

Capitolo 1

INTRODUZIONE

L'universo digitale, di cui fanno parte computers, cellulari, televisioni, lettori MP3 e molti altri oggetti Hi-Tech con i quali interagiamo ogni giorno, si basa sull'utilizzo dei circuiti integrati.

Tali dispositivi sono composti da substrati di materiale semiconduttore, opportunamente connessi tra loro, che permettono di ricreare i componenti elettronici elementari (resistenze, condensatori, diodi, transistor) riducendone notevolmente le dimensioni. Grazie a questa caratteristica è possibile costruire circuiti elettrici composti da milioni di componenti racchiusi in pochi cm^2 . Il numero di componenti che è possibile racchiudere in un circuito integrato va raddoppiando ogni due anni (*Legge di Moore*) e questa crescita continuerà fino a quando le leggi della fisica lo permetteranno. A sostenere la continua crescita è lo sviluppo delle tecniche di fabbricazione, in particolare la fase che riguarda la microincisione del materiale semiconduttore (*etching*) è quella che incide maggiormente sull'ordine di grandezza di realizzazione di ciascun componente elementare. L'etching di un materiale si basa sostanzialmente sulla reazione tra gli atomi superficiali del materiale da trattare ed un reagente esterno in grado di produrre prodotti volatili.

La tecnica più utilizzata fino a qualche decennio fa era quella dell'etching chimico (*wet chemical etching*), che consiste nell'utilizzare un fluido contenente sostanze chimiche in grado di corrodere il substrato semiconduttore ottenendo un risultato come quello schematizzato in figura 1.1.

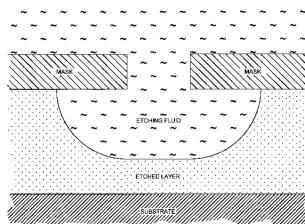
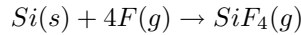


Figura 1.1: Etching chimico

Con questa tecnica il fluido che reagisce tende ad occupare tutto il volume a disposizione determinando un *etching isotropo*. L'isotropia ha il limite di non dare la possibilità di controllare larghezza e profondità del solco separatamente. Al contrario, un *etching anisotropo* non porrebbe limiti tra spessore del substrato e la larghezza della maschera.

La tecnologia che consente di ottenere un etching anisotropo è quella dell'etching al plasma (*dry plasma etching*) che consiste nel sottoporre il materiale da trattare ad un flusso

direzionato di specie atomiche chimicamente attive, prodotte dalla ionizzazione di un gas. Per esempio nel caso di etching su silicene la reazione chimica coinvolta è



Gli atomi di fluoro prodotti dalla ionizzazione del gas CF_4 (freon) reagiscono con il substrato di silicio formando SiF_4 (fluoruro di silicio) allo stato gassoso quindi volatile. Nella figura 1.2 è schematizzato il suo funzionamento. Il plasma formato da una scarica elettrica è circondato da una zona di non neutralità, chiamata *sheath*, che si forma in prossimità della parete di confinamento. All'interno della sheath si instaura un campo elettrico che accelera gli ioni presenti che reagiscono direttamente con il materiale da trattare o che catalizzano la reazione tra un'altra specie chimica e gli atomi della superficie. Tale tipo di processo, non necessariamente applicato all'etching, viene chiamato *scarica di plasma*. Le quantità che influiscono nella qualità finale dell'etching sono la densità del plasma, l'intensità del flusso, la sua direzionalità e l'energia con la quale gli ioni bombardano la superficie. È dunque interessante capire il comportamento che si ha nelle regioni di sheaths e cercare di comprendere come la formazione e il sostentamento del plasma influiscono su questi parametri. Lo scopo di questo elaborato sarà appunto quello di fornire dei modelli che descrivano in maniera analitica quello che avviene all'interno delle sheaths, in modo da poter fornire delle leggi di scala per le caratteristiche degli ioni in funzione dei parametri di controllo della scarica.

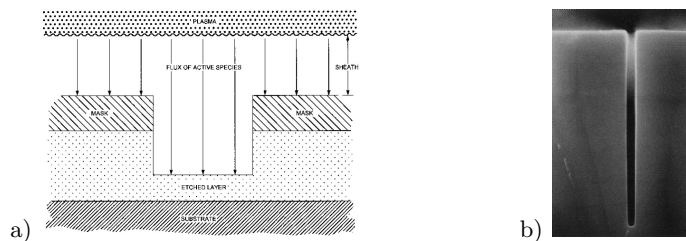


Figura 1.2: a) Schema di etching al plasma b) Taglio di $0,2\mu m$ di larghezza e $4\mu m$ di profondità realizzato in un cristallo di Silicio.

In realtà un processo di etching completo passa attraverso diverse fasi di lavorazione che sono riassunte nella figura 1.3.

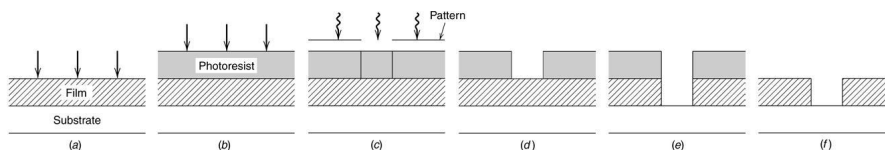


Figura 1.3: Processo tipico di un etching.

Il materiale da trattare viene depositato sopra un substrato sotto forma di film sottile (a) e ricoperto da un materiale fotosensibile (b). Successivamente si espone ad una radiazione ultravioletta usando una maschera che delimita la zona da trattare (c), il materiale fotosensibile viene così eliminato nella parte desiderata (d) ed infine viene realizzato l'etching (e) e rimosso il materiale fotosensibile (f). Le scariche di plasma sono generalmente utilizzate per la deposizione (a) e nell'etching (e), ma può essere utilizzato anche per stesura (b) e la rimozione (f) del materiale fotosensibile.

Rimuovere o depositare film sottili su substrati, drogare materiali semiconduttori, modificare l'adesività e la bagnabilità di una superficie e rimuovere impurezze o microorganismi rappresentano altre possibili applicazioni delle scariche di plasma. Un'altra applicazione di particolare importanza, per quanto riguarda il suo stretto legame con la fisica di base, è quella della nanofabbricazione.

Ci occuperemo della teoria riguardante le sheaths. Inizieremo a studiare il caso di regime in corrente continua, dal quale verrà ricavato quello che si chiama *criterio di Bohm*, che ci permetterà di fare alcune prime considerazioni di ciò che avviene durante la scarica. Verrà poi studiato il caso di alto voltaggio dal quale verrà derivata la *legge di Child*. La seconda parte tratterà le scariche in regime di corrente alternata, ed in particolare le *scariche capacitive*, delle quali studieremo il *modello omogeneo*, il quale ci permette di poter considerare il sistema che descrive la scarica di plasma come un circuito equivalente risolvibile secondo le leggi della circuiteria. A questo seguirà una descrizione qualitativa del più complesso *modello inomogeneo*. Infine si chiuderà la trattazione con un accenno alle *scariche duali*, che rappresentano la tecnica più innovativa dal punto di vista applicativo.

Capitolo 2

PLASMI E SHEATHS

2.1 Cosa è un plasma

Un plasma è un insieme di particelle cariche che si muovono liberamente in tutte le direzioni e che, globalmente, risulta elettricamente neutro. Lo stato di plasma si crea portando un gas neutro ad alte temperature sufficienti a ionizzarlo. A seconda del numero di atomi neutri ionizzati si definisce il grado di ionizzazione α :

$$\alpha = \frac{n_i}{n_g + n_i}$$

dove n_g è la densità del gas neutro e n_i la densità degli ioni.

Se $\alpha = 1$ si parla di plasma *completamente ionizzato* mentre se $\alpha \ll 1$ si dice che il plasma è *debolmente ionizzato*. Nel caso delle scariche di plasma la ionizzazione avviene tramite una scarica elettrica ed il plasma che si forma risulta debolmente ionizzato.

2.2 Come si crea il plasma

Per creare lo stato di plasma in generale bisogna fornire al gas la necessaria energia che serve a ionizzare gli atomi neutri presenti all'interno. Un modo di fornire questa energia è quello di sottoporre il gas ad una scarica elettrica, in condizioni di bassa pressione. Si costituisce un tubo di scarica alimentato da una tensione esterna V e nel quale fluisce una corrente I . La caratteristica $V - I$ di un tubo di scarica riportata in figura 2.1 ci mostra quali sono i vari regimi di scarica.

Il processo di scarica attraversa tre fasi principali, la scarica oscura (*dark discharge*), la scarica a bagliore (*glow discharge*) ed infine la scarica ad arco elettrico (*arc discharge*). La zona in cui si ha la formazione del plasma è quella della scarica a bagliore che si ottiene una volta superata una certa tensione di breakdown. Questa fase di scarica è caratterizzata da una luminosità dovuta all'eccitamento dei livelli atomici provocato dagli urti degli elettroni.

La potenza fornita al sistema dalla scarica elettrica scalda preferibilmente gli elettroni, che hanno una mobilità maggiore degli ioni, i quali invece scambiano energia attraverso le collisioni con gli atomi neutri. Risulta quindi che gli ioni non sono in equilibrio termico con gli elettroni e dunque $T_e \gg T_i$. Le scariche di plasma sono caratterizzate da una temperatura¹

¹La temperatura T anziché in Kelvin (K) verrà espressa in Volt (V) ponendo $eV = kT$, quindi la temperatura ambiente $T = 297 K$ equivale ad una temperatura $T \approx 0.026 V$

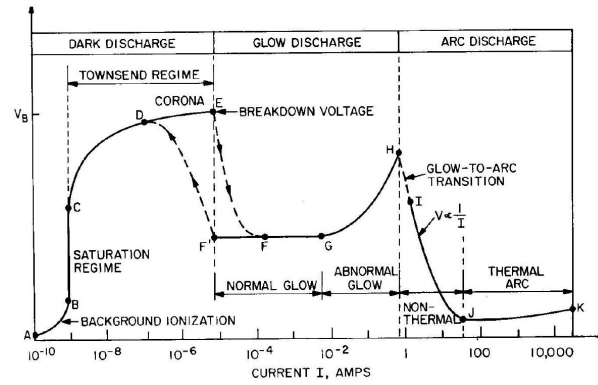


Figura 2.1: Funzione caratteristica $V - I$ di un tubo di scarica alimentato in DC.

$T_e \approx 1 - 10 \text{ V}$ e $n \approx 10^8 - 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ e da una pressione $p \approx 1 \text{ mTorr} - 1 \text{ Torr}$. A seconda della densità del plasma e della temperatura elettronica T_e si possono distinguere i diversi tipi di plasma. Una tabella schematica è mostrata in figura 2.2.

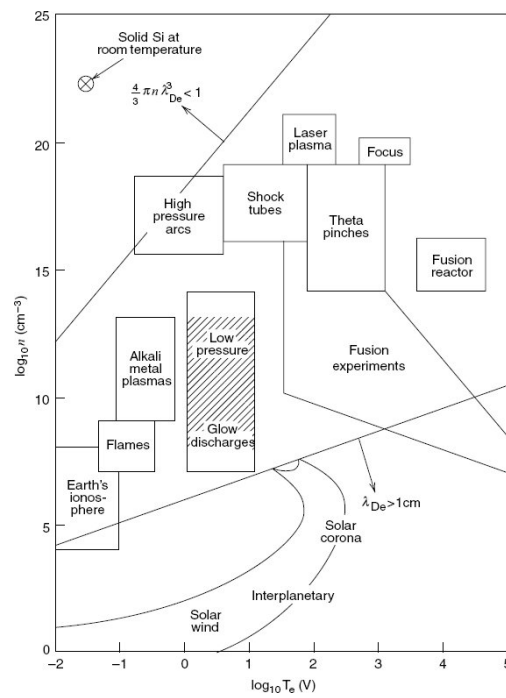


Figura 2.2: Diversi tipi di plasma al variare di n e T_e

2.3 Formazione delle sheaths

Guardiamo ora cosa succede quando si confina un plasma all'interno di due piastre metalliche. Inanzitutto notiamo che la velocità media dovuta all'agitazione termica di un elettrone $(eT_e/m)^{1/2}$ risulta essere circa 100 volte più grande di quella di uno ione $(eT_e/m)^{1/2}$ poiché $M \gg m$ e $T_e \gg T_i$.

Consideriamo ora un plasma con densità $n_g = n_e = n_i$ confinato tra due armature poste a distanza l e messe a terra (cioè $\Phi = 0$). Poiché la densità di carica $\rho = e(n_i - n_e)$ è zero all'interno del plasma, il potenziale elettrico Φ e il campo elettrico E_x sono zero ovunque. Quindi, gli elettroni più mobili sono liberi di muoversi e vengono assorbiti dalle pareti. Si viene così a creare la situazione mostrata in figura 2.3.

In corrispondenza delle pareti che confinano il plasma si crea un eccesso di carica positiva dovuta alla maggior presenza di ioni. In questa zona, detta *regione di sheath*, e che risulta molto sottile ($s \ll l$), la densità ρ risulta ora maggiore di zero e si crea dunque un potenziale Φ che avrà un effetto schermante per gli elettroni diretti verso la parete, essendo cariche negative, ed un effetto accelerante per gli ioni, essendo cariche positive.

Se il potenziale all'interno del plasma rispetto alle pareti risulta essere V_p , allora ci aspettiamo che esso sia dell'ordine di T_e , in modo da confinare la maggior parte degli elettroni presenti. L'ordine di grandezza dell'energia con la quale gli ioni bombardano la parete sarà quindi dell'ordine di T_e .

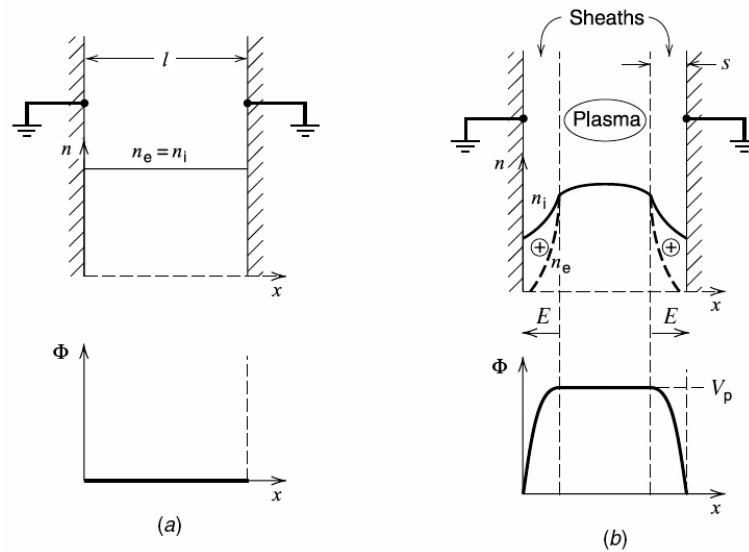


Figura 2.3: Formazione delle sheaths in un plasma. Nei grafici sono rappresentati le densità elettroniche e ioniche del plasma e l'andamento del potenziale prima della formazione delle sheaths (a) e dopo la formazione (b).

2.4 Teoria delle sheaths non collisionali

Consideriamo un plasma confinato tra due armature alle quali è applicata una differenza di potenziale. Nei calcoli che seguiranno tratteremo il caso di sheath non collisionale, cioè

il caso in cui vengono trascurate le collisioni ione-elettrone all'interno del plasma. Inoltre utilizzeremo le seguenti approssimazioni:

1. Gli elettroni sono in equilibrio termico alla temperatura T_e e sono descritti dalla statistica di Boltzmann.
2. Gli ioni sono considerati "freddi", cioè $T_i = 0$
3. Alla superficie di separazione tra plasma e sheath ($x = 0$) la densità elettronica e ionica è la stessa, cioè $n_e(0) = n_i(0)$
4. Non avviene ionizzazione nella zona di sheath

Fissiamo lo zero del potenziale Φ in $x = 0$ e ipotizziamo che gli ioni in quella posizione abbiano una velocità u_s . Dalla conservazione dell'energia otteniamo:

$$\frac{1}{2}Mu^2(x) + Ze\Phi(x) = \frac{1}{2}Mu_s^2 \quad (2.1)$$

$$n_e(x) = n_e(0)e^{\Phi(x)/T_e} \quad (2.2)$$

Mentre dalla continuità del flusso di ioni risulta:

$$n_i(x)u(x) = n_i(0)u_s \quad (2.3)$$

Ricavando la velocità $u(x)$ dalla (2.1) e sostituendola nella (2.3) si ricava la densità ionica in funzione di x :

$$n_i(x) = n_i(0) \left(1 - \frac{2Ze\Phi(x)}{Mu_s^2}\right)^{-1/2} \quad (2.4)$$

La densità elettronica è data invece dalla statistica di Boltzmann, infatti laddove $\frac{dn_e}{dx} \neq 0$ si può scrivere un campo elettrico dall'equilibrio delle forze

$$-en_eE - \nabla p_e = 0$$

$$-en_eE - \nabla(n_e k_B T_e) = 0$$

$$E = -\frac{k_B}{e} T_e \frac{\nabla n_e}{n_e} = -T_e \frac{\nabla n_e}{n_e}$$

Ma essendo $E = \frac{d\Phi}{dx}$ e potendo riscrivere $\frac{\nabla n_e}{n_e} = \frac{d}{dx} \ln n_e$ risulta

$$n_e = n_e(0)e^{-\Phi/T_e} \quad (2.5)$$

Poniamo $n_e(0) = n_i(0) = n_s$, quindi dall'equazione di Poisson, sostituendo le espressioni appena trovate per n_i ed n_s si ottiene:

$$\frac{d^2\Phi}{dx^2} = \frac{e}{\epsilon_0}(n_e - Zn_i) = \frac{en_s}{\epsilon_0} \left[e^{\Phi/T_e} - \left(1 - \frac{\Phi}{\mathcal{E}_s}\right)^{-1/2} \right] \quad (2.6)$$

dove $Ze\mathcal{E}_s = \frac{1}{2}Mu_s^2$ è l'energia iniziale degli ioni.

Abbiamo dunque ottenuto un'equazione differenziale non lineare la cui soluzione ci dà la forma potenziale all'interno della sheath.

Il criterio di Bohm

Esaminiamo ora l'equazione differenziale appena ottenuta. Moltiplichiamo entrambi i membri dell'equazione (2.6) per $\frac{d\Phi}{dx}$ e integriamo in dx :

$$\int_0^\Phi \frac{d\Phi}{dx} \frac{d}{dx} \left(\frac{d\Phi}{dx} \right) dx = \frac{en_s}{\epsilon_0} \int_0^\Phi \frac{d\Phi}{dx} \left[e^{\Phi/T_e} - \left(1 - \frac{\Phi}{\mathcal{E}_s}\right)^{-1/2} \right] dx \quad (2.7)$$

Dividendo ora per dx e integrando rispetto a Φ si ottiene

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Phi}{dx} \right)^2 = \frac{en_s}{\epsilon_0} \left[T_e e^{\Phi/T_e} - T_e + \mathcal{E}_s \left(1 - \frac{\Phi}{\mathcal{E}_s}\right)^{-1/2} - 2\mathcal{E}_s \right] \quad (2.8)$$

dove sono state fissate le condizioni al bordo $\Phi(x)|_{x=0} = 0$ e $\frac{d\Phi(x)}{dx}|_{x=0} = 0$.

L'equazione (2.8) è risolvibile numericamente, però possiamo notare che affinché esista una soluzione il membro di destra dell'equazione deve essere positivo. Questa condizione si traduce fisicamente nel fatto che la densità elettronica deve essere sempre minore di quella ionica, e poichè ci aspettiamo che questa condizione può non essere soddisfatta per valori piccoli di Φ , espandiamo il membro a destra dell'equazione (2.8) in serie di Taylor fino al secondo ordine. Si ottiene quindi la seguente disuguaglianza:

$$\frac{1}{2} \frac{\Phi^2}{T_e} - \frac{1}{4} \frac{\Phi^2}{\mathcal{E}_s} \geq 0 \quad (2.9)$$

che risulta soddisfatta per

$$\mathcal{E}_s \geq \frac{T_e}{2} \quad (2.10)$$

esplicitando quindi l'espressione di \mathcal{E}_s si ricava:

$$u_s \geq u_B = \left(\frac{ZeT_e}{M} \right)^{1/2} \quad (2.11)$$

La condizione trovata viene chiamata *Criterio di Bohm* e afferma che affinché si possa formare la sheath, gli ioni alla superficie di separazione plasma-sheath devono possedere una velocità superiore a u_B , detta *velocità di Bohm*.

La regione di presheath

Come fanno gli ioni ad acquistare la necessaria velocità u_B ? Per permettere il raggiungimento di questa velocità deve esistere una zona che precede la regione di sheath in cui sia presente un campo elettrico che accelera gli ioni, questa zona viene detta *regione di presheath*. La situazione si può schematizzare come in figura 2.4.

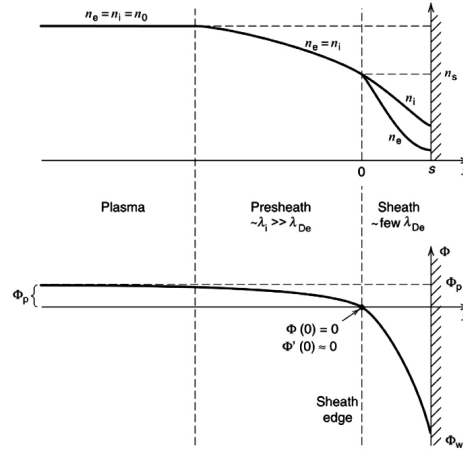


Figura 2.4: Schematizzazione della regione di sheath e presheath di un plasma

In questa regione gli ioni che posseggono velocità $u_i < u_B$ vengono accelerati ad una velocità $u_i \geq u_B$. Si ipotizza dunque che il potenziale all'interno del plasma rispetto al bordo che delimita la sheath abbia un valore pari a Φ_p necessario ad accelerare gli ioni.

Per trovare quanto vale il potenziale Φ_p si utilizza la conservazione dell'energia:

$$Ze\Phi_p = \frac{1}{2}Mu_B^2 \quad (2.12)$$

da cui ricordando che $u_B = \left(\frac{ZeT_e}{M}\right)^{1/2}$ si ricava:

$$\Phi_p = \frac{T_e}{2} \quad (2.13)$$

Si può quindi calcolare la densità n_s in corrispondenza dell'inizio della regione di sheath dalla relazione di Boltzmann

$$n_s = n_g e^{-\Phi_p/T_e} = n_g e^{-1/2} \quad (2.14)$$

dove n_g è la densità del plasma nella regione interna.

Il potenziale al bordo

Un altro parametro importante da determinare è il valore del potenziale in corrispondenza dell'armatura. In condizioni stazionarie il flusso di ioni e il flusso di elettroni al bordo è lo stesso. I due flussi sono dati da:

$$\Gamma_i = n_s u_B \quad (2.15)$$

e

$$\Gamma_e = \frac{1}{4} n_s \bar{v}_e e^{\Phi_w/T_e} \quad (2.16)$$

dove $\bar{v}_e = \left(\frac{8eT_e}{\pi m}\right)^{1/2}$ è la velocità media dell'elettrone e Φ_w rappresenta il potenziale che vogliamo trovare. Sostituendo alla velocità di Bohm l'espressione trovata nella (2.11) troviamo:

$$n_s \left(\frac{ZeT_e}{M}\right)^{1/2} = \frac{1}{4} n_s \left(\frac{8eT_e}{\pi m}\right)^{1/2} e^{\Phi_w/T_e} \quad (2.17)$$

dalla quale ricaviamo

$$\Phi_w = -T_e \ln \left(\frac{M}{2\pi Zm}\right)^{1/2} \quad (2.18)$$

Il potenziale al bordo dipende quindi linearmente da T_e con una costante di proporzionalità che dipende esclusivamente dalla natura del gas coinvolto nella scarica. Conosciuti Φ_w , Φ_p ed n_s è dunque possibile ricavare il flusso, l'energia e la velocità finale con cui gli ioni bombardano la parete. Risulta infatti:

$$\mathcal{E}_f = \Phi_p - \Phi_w = \left[\frac{1}{2} + \ln \left(\frac{M}{2\pi Zm}\right)^{1/2}\right] T_e \propto T_e$$

$$\Gamma_i = n_s u_B = n_g e^{-Z/2} \left(\frac{ZeT_e}{M}\right)^{1/2} \propto n_g T_e^{1/2}$$

$$v_f = u_B \left(1 - \frac{2Ze\Phi_w}{Mu_B^2}\right) = \left(\frac{ZeT_e}{M}\right)^{1/2} \left[1 + 2 \ln \left(\frac{M}{2\pi Zm}\right)^{1/2}\right] \propto T_e^{1/2}$$

Per trovare infine lo spessore s della regione di sheath si deve integrare la (2.6) per ottenere $\Phi(x)$ e imporre $\Phi(s) = \Phi_w$. L'integrale si calcola numericamente e si ricava una larghezza di qualche λ_{Ds}^2 . Le quantità trovate sono quelle che effettivamente interessano per le applicazioni delle scariche di plasma ad esempio per poter ottimizzare e controllare l'etching. In questo caso abbiamo ricavato una prima relazione tra l'energia, la velocità e il flusso degli ioni in funzione della densità n_g del plasma e la temperatura T_e .

²Lunghezza di Debye elettronica data da $\lambda_{Ds} = \left(\frac{\epsilon_0 T_e}{en_s}\right)^{1/2}$

2.5 Sheath in regime di alto voltaggio

Matrix Sheath

Consideriamo ora il caso in cui il voltaggio che pilota la scarica è molto maggiore di T_e . In questo caso il potenziale Φ nella regione di sheath è fortemente negativo rispetto alla regione neutra. La densità elettronica risulterà dunque $n_e \sim n_s e^{\Phi/T_e} \rightarrow 0$ e si può quindi considerare che nella regione di sheath siano presenti solo ioni. Tale modello in regime di alto voltaggio viene chiamato *matrix sheath*.

Se poniamo $n_i = n_s = \text{costante}$ all'interno della sheath di larghezza s e ponendo $x = 0$ in corrispondenza della separazione plasma-sheath, risulterà dalla prima equazione di Maxwell che

$$\frac{dE}{dx} = \frac{en_s}{\epsilon_0} \quad (2.19)$$

da cui

$$E = \frac{en_s}{\epsilon_0} x \quad (2.20)$$

ed integrando l'equazione $\frac{d\Phi}{dx} = -E$, otteniamo

$$\Phi = -\frac{en_s}{\epsilon_0} \frac{x^2}{2} \quad (2.21)$$

Infine considerando $\Phi = -V_0$ in $x = s$, ricaviamo lo spessore della matrix sheath

$$s = \left(\frac{2\epsilon_0 V_0}{en_s} \right)^{1/2} \quad (2.22)$$

Che riscritto in termini della lunghezza di Debye elettronica $\lambda_{Ds} = \left(\frac{\epsilon_0 T_e}{en_s} \right)^{1/2}$ sarà

$$s = \lambda_{Ds} \left(\frac{2V_0}{T_e} \right)^{1/2} \quad (2.23)$$

Quindi lo spessore della sheath è dell'ordine della decina di λ_{Ds} .

La legge di Child

Nella matrix sheath è stato trascurato il decremento della densità ionica dovuta all'accelerazione degli ioni stessi nella sheath. Nel limite in cui l'energia iniziale degli ioni \mathcal{E}_s è piccola rispetto al potenziale, la conservazione dell'energia e del flusso degli ioni, cioè l'equazioni (2.1) and (2.5) si riducono a:

$$\frac{1}{2} M u^2(x) = -e\Phi(x) \quad (2.24)$$

$$en(x)u(x) = J_0 \quad (2.25)$$

dove J_0 è la corrente ionica, che assume valore costante. Risolvendo per $n(x)$, otteniamo

$$n(x) = \frac{J_0}{e} \left(-\frac{2e\Phi}{M} \right)^{1/2} \quad (2.26)$$

Utilizzando ora l'equazione di Poisson, abbiamo

$$\frac{d^2\Phi}{dx^2} = -\frac{J_0}{\epsilon_0} \left(-\frac{2e\Phi}{M} \right)^{-1/2} \quad (2.27)$$

Moltiplicando per $\frac{d\Phi}{dx}$ e integrando tra 0 ed x , otteniamo

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Phi}{dx} \right)^2 = 2 \frac{J_0}{\epsilon_0} \left(\frac{2e}{M} \right)^{-1/2} (-\Phi)^{1/2} \quad (2.28)$$

Dove sono state imposte le condizioni al bordo $\frac{d\Phi}{dx} = -E = 0$ per $\Phi = 0$ ($x = 0$). Prendendo la radice negativa (poichè $\frac{d\Phi}{dx}$ è negativo) e integrando di nuovo, otteniamo

$$-\Phi^{3/4} = \frac{3}{2} \left(\frac{J_0}{\epsilon_0} \right)^{1/2} \left(\frac{2e}{M} \right)^{-1/4} x \quad (2.29)$$

Considerando $\Phi = -V_0$ per $x = s$ andiamo a ricavare J_0 , ottenendo

$$J_0 = \frac{4}{9} \epsilon_0 \left(\frac{2e}{M} \right)^{1/2} \frac{V_0^{3/2}}{s^2} \quad (2.30)$$

L'equazione ottenuta prende il nome di *Legge di Child* o *Child Law Sheath*.

Si può notare che l'espressione della legge di Child è equivalente alla caratteristica tensione-corrente di un diodo ideale. Questa analogia verrà utilizzata nel capitolo riguardante le scariche capacitive, quando verrà studiato il sistema come un circuito elettrico equivalente. Fissato s siamo in grado di conoscere la corrente tra i due elettrodi in funzione della differenza di potenziale. Quindi scrivendo

$$J_0 = en_s u_B \quad (2.31)$$

ed eguagliandola alla (2.30), ricaviamo una relazione tra il potenziale di sheath, il suo spessore, e i parametri che descrivono il plasma, che può essere usata per ricavare s .

Infatti dall'eguaglianza, e introducendo λ_{Ds} , risulta

$$s = \frac{\sqrt{2}}{3} \lambda_{Ds} \left(\frac{2V_0}{T_e} \right)^{3/4} \quad (2.32)$$

Rispetto al caso della matrix sheath, lo spessore risulta essere più grande di un fattore $\left(\frac{V_0}{T_e} \right)^{1/4}$. Quindi la Child law sheath è tipicamente dell'ordine di 100 lunghezze di Debye ($\sim 1\text{cm}$). Questa regione, poichè priva di elettroni, apparirà alla vista come una zona di buio.

Per determinare $\Phi(x)$ sostituiamo la 2.30 nella (2.29) ottenendo

$$\Phi = -V_0 \left(\frac{x}{s}\right)^{4/3} \quad (2.33)$$

Da cui si può ricavare prima il campo elettrico

$$E = \frac{d\Phi}{dx} = \frac{4}{3} \frac{V_0}{s} \left(\frac{x}{s}\right)^{1/3} \quad (2.34)$$

ed infine la densità ionica

$$n_i(x) = \left(\frac{\epsilon_0}{e}\right) \frac{dE}{dx} = \frac{4}{9} \frac{\epsilon_0 V_0}{e s^2} \left(\frac{x}{s}\right)^{-2/3} \quad (2.35)$$

Osserviamo che n tende ad infinito per $x \rightarrow 0$, conseguenza del fatto che abbiamo ipotizzato ioni con energia iniziale $\mathcal{E}_s = 0$. Se avessimo fatto il calcolo considerando $eE_s = \frac{1}{2} M u_B^2$ avremmo trovato che $n \rightarrow n_s$ per $x \rightarrow 0$, come era giusto aspettarsi.

Il tempo di volo

Ricaviamo infine il tempo di volo degli ioni all'interno della sheath. Assumendo che gli ioni entrano nella regione di sheath con velocità $u(0) = 0$, possiamo sostituire la 2.33 nella 2.24 e ricavarci

$$u = \frac{dx}{dt} = v_0 \left(\frac{x}{s}\right)^{2/3} \quad (2.36)$$

dove

$$v_0 = \left(\frac{2eV_0}{M}\right)^{1/2} \quad (2.37)$$

è la velocità caratteristica dentro la sheath. Integrando l'equazione differenziale si ha:

$$\frac{x(t)}{s} = \left(\frac{v_0 t}{3s}\right)^3 \quad (2.38)$$

Infine ponendo $x = s$, otteniamo il tempo di volo

$$\tau_i = \frac{3s}{v_0} \quad (2.39)$$

Il tempo di volo è un parametro molto importante da conoscere, soprattutto nel caso in cui la scarica avviene in corrente alternata, cioè nel caso delle cosiddette scariche capacitive. Il tempo di volo infatti rappresenta un limite riguardante la frequenza con la quale si pilota la scarica che non potrà essere troppo grande di $\frac{1}{\tau_i}$. Se infatti la frequenza risulta troppo grande gli ioni non riescono ad interagire con la superficie.

Capitolo 3

SCARICHE CAPACITIVE

In questo capitolo verranno studiate le scariche di plasma in regime di corrente alternata, in particolare le scariche capacitive, che consistono nell'immergere due elettrodi alimentati da una corrente a radiofrequenza all'interno di un plasma. Descrivere tramite un modello autoconsistente questo tipo di scarica risulta molto complicato anche nel caso più semplice di due piastre piane e parallele. Facendo alcune approssimazioni saremo comunque in grado di ricavare delle soluzioni analitiche che ci permetteranno di stabilire delle relazioni che legano i parametri di controllo della al flusso e all'energia degli ioni nelle sheaths.

3.1 Il modello omogeneo

Consideriamo la situazione schematizzata in figura:

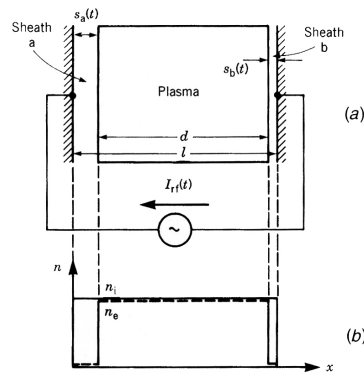


Figura 3.1: Schematizzazione del modello omogeneo per una scarica capacitiva. (a) Le sheaths a e b hanno uno spessore variabile nel tempo. (b) Distribuzione della densità ionica ed elettronica.

Un gas neutro di densità n_g è contenuto tra due piastre a e b a distanza l tra di loro, e aventi superficie A . Le armature sono sottoposte ad una differenza di potenziale $V(t)$ ad alta tensione e di radiofrequenza ω , che a sua volta induce una corrente alternata $I_{r,f}(t)$. La corrente alternata farà oscillare il plasma tra le due armature, e in corrispondenza dei bordi

si formeranno le sheaths a e b di spessore anch'esso variabile nel tempo, rispettivamente $s_a(t)$ e $s_b(t)$.

Il modello omogeneo si basa sulle seguenti approssimazioni:

1. Gli ioni, a causa della loro inerzia, non rispondono istantaneamente al potenziale a cui è sottoposto, è quindi lecito ipotizzare che essi risentano solo del campo mediato sul tempo con la condizione che $\frac{2\pi}{\tau} \ll \omega$, dove τ_i è il tempo di volo calcolato in precedenza.
2. Gli elettroni, al contrario, risentono del potenziale istantaneo data la loro maggior mobilità sotto l'ipotesi che $\omega_{pe} \gg \omega$, dove $\omega_{pe} = \left(\frac{e^2 n_0}{\epsilon_0 m}\right)$ è la frequenza di plasma elettronica.
3. Nella regione di sheath la densità elettronica n_e è nulla.
4. Non vi sono variazioni trasversalmente alla superficie.
5. La densità ionica si considera uniforme e costante nel tempo, cioè $n_i(\mathbf{r}, t) = n = \text{costante}$. Quest'ultima approssimazione, seppur non rigorosamente vera, essendo i confini oscillanti, è quella che caratterizza il modello omogeneo delle scariche capacitive.

3.1.1 Impedenza del plasma

Per l'analisi di questo modello risulta utile calcolarci l'impedenza del plasma. Se consideriamo una "fetta" di plasma di larghezza d e sezione A , la sua impedenza vale, in analogia con quella di un condensatore immerso in un dielettrico,

$$Y_p = j\omega\epsilon_p \frac{A}{d} \quad (3.1)$$

dove

$$\epsilon_p = \epsilon_0 \left[1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega - j\nu_m)} \right] \quad (3.2)$$

è l'espressione della costante dielettrica per un plasma, considerando che le collisioni elettroni-atomi neutri abbiano una frequenza ν_m .

Sostituendo la (3.2) nella (3.1) si ottiene:

$$\begin{aligned} Y_p &= j\omega\epsilon_0 \left[1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega - j\nu_m)} \right] \frac{A}{d} = j\omega\epsilon_0 \frac{A}{d} + \frac{j\omega\epsilon_0 \frac{A}{d} \omega_{pe}^2}{j\nu_m\omega - \omega^2} = j\omega\epsilon_0 \frac{A}{d} + \frac{1}{\frac{\nu_m}{\epsilon_0 \frac{A}{d} \omega_{pe}^2} + j \frac{\omega}{\epsilon_0 \frac{A}{d} \omega_{pe}^2}} = \\ &= j\omega C_0 + \frac{1}{j\omega L_p + R_p} \end{aligned} \quad (3.3)$$

dove $C_0 = \epsilon_0 \frac{A}{d}$ è la capacità del plasma, $L_p = \frac{1}{\omega_{pe}^2 C_0}$ è l'induttanza del plasma, e $R_p = \nu_m L_p$ è la resistenza del plasma. In questo modo abbiamo schematizzato il plasma come un condensatore in serie con un induttanza ed una resistenza in parallelo. Per l'approssimazione

(2) la corrente di spostamento che scorre attraverso C_0 è molto minore rispetto alla corrente di conduzione che scorre attraverso L_p e R_p .

Quindi considerando

$$I_{rf}(t) = \text{Re} \tilde{I}_{rf} e^{j\omega t} \quad (3.4)$$

e

$$V_p(t) = \text{Re} \tilde{V}_p e^{j\omega t} \quad (3.5)$$

Risulta

$$\tilde{V}_p = \frac{\tilde{I}_{rf}}{Y_p} \quad (3.6)$$

e possiamo vedere che la tensione è linearmente dipendente dall'intensità di corrente e non si hanno formazioni di componenti armoniche di V_p .

Impedenza nella regione di sheath

Al contrario del caso precedente, attraverso le due sheaths prevale la corrente di spostamento, cioè quella dovuta all'oscillazione del campo elettrico. La corrente di conduzione è infatti dovuta principalmente agli elettroni che, secondo il modello omogeneo, hanno densità nulla nelle regioni di sheaths. Nelle sheaths la corrente di conduzione è dovuta agli ioni, la quale, come vedremo fra poco, risulterà minore della corrente di spostamento.

Corrente di spostamento

Il campo elettrico presente nella sheath a si può ricavare dall'equazione di Poisson

$$\frac{dE}{dx} = \frac{en}{\epsilon_0} \quad (3.7)$$

e integrando risulta

$$E(x, t) = \frac{en}{\epsilon_0} [x - s_a(t)] \quad (3.8)$$

dove è stata posta la condizione di continuità del campo elettrico in corrispondenza della separazione plasma-sheath, cioè $E \approx 0$ in $x = s_a$. Possiamo quindi ricavare la corrente di spostamento dalla relazione

$$I_{ap}(t) = \epsilon_0 A \frac{\partial E}{\partial t} \quad (3.9)$$

sostituendo $E(x, t)$ otteniamo

$$I_{ap}(t) = -enA \frac{ds_a}{dt} \quad (3.10)$$

Sostituendo $I_{rf}(t)$ a $I_{ap}(t)$, dove $I_{rf}(t) = I_1 \cos \omega t$, e integrando rispetto al tempo ricaviamo

$$s_a = \bar{s} - s_0 \sin \omega t \quad (3.11)$$

dove

$$s_0 = \frac{I_1}{en\omega A} \quad (3.12)$$

Dunque s_a oscilla intorno al valore medio \bar{s} con la stessa frequenza di I_{rf} . Il potenziale all'interno della regione di sheath è dato da

$$V_{ap}(t) = \int_0^{s_a} E dx = -\frac{en}{\epsilon_0} \frac{s_a^2}{2} \quad (3.13)$$

quindi è una funzione non lineare di s_a . Sostituendo la (3.11) nella (3.13), otteniamo

$$V_{ap} = -\frac{en}{2\epsilon_0} \left(\bar{s}^2 + \frac{1}{2}s_0^2 - 2\bar{s}s_0\sin\omega t - \frac{1}{2}s_0^2\cos 2\omega t \right) \quad (3.14)$$

La dipendenza non lineare genera una seconda armonica e un contributo in continua alla tensione.

Ragionando analogamente per lo sheath b , otteniamo

$$I_{bp} = -enA \frac{ds_b}{dt} \quad (3.15)$$

e

$$V_{bp} = -\frac{en}{\epsilon_0} \frac{s_b^2}{2} \quad (3.16)$$

Per la continuità della corrente, $I_{bp} = -I_{ap}$, sommando la (3.10) con la (3.15) troviamo che

$$\frac{d}{dt}(s_a + s_b) = 0 \quad (3.17)$$

cioè

$$s_a + s_b = 2\bar{s} = \text{costante} \quad (3.18)$$

da cui si ottiene la relazione $d = l - 2\bar{s} = \text{costante}$. Per lo sheath b risulta infine

$$s_b = \bar{s} + s_0\sin\omega t \quad (3.19)$$

Dalla quale ricaviamo il potenziale

$$V_{bp} = -\frac{en}{2\epsilon_0} \left(\bar{s}^2 + \frac{1}{2}s_0^2 + 2\bar{s}s_0\sin\omega t - \frac{1}{2}s_0^2\cos 2\omega t \right) \quad (3.20)$$

Nonostante V_{ap} e V_{bp} hanno un comportamento non lineare, la loro combinazione $V_{ab} = V_{ap} - V_{bp}$ risulta

$$V_{ab} = \frac{en\bar{s}}{\epsilon_0} (s_b - s_a) \quad (3.21)$$

che possiamo riscrivere sostituendo le espressioni di s_a e s_b come:

$$V_{ab} = \frac{2en\bar{s}s_0}{\epsilon_0} \sin\omega t \quad (3.22)$$

Abbiamo quindi ottenuto una relazione lineare combinando due equazioni non lineari. Questo utile risultato è valido solo per il modello omogeneo che abbiamo considerato. Il potenziale totale \tilde{V}_{rf} è dato dalla somma di \tilde{V}_{ab} e \tilde{V}_p , tuttavia di solito risulta $|\tilde{V}_p| \ll |\tilde{V}_{ab}|$, e possiamo considerare $\tilde{V}_{rf} \approx \tilde{V}_{ab}$.

Di seguito riportiamo l'andamento dei potenziali che abbiamo calcolato:

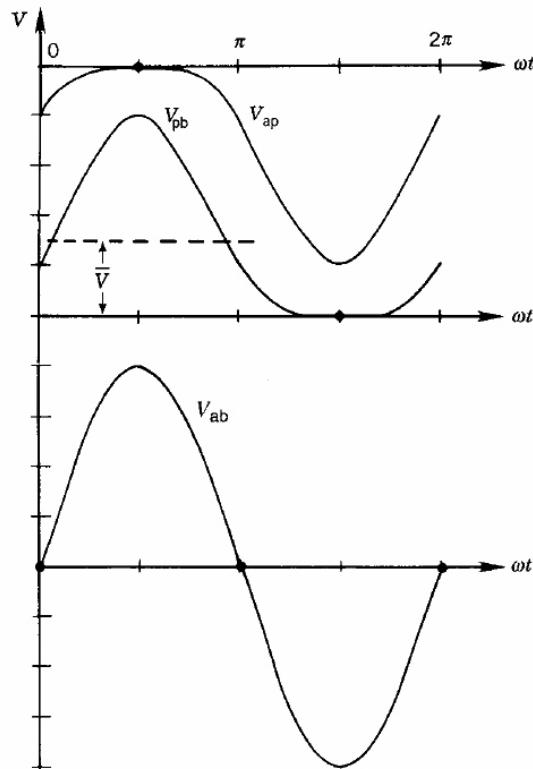


Figura 3.2: In figura sono riportati l'andamenti non lineari dei potenziali V_{pb} e V_{pa} e l'andamento lineare della loro somma V_{ab} .

Corrente di conduzione

Poichè gli ioni risentono solo del potenziale medio, esiste un flusso stazionario di ioni dal plasma allo sheath a , a cui corrisponde una corrente stazionaria

$$\bar{I}_i = enu_B A \quad (3.23)$$

Per ragioni di simmetria, la corrente di conduzione media che scorre verso la parete a è zero. C'è un flusso stazionario di ioni verso la parete. Nel nostro modello abbiamo assunto che la densità elettronica è nulla all'interno della sheath. Deve quindi esistere un istante di tempo t in cui lo spessore $s_a(t)$ assume valore nullo, in modo da far avvenire il traferimento degli elettroni dal plasma alla parete. Dalla (3.11) e dalla (3.12) segue che

$$\bar{s} = s_0 = \frac{I_1}{en\omega A} \quad (3.24)$$

è

e dalla (3.14) risulta

$$V_{pa} = \frac{en}{2\epsilon_0} s_0^2 (1 - \sin\omega t)^2 \quad (3.25)$$

Dal momento in cui il potenziale si annulla al momento in cui gli elettroni vengono assorbiti dalla parete, si ha un comportamento simile a quello di un diodo ideale in cui la direzione privilegiata è diretta verso il plasma. Lo stesso risultato vale nel caso della sheath b .

Possiamo definire una capacità C_s caratteristica della sheath poichè la tensione V_{ab} , data dalla formula (3.22), è di tipo sinusoidale. Differenziando la (3.22) e sostituendo l'espressione di I_{rf} usando la (3.23) otteniamo il semplice risultato

$$I_{rf} = C_s \frac{dV_{ab}}{dt} \quad (3.26)$$

dove

$$C_s = \frac{\epsilon_0 A}{2s_0} \quad (3.27)$$

è la capacità. Fisicamente questa capacità è l'equivalente di due capacità non lineari

$$C_a = \frac{\epsilon_0 A}{s_a(t)} \quad e \quad C_b = \frac{\epsilon_0 A}{s_b(t)}$$

3.1.2 Bilancio energetico

All'interno della scarica esistono due meccanismi di riscaldamento. Il primo è legato alla resistività del plasma dovuta alle collisioni tra gli elettroni e gli atomi neutri presenti, in questo caso si parlerà di *riscaldamento ohmico*. Il secondo meccanismo è dovuto al trasferimento dell'impulso degli elettroni dovuto al potenziale esterno che fa oscillare il plasma, in tal caso si parlerà di *riscaldamento stocastico*. Andiamo a considerare i due casi singolarmente:

Riscaldamento ohmico

Poichè $\omega_{pe} \gg \omega$ possiamo trattare il plasma come un conduttore ohmico. Quindi la potenza media assorbita per unità di volume sarà data dalla relazione:

$$p_{ohm} = \frac{1}{2} \frac{J_1^2}{\sigma_{dc}} \quad (3.28)$$

dove σ_{dc} è la conduttività del plasma a basse frequenze data da $\sigma_{dc} = \frac{e^2 n}{m \nu_m}$ e J_1 è la densità di corrente data da $J_1 = \frac{I_1}{A}$.

Se vogliamo trovare la potenza assorbita per unità di superficie \bar{S}_{ohm} , basta moltiplicare p_{ohm} per la distanza d nella quale è contenuto il plasma. Quindi si ottiene

$$\bar{S}_{ohm} = \frac{1}{2} J_1^2 \frac{d}{\sigma_{dc}} \quad (3.29)$$

da cui sostituendo le espressioni di J_1 e σ_{dc} abbiamo:

$$\bar{S}_{ohm} = \frac{1}{2} J_1^2 \frac{m \nu_m d}{e^2 n} \quad (3.30)$$

Riscaldamento stocastico

Viene indicato con riscaldamento stocastico, la perdita di energia dovuta all'interazioni degli elettroni con i campi fortemente deceleranti presenti nella sheath. Si può approssimare la situazione a quella equivalente di una palla che urta una parete che si muove in senso opposto. Se un elettrone urta con velocità $-u$ la parete che delimita la sheath, che si muove con velocità u_{es} , esso dopo l'urto acquisterà una velocità

$$u_r = -u + 2u_{es} \quad (3.31)$$

Se consideriamo che gli elettroni abbiano una distribuzione di velocità descritta dalla funzione generica $f_{es}(u, t)$, allora il numero di elettroni per unità di superficie che urtano la parete con velocità du in un intervallo dt sarà:

$$N_e = (u - u_{es}) f_{es}(u, t) du dt \quad (3.32)$$

Quindi la potenza per unità di superficie trasferita risulterà

$$dS_{stoc} = \frac{1}{2} m (u_r^2 - u^2) N_e = \frac{1}{2} m (u_r^2 - u^2) N_e (u - u_{es}) f_{es}(u, t) du dt \quad (3.33)$$

Sostituendo $u_r = -u + 2u_{es}$ e integrando sulla velocità otteniamo

$$S_{stoc} = -2m \int_{u_{es}}^{\infty} u_{es}(u - u_{es})^2 f_{es}(u, t) du \quad (3.34)$$

Il problema dunque è quello di determinare la forma di f_{es} , che in generale risulterà molto complicata. Ma in questo caso stiamo studiando un modello a densità uniforme, quindi vale la seguente relazione:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_{es}(u, t) du = n_{es}(t) = n \quad (3.35)$$

Ipotizziamo che $f_{es}(u, t)$ segua la distribuzione Maxwelliana.

Sostituendo nella (3.34) l'espressione $u_{es} = u_0 \cos \omega t$ e mediando nel tempo si ottiene che solo i termini in $\sin^2 \omega t$ danno contributo diverso da zero, e risulta:

$$\bar{S}_{stoc} = 2mu_0^2 \int_0^{\infty} u f_{es}(u) du \quad (3.36)$$

dove l'integrale, considerando la distribuzione Maxwelliana, restituisce il valore $\Gamma_e = \frac{1}{4} n \bar{v}_e$. Quindi

$$\bar{S}_{stoc} = \frac{1}{2} mu_0^2 n \bar{v}_e \quad (3.37)$$

All'interno del plasma predomina la corrente di conduzione, quindi

$$I_1 = J_1 A = -enu_0 A \quad (3.38)$$

da cui

$$u_0 = -\frac{J_1}{en} \quad (3.39)$$

che sostituita nell'espressione appena trovata di \bar{S}_{stoc} ci da

$$\bar{S}_{stoc} = \frac{1}{2} \frac{m \bar{v}_e}{e^2 n} J_1^2 \quad (3.40)$$

3.1.3 Parametri della scarica

Sommando la (3.40) (per entrambe le sheaths) alla (3.30), otteniamo la potenza media assorbita dagli elettroni per unità di superficie

$$S_e = \frac{1}{2} \frac{m}{e^2 n} (\nu_m d + 2\bar{\nu}_e) J_1^2 \quad (3.41)$$

Possiamo ricavare la potenza media assorbita anche eguagliando l'energia assorbita da un elettrone nel plasma con quella dissipata ottenendo:

$$S_e = 2en u_B (\mathcal{E}_c + \mathcal{E}'_c) \quad (3.42)$$

Confrontando la (3.41) con la (3.42) possiamo ricavarci n , ottenendo

$$n = \frac{1}{2} \left[\frac{m(\nu_m d + \bar{\nu}_e)}{e^3 u_B (\mathcal{E}_c + \mathcal{E}'_c)} \right]^{1/2} \quad (3.43)$$

Per ottenere la potenza totale dissipata dobbiamo considerare anche la perdita dovuta agli ioni. Calcoliamo prima la tensione media nella regione di sheath, mediando la (3.14)

$$\bar{V} = \bar{V}_{pa} = \frac{3}{4} \frac{en}{\epsilon_0} s_0^2 = \frac{3}{4} \frac{J_1^2}{e\epsilon_0 n \omega^2} \quad (3.44)$$

dove la seconda eguaglianza risulta dalla sostituzione dell'espressione di s_0 data dalla (3.24). La potenza dissipata dagli ioni per unità di superficie risulta quindi:

$$S_i = 2en u_B \bar{V} = \frac{3}{2} \frac{en}{\epsilon_0} s_0^2 \quad (3.45)$$

dove il fattore 2 è dovuto al fatto che consideriamo entrambe le regioni di sheaths. L'espressione trovata sommata alla (3.41) ci da la potenza totale dissipata

$$S_{abs} = S_i + S_e = \frac{3}{2} \frac{en}{\epsilon_0} s_0^2 + \frac{1}{2} \frac{m}{e^2 n} (\nu_m d + 2\bar{\nu}_e) J_1^2 \quad (3.46)$$

L'assorbimento stocastico \bar{S}_{stoc} può essere interpretato come due resistenze equivalenti R_a e R_b dovute alle sheaths definite da $\bar{S}_{stoc} = \frac{1}{2} J_1^2 A R_{a,b}$, inoltre la potenza S_i si può pensare come una corrente continua $\bar{I}_i = \bar{J}_i A$. Quindi alla luce dei risultati ottenuti in precedenza, si può schematizzare il modello omogeneo con il seguente circuito elettrico equivalente:

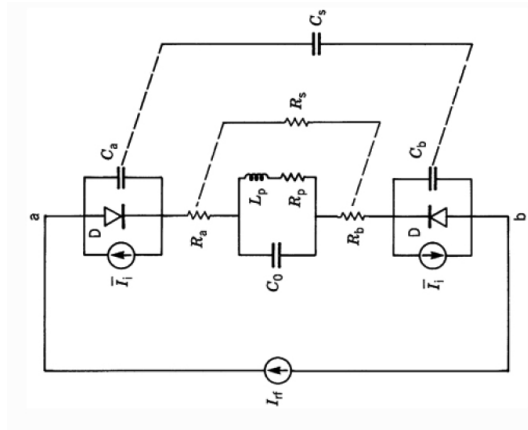


Figura 3.3: Circuito elettrico equivalente di una scarica capacitiva.

3.2 Modello inomogeneo

Il modello omogeneo appena trattato ci fornisce una prima approssimazione di quello che accade sia nel plasma sia nella regione di sheath, e ci ha permesso di descrivere il sistema tramite un circuito equivalente. I risultati che si ottengono però non sono molto affidabili perché l'ipotesi di una densità ionica uniforme in tutto lo spazio compreso tra gli elettrodi è un'approssimazione troppo riduttiva. Nelle regioni di sheaths sono presenti campi oscillanti che modificano la densità ionica. Per avere un modello più realistico considereremo il modello inomogeneo, nel quale continuano a valere le approssimazioni (1)-(4) fatte per quello omogeneo, ma si considera la variazione della densità ionica nella regione di sheath. La distribuzione della densità nella regione di sheath la schematizziamo come segue

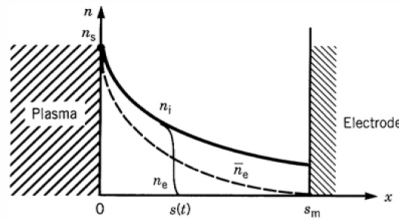


Figura 3.4: Sheath nel caso del modello inomogeneo.

Il calcolo analitico per questo modello risulta inevitabilmente più complicato e lungo del precedente, perciò verranno presentate solo le leggi di scala che si ottengono. Il decremento della densità ionica comporta l'utilizzo della Legge di Child che determina un aumento di spessore della sheath e un aumento della velocità degli ioni in questa zona. Questo accade perché la corrente deve essere continua e la densità elettronica decresce per mantenere la neutralità di carica. Un'altra conseguenza di questo modello è l'aumento dell'assorbimento stocastico. Di seguito sono riportate le leggi di scala che si ottengono dal calcolo analitico:

- Assorbimento stocastico

$$\bar{S}_{stoc} \propto \omega^2 T_e^{1/2} V_{rf} \quad (3.47)$$

- Densità in corrispondenza della separazione plasma-sheath

$$n_s \propto \frac{\omega^2 V_{rf}}{\mathcal{E}_c} \quad (3.48)$$

- Potenza totale assorbita

$$S_{abs} \propto \omega^2 T_e^{1/2} V_{rf} \quad \text{per } \mathcal{E}_i \ll \mathcal{E}_j \quad (3.49)$$

$$S_{abs} \propto \frac{\omega^2 T_e^{1/2} V_{rf}^2}{\mathcal{E}_c} \quad \text{per } \mathcal{E}_i \gg \mathcal{E}_c \quad (3.50)$$

- Spessore della sheath

$$s_m \propto \frac{V_{rf}^{1/4} \mathcal{E}_c^{1/2}}{\omega T_e^{1/4}} \quad (3.51)$$

- Flusso di ioni

$$J_{rf} \propto \frac{\omega^2 V_{rf}^{3/4} T_e^{1/4}}{\mathcal{E}_c^{1/2}} \quad (3.52)$$

3.3 Scariche a frequenza duale

Le scariche capacitive sono alimentate da una corrente alternata ad una determinata radiofrequenza. Abbiamo visto che in generale il flusso ioni risulta essere dato da

mentre l'energia è determinata dal voltaggio mediato nel tempo

Dove V_p è il voltaggio mediato nel tempo e V_{dc} la componente DC di bias. Nel caso in cui la scarica avviene ad una data frequenza energia e flusso non possono essere variati indipendentemente, perchè ad una variazione della frequenza corrisponde un cambiamento sia del voltaggio sia della densità.

Le scariche a frequenza duale permette di ottenere, sotto certe condizioni, un controllo indipendente del flusso e dell'energia degli ioni. Si tratta di una scarica capacitiva la cui tensione di controllo è data dalla combinazione di una tensione a bassa frequenza con una ad alta frequenza, cioè

$$V_{rf} = \text{Re}(V_{hf} e^{j\omega_{hf} t} + V_{lf} e^{j\omega_{lf} t}) \quad (3.53)$$

Nel caso di una scarica che avviene ad una data frequenza l'energia finale degli ioni è data dalla tensione V_{rf} mediata nel tempo, mentre il flusso alla superficie dato da

$$J_i = en_s u_b \quad (3.54)$$

dipende dalla densità n_s che dalla (3.48) risulta essere $n_s \propto \frac{\omega^2 V_{rf}}{\varepsilon_c}$. Da quest'ultima relazione si può vedere che per $\omega_{hf}^2 |V_{hf}| \gg \omega_{lf}^2 |V_{lf}|$ la componente ad alta frequenza produce una densità maggiore, invece l'energia degli ioni, risulta controllata dalla componente a bassa frequenza se si considera $|V_{lf}| \gg |V_{gf}|$.

Vediamo come si può ricavare un modello analitico di questo tipo di scariche

La densità di corrente $J(t)$ che scorre attraverso la sheath è data dalla somma di due densità di correnti, una a bassa frequenza (ω_{lf}) ed una ad alta frequenza (ω_{hf}):

$$J(t) = J_{lf} \sin(\omega_{lf} t) + J_{hf} \sin(\omega_{hf} t) \quad (3.55)$$

Dalla continuità del flusso di ioni risulta che

$$n_i(x) u_i(x) = n_0 u_b \quad (3.56)$$

Inoltre, trattandosi di un moto non collisionale, la conservazione dell'energia risulta:

$$\frac{1}{2} m_i u_i^2(x) + e \bar{\Phi}(x) = \frac{1}{2} m_i u_b^2(x) \quad (3.57)$$

dove $\bar{\Phi}(x)$ è la media temporale del potenziale elettrico. Notiamo che l'espressione non avrebbe senso se le frequenze applicate non fossero molto maggiori del tempo di transito degli ioni, in modo da non risentire del rapido cambiamento del potenziale. Da queste due equazioni possiamo ricavare l'espressione di n_i in funzione di $\bar{\Phi}$:

$$n_i = n_0 \left(1 - \frac{2\bar{\Phi}}{2T_e} \right)^{-1/2} \quad (3.58)$$

La densità elettronica può essere scritta come:

$$n_e(x, t) = \begin{cases} 0 & \text{per } x > s(t) \\ n_i(x) & \text{per } x < s(t) \end{cases} \quad (3.59)$$

dove $s(t)$ indica la posizione istantanea della sheath elettronica. Quindi la densità di carica ρ è

$$\rho(x, t) = n_i(x) - n_e(x, t) = \begin{cases} n_i(x) & \text{per } x > s(t) \\ 0 & \text{per } x < s(t) \end{cases} \quad (3.60)$$

da cui è possibile ricavare l'espressione del campo elettrico istantaneo $E(x, t)$ dato dall'equazione di Poisson

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \begin{cases} \frac{e}{\varepsilon_0} n_i(x) & \text{per } x > s(t) \\ 0 & \text{per } x < s(t) \end{cases} \quad (3.61)$$

Il potenziale istantaneo $\Phi(x, t)$ è legato al campo elettrico $E(x, t)$ dalla relazione

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial x} = -E(x, t) \quad (3.62)$$

Se facciamo la media rispetto al tempo dell'equazioni (3.61) e (3.62) si ricavano i valori mediati del campo elettrico $\bar{E}(x)$ e del potenziale elettrico $\bar{\Phi}(x)$

$$\frac{d\bar{E}}{dx} = \frac{e}{\epsilon_0} (n_i(x) - \bar{n}_e(x)) \quad (3.63)$$

e

$$\frac{d\bar{\Phi}}{dx} = \bar{E}(x) \quad (3.64)$$

Dove la media temporale della densità elettronica \bar{n}_e è definita da

$$\bar{n}_e(x) = \frac{\omega_{lf}}{2\pi} \int_{-\pi/\omega_{lf}}^{\pi/\omega_{lf}} n_e(x, t) dt \quad (3.65)$$

Abbiamo integrato sul periodo relativo alla bassa frequenza $\frac{2\pi}{\omega_{lf}}$ in quanto si tratta del temposcala più lungo. Si assume dunque che la componente ad alta frequenza non determina variazioni sostanziali poichè all'interno della sheath è dominante la corrente di spostamento. Inoltre poichè, se $E_{lf} \sim \frac{J_{lf}}{\omega_{lf}} \gg E_{hf} \sim \frac{J_{hf}}{\omega_{hf}}$ possiamo introdurre una fase $\Phi(x)$ in modo che la posizione della sheath $s(t)$ sia compresa tra 0 e x per $-\Phi < \omega_{lf}t < \Phi$. Quindi l'integrando nell'equazione (3.65) è nullo per $-\Phi < \omega_{lf}t < \Phi$ e il calcolo dell'integrale ci da:

$$\bar{n}_e(x) = n_i(x) \left(1 - \frac{2\Phi}{2\pi}\right) \quad (3.66)$$

Otteniamo ora il moto del bordo della sheath utilizzando la conservazione della corrente. La corrente proveniente dal plasma neutro è dovuta a corrente di conduzione mentre la corrente della sheath è dovuta a corrente di spostamento che è data dalla (3.55). Quindi al bordo della sheath, in $x = s(t)$, le due correnti dovranno bilanciarsi:

$$en_i(s) \frac{ds}{dt} = J_{lf} \sin(\omega_{lf}t) + J_{hf} \sin(\omega_{hf}t) \quad (3.67)$$

da cui moltiplicando entrambi i membri per $\frac{dt}{\epsilon_0}$ si ha

$$\frac{e}{\epsilon_0} n_i(s) ds = J_{lf} \sin(\omega_{lf}t) dt + J_{hf} \sin(\omega_{hf}t) dt \quad (3.68)$$

infine integrando si ottiene

$$\frac{e}{\epsilon_0} \int_0^{s(t)} n_i(x) dx = \frac{J_{lf}}{\epsilon_0 \omega_{lf}} (1 - \cos(\omega_{lf}t)) + \frac{J_{hf}}{\epsilon_0 \omega_{hf}} (1 - \cos(\omega_{hf}t)) \quad (3.69)$$

dove è stato posto $s(0) = 0$.

Possiamo ora ricavare il campo elettrico $E(x, t)$ integrando l'equazione (3.61) ottenendo un risultato nullo per $x < s(t)$, mentre per $x > s(t)$ risulta:

$$E(x, t) = \frac{e}{\epsilon_0} \int_{s(t)}^x n_i(x) dx = \frac{e}{\epsilon_0} \int_0^x n_i(x) dx - \frac{e}{\epsilon_0} \int_0^{s(t)} n_i(x) dx \quad (3.70)$$

Sostituendo al secondo termine l'espressione trovata nella (3.69) si ricava

$$E(x, t) = \frac{e}{\epsilon_0} \int_0^x n_i(x) dx - \frac{J_{lf}}{\epsilon_0 \omega_{lf}} (1 - \cos(\omega_{lf} t)) - \frac{J_{hf}}{\epsilon_0 \omega_{hf}} (1 - \cos(\omega_{hf} t)) \quad (3.71)$$

Dobbiamo ora mediare su un periodo relativo alla bassa frequenza ω_{lf} , per definizione otteniamo

$$\bar{E}(x) = \frac{\omega_{lf}}{2\pi} \int_{-\pi/\omega_{lf}}^{\pi/\omega_{lf}} E(x, t) dt \quad (3.72)$$

Come in precedenza usiamo il fatto che la componente ad alta frequenza di E , che è proporzionale a $\frac{J_{hf}}{\omega_{hf}}$ è molto più piccola della componente a bassa frequenza, proporzionale a $\frac{J_{lf}}{\omega_{lf}}$. Quindi nel calcolo del campo mediato nel tempo trascuriamola componente ad alta frequenza e consideriamo che abbia la stessa fase Φ di \bar{n}_e .

Quindi inserendo la (3.71) nella (3.72) tralasciando la dipendenza da ω_{hf} si ha:

$$\bar{E}(x) = \frac{J_{lf}}{\epsilon_0 \pi \omega_{lf}} (\sin \Phi - \Phi \cos \Phi) \quad (3.73)$$

Siamo ora in grado di ricavare le due equazioni differenziali che descrivono le scariche duali. Dalla (3.62) e dalla (3.73) si ha:

$$\frac{d\bar{\Phi}}{dx} = -\frac{J_{lf}}{\epsilon_0 \pi \omega_{lf}} (\sin \Phi - \Phi \cos \Phi) \quad (3.74)$$

Inserendo invece la (3.58) nella (3.67) e ponendo $s = x$ quando $\Phi = \omega_{lf} t$ otteniamo la seconda equazione:

$$\frac{d\bar{\Phi}}{dx} = \frac{\left(1 - 2\frac{\bar{\Phi}}{T_e}\right)^{1/2}}{s_0 (\sin \Phi + \beta \sin(\alpha \Phi))} \quad (3.75)$$

Dove $s_0 = \frac{J_{lf}}{e \omega_{lf} n_0}$, $\beta = \frac{J_{hf}}{J_{lf}}$ e $\alpha = \frac{\omega_{hf}}{\omega_{lf}}$. Ricordando la condizione che il campo ad alta frequenza è molto più piccolo del campo a bassa frequenza si ha che $\beta/\alpha \ll 1$, che rappresenta la condizione di validità del nostro modello. Dalle due equazioni si vede che il potenziale

medio $\bar{\Phi}$, che è quello che determina l'energia finale degli ioni, dipende esclusivamente da ω_{lf} mentre il potenziale istantaneo Φ dipende da ω_{hf} che influisce principalmente sul moto degli elettroni e dunque sulla potenza assorbita dal sistema dal quale dipende la densità del plasma e quindi il flusso di ioni. Combinazioni tipiche di alta e bassa frequenza sono 27.1/2, 60/13.56 e 160/13.56 MHz.