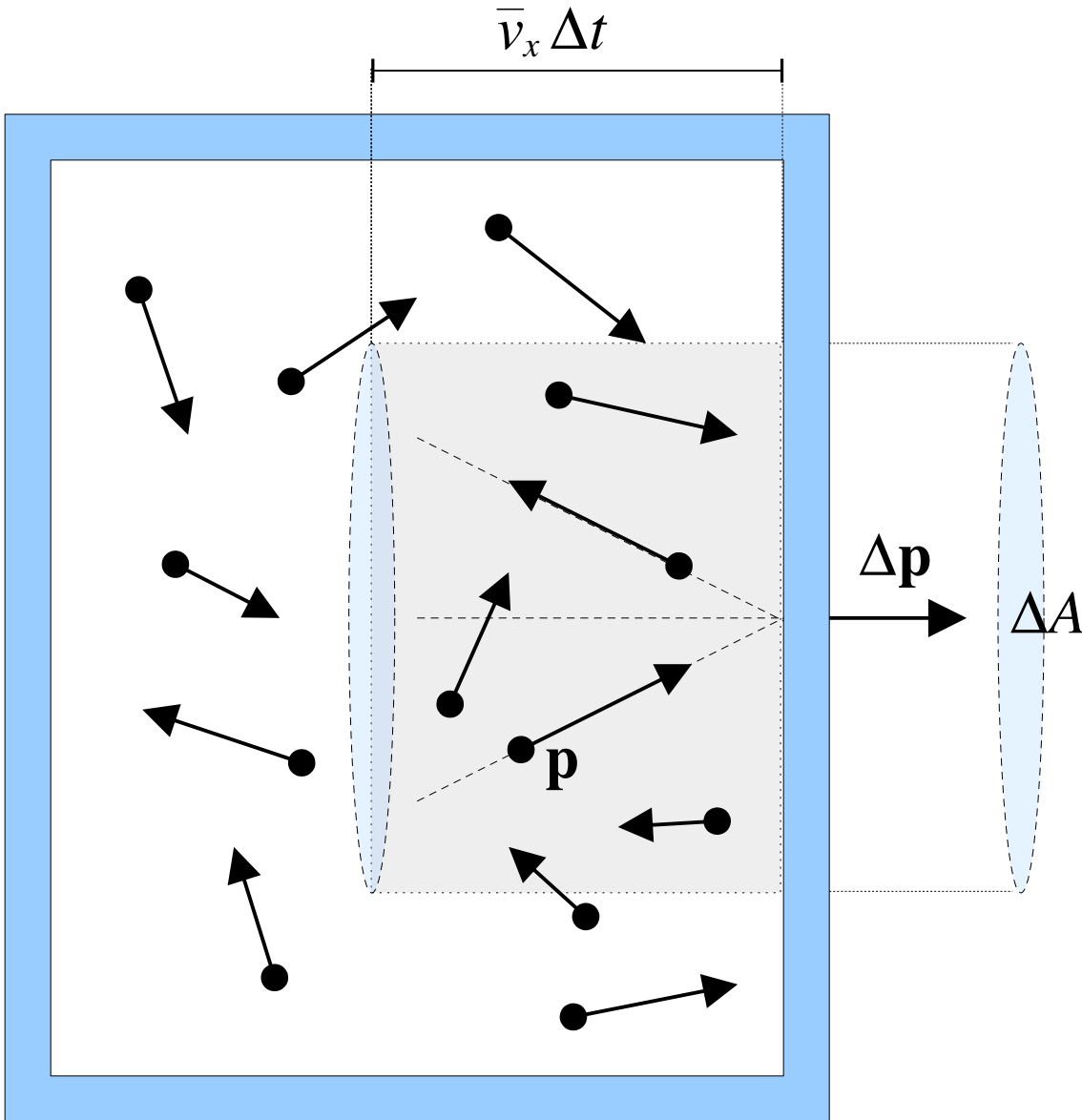


Pressione risultante (forza per unità di superficie)

$$P = \Delta p_{\text{tot}} / (\Delta t \cdot \Delta A) = (2I/c) \cos^2 \Theta$$

A incidenza normale ($\Theta=0$) $P = 2I/c$

Pressione del Gas di Fotoni



Con derivazione
 analoga al caso di
 particelle massive

$$P = \Delta p_{\text{tot}} / \Delta A \Delta t = n \bar{p}_x \bar{v}_x$$

Isotropia:

$$\bar{p}_x \bar{v}_x = p v / 3 = p c / 3 = E / 3$$

Posto $n = N/V$

$$PV = N E / 3 = U / 3$$

Il Campo Elettromagnetico

Equazioni di Maxwell (1861)

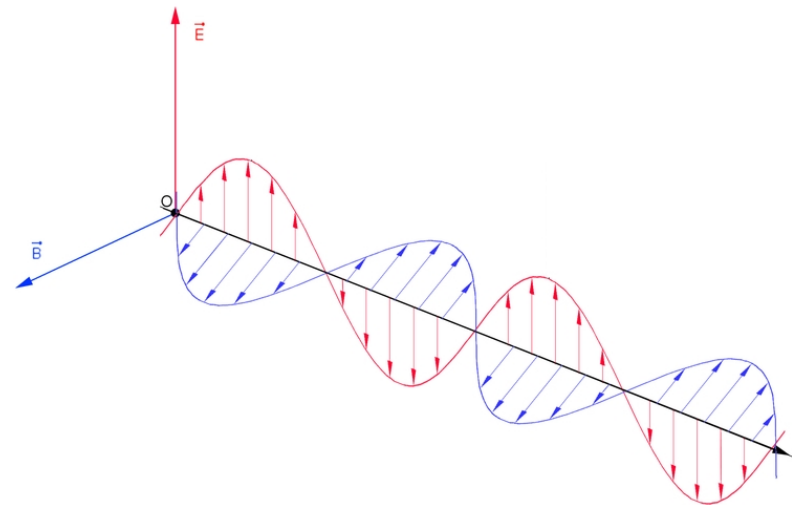
[nella forma di Heaviside e in unità c.g.s. di Gauss):

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0,$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\partial_t\mathbf{B}, \quad \nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{J} + \frac{1}{c}\partial_t\mathbf{E},$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \quad \rho = \rho(\mathbf{r}, t), \dots$$

Conseguenze: la luce (e altre forme di radiazione) sono onde elettromagnetiche che trasportano energia e quantità di moto



Energia e Quantità di Moto Elettromagnetiche

$$u = \frac{1}{8\pi}(E^2 + B^2)$$

densità di energia

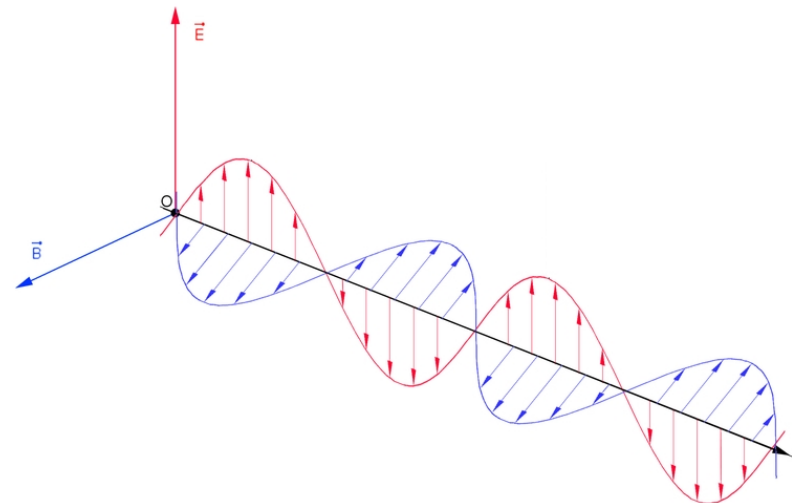
$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi}(\mathbf{E} \times \mathbf{B})$$

flusso di energia

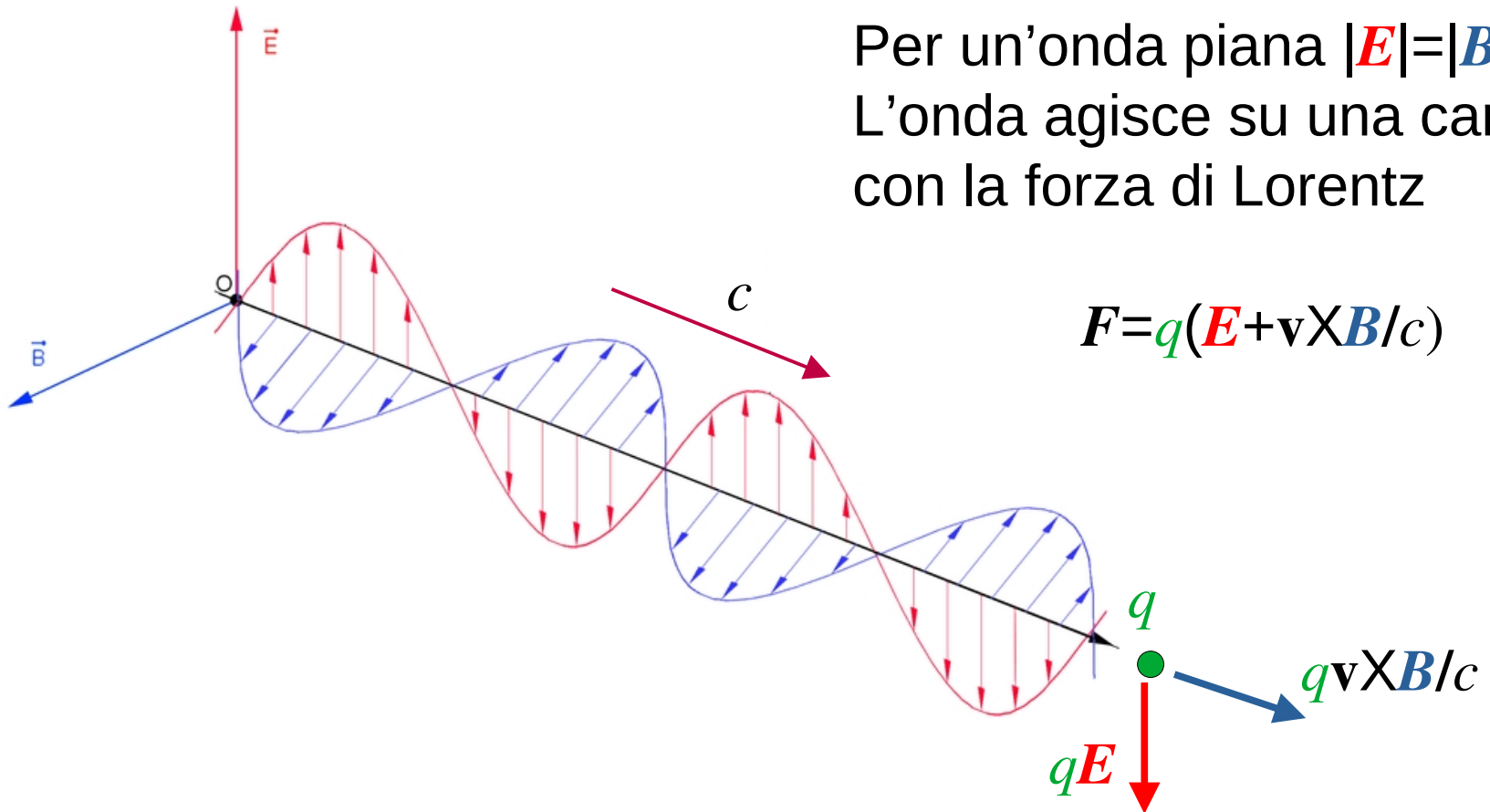
$$\mathbf{g} = \frac{1}{4\pi c}(\mathbf{E} \times \mathbf{B}) = \frac{\mathbf{S}}{c^2}$$

densità di quantità di moto

Intensità di un'onda piana $I=S$



Quantità di Moto in un'Onda Elettromagnetica

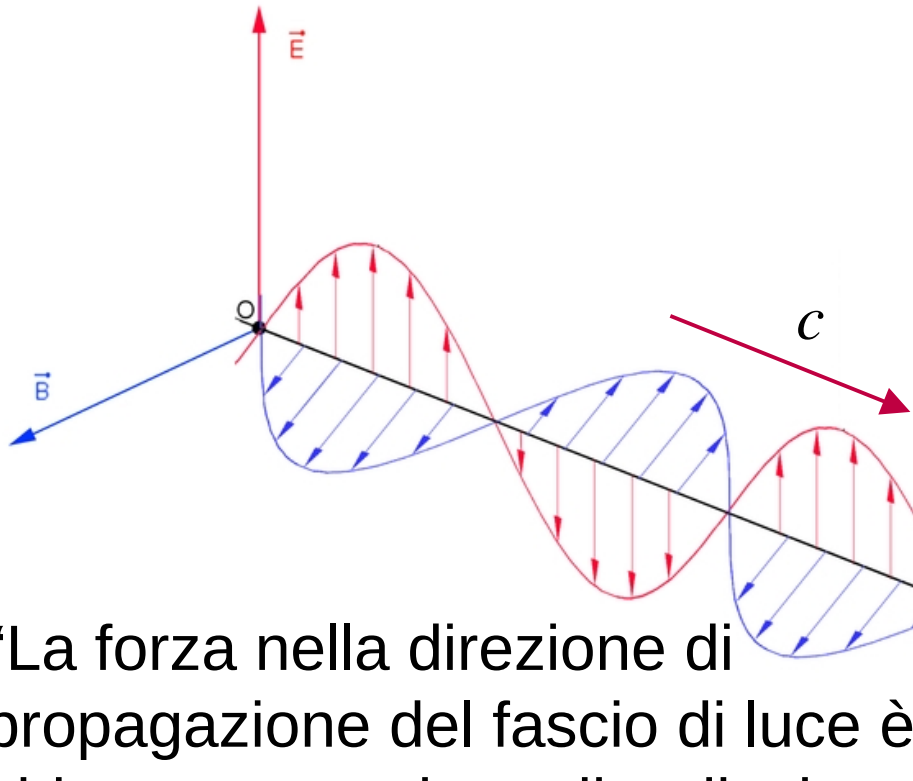


Per un'onda piana $|\vec{E}|=|\vec{B}|$
L'onda agisce su una carica q
con la forza di Lorentz

$$\vec{F}=q(\vec{E}+\vec{v} \times \vec{B}/c)$$

\vec{E} trasversale , $\vec{v} \times \vec{B}$ longitudinale
(nella direzione di propagazione)

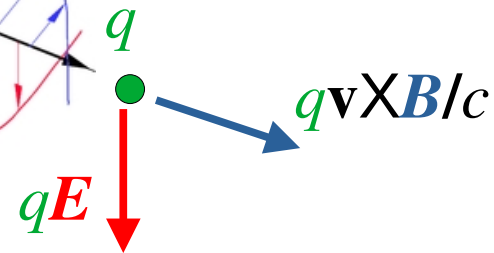
Quantità di Moto in un'Onda Elettromagnetica



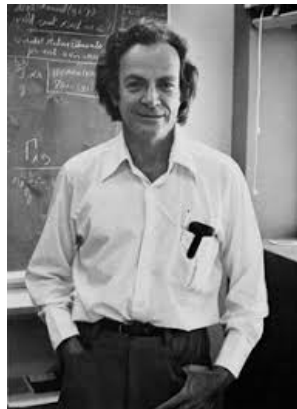
Per un'onda piana $|\mathbf{E}|=|\mathbf{B}|$
L'onda agisce su una carica q
con la forza di Lorentz

$$\mathbf{F}=q(\mathbf{E}+\mathbf{v}\times\mathbf{B}/c)$$

“La forza nella direzione di propagazione del fascio di luce è chiamata pressione di radiazione o della luce”

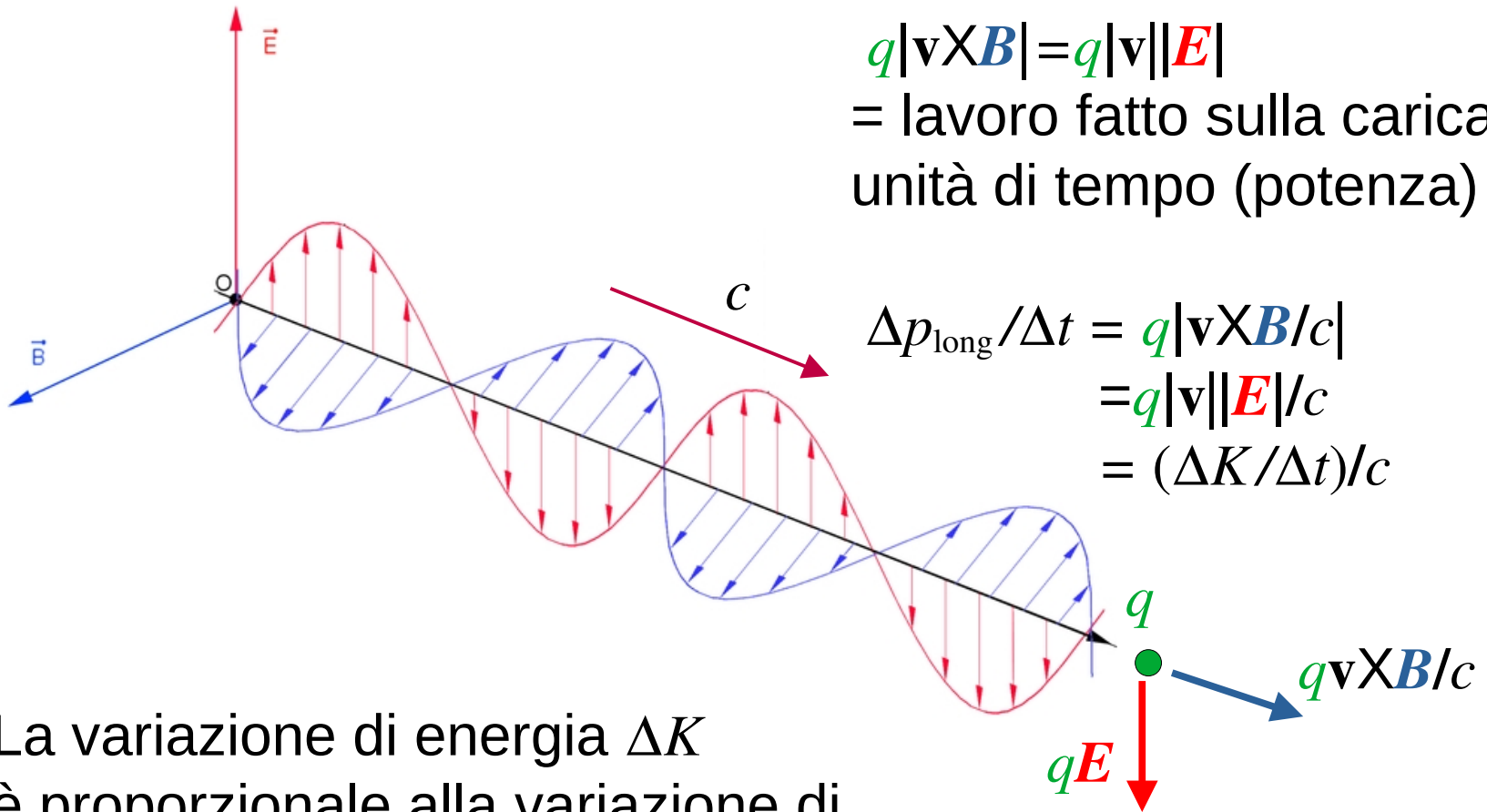


\mathbf{E} trasversale , $\mathbf{v}\times\mathbf{B}$ longitudinale
(nella direzione di propagazione)



R. Feynman,
The Feynman Lectures on Physics I, 34-9

Quantità di Moto in un'Onda Elettromagnetica



La variazione di energia ΔK
è proporzionale alla variazione di
quantità di moto: $\Delta p_{\text{long}} = \Delta K/c$

Poichè energia e quantità di moto sono cedute dall'onda la
proporzionalità deve valere anche per il campo EM:

$$g = \Delta p_{\text{long}}/\Delta V = u/c$$

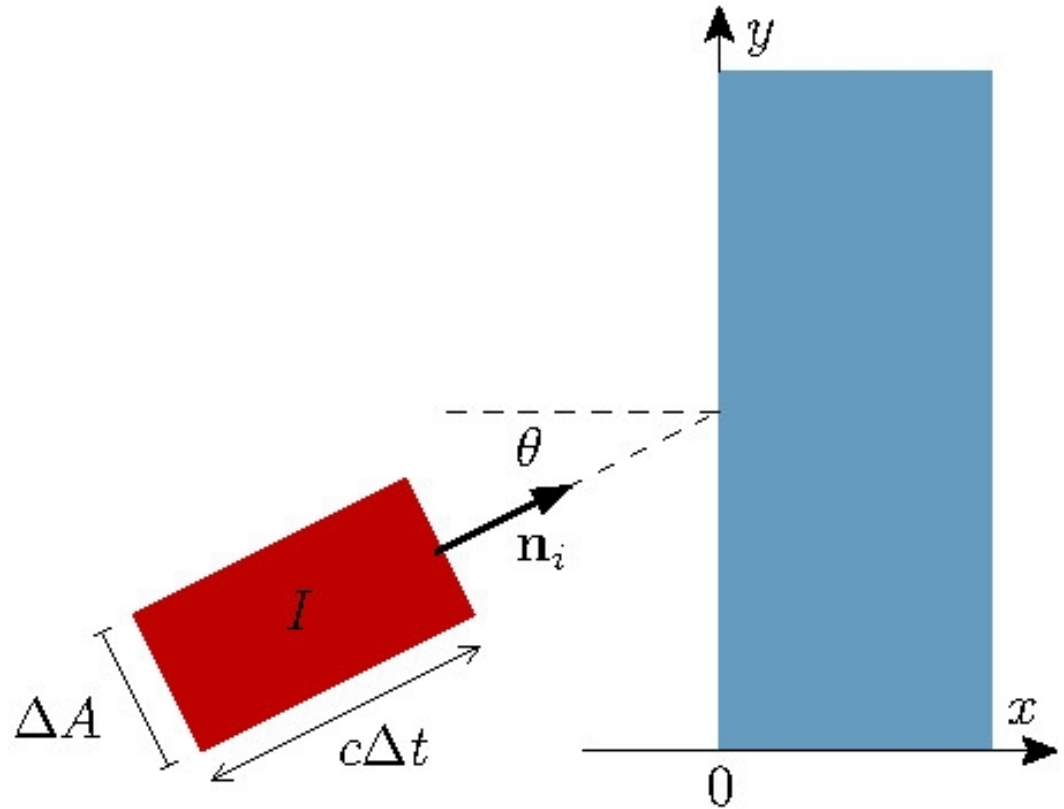
Riflessione di un "Pacchetto" di Radiazione

"Pacchetto" (impulso)
di durata Δt ,
sezione ΔA e intensità
 I contiene un'energia

$$U_i = I \Delta t \Delta A$$

e quindi una quantità
di moto

$$\mathbf{p}_i = (U_i/c)\mathbf{n}_i$$



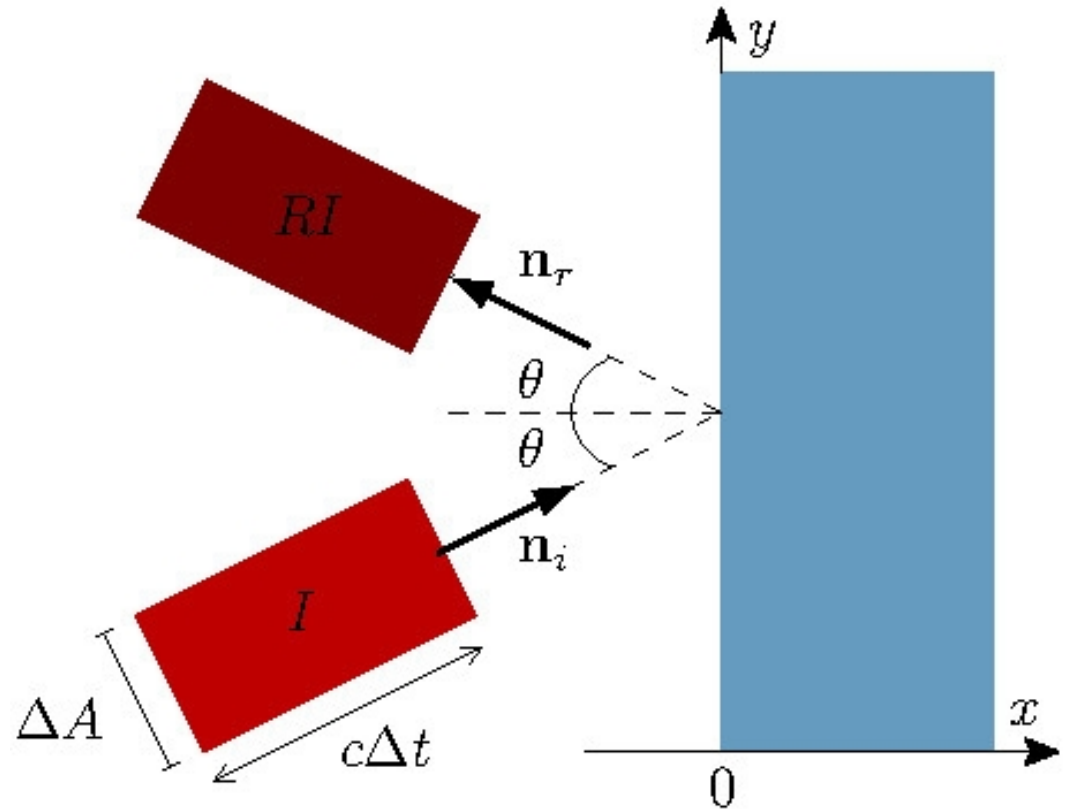
Riflessione di un "Pacchetto" di Radiazione

Riflessione speculare
su una superficie di
riflettività $R < 1$ genera
pacchetto riflesso di
stessa durata Δt ,
e sezione ΔA ,
intensità RI , energia

$$U_r = RI \Delta t \Delta A$$

e quantità di moto

$$\mathbf{p}_r = (U_r/c)\mathbf{n}_r$$



Riflessione di un "Pacchetto" di Radiazione

La superficie riceve una quantità di moto

$$\Delta \mathbf{p}_r = \mathbf{p}_r - \mathbf{p}_i$$

su un'area $(\Delta A / \cos \theta)$

in un tempo Δt

Pressione "normale":

$$P_x = \Delta p_x / (\Delta t \Delta A / \cos \theta) = (1+R)(I/c) \cos^2 \theta$$

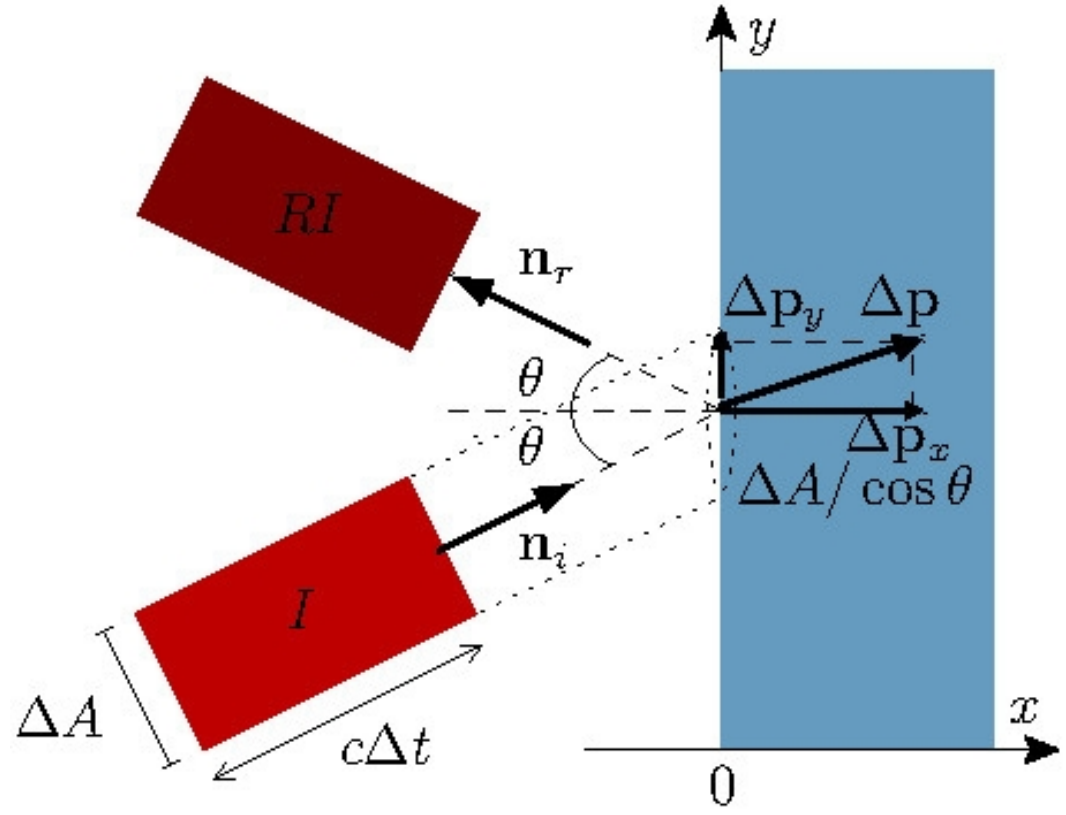
Pressione "tangenziale":

$$P_y = \Delta p_y / (\Delta t \Delta A / \cos \theta) = (1-R)(I/c) \sin \theta \cos \theta$$

$$\Delta p_x = \Delta p \cos \theta$$

$$\Delta p_y = \Delta p \sin \theta$$

A incidenza normale ($\theta=0$) $P_x=(1+R)(I/c)$, $P_y=0$



Ancora sul "mulino ottico"

La pressione della luce sulla superficie bianca (totalmente riflettente, $R=1$) è il doppio della pressione sulla superficie nera (totalmente assorbente, $R=0$) e quindi il mulino in figura dovrebbe girare in senso antiorario ...
... in realtà gira in senso *inverso*!

