

Studio della Dipendenza dal Regolatore di Potenziali Chirali in Calcoli per la Materia Nucleare Infinita

Luigi Coraggio

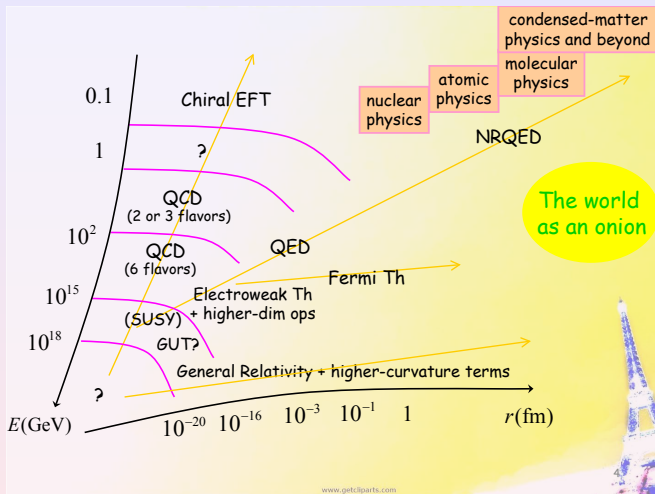
Istituto Nazionale di Fisica Nucleare - Sezione di Napoli

30 ottobre 2013

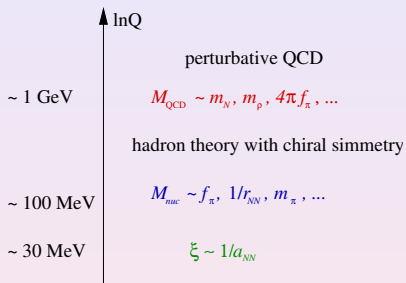


La collaborazione

- ▶ J. W. Holt (University of Washington)
- ▶ N. Itaco (Università di Napoli e INFN)
- ▶ R. Machleidt (University of Idaho)
- ▶ L. E. Marcucci (Università di Pisa e INFN)
- ▶ F. Sammarruca (University of Idaho)
- ▶ L. C. (INFN)



Per gentile concessione di U. van Kolck



La fisica nucleare mostra una separazione di scale



Fare ricorso all'**EFT** può essere un modo appropriato per descrivere la fisica dei nuclei, dal momento che la teoria che ne è a fondamento, la **QCD**, non è risommabile perturbativamente.

“Teorema” di Weinberg

“If one writes down the most general possible Lagrangian, including all terms consistent with assumed symmetry principles, and then calculates S -matrix elements with this Lagrangian to any order in perturbation theory, the result will simply be the most general possible S -matrix consistent with analyticity, perturbative unitarity, cluster decomposition and the assumed symmetry principles”¹

¹ *S. Weinberg, Physica A 96 327 (1979)*

Chiral EFT per la teoria dei nuclei

- Identificare i gradi di libertà rilevanti (nucleoni, pioni, delta) e le simmetrie del problema (simmetria chirale).

Chiral EFT per la teoria dei nuclei

- ▶ Identificare i gradi di libertà rilevanti (nucleoni, pioni, delta) e le simmetrie del problema (simmetria chirale).
- ▶ Costruire la Lagrangiana più generale possibile consistentemente con tali vincoli.

$$\mathcal{L}_{\pi\pi} = \frac{f_\pi^2}{4} \text{tr} \left[\partial_\mu U \partial^\mu U^\dagger + m_\pi^2 (U + U^\dagger) \right] + \dots$$

$$\mathcal{L}_{\pi N} = \bar{\Psi} \left(i\gamma^\mu D_\mu - M_N + \frac{g_A}{2} \gamma^\mu \gamma_5 u_\mu + \dots \right) \Psi$$

$$\mathcal{L}_{NN} = -\frac{1}{2} C_S \bar{N} N \bar{N} N - \frac{1}{2} C_T (\bar{N} \vec{\sigma} N) \cdot (\bar{N} \vec{\sigma} N) + \dots$$

Chiral EFT per la teoria dei nuclei

- ▶ Identificare i gradi di libertà rilevanti (nucleoni, pioni, delta) e le simmetrie del problema (simmetria chirale).
- ▶ Costruire la Lagrangiana più generale possibile consistentemente con tali vincoli.

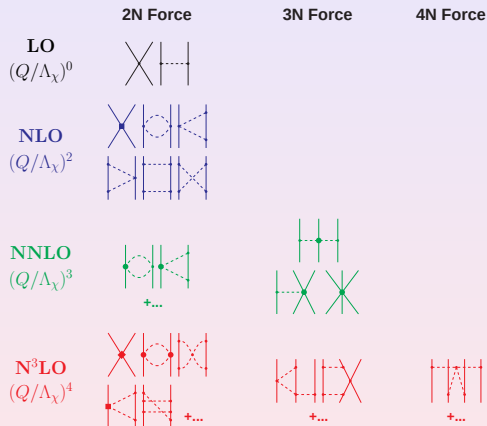
$$\mathcal{L}_{\pi\pi} = \frac{f_\pi^2}{4} \text{tr} \left[\partial_\mu U \partial^\mu U^\dagger + m_\pi^2 (U + U^\dagger) \right] + \dots$$

$$\mathcal{L}_{\pi N} = \bar{\Psi} \left(i\gamma^\mu D_\mu - M_N + \frac{g_A}{2} \gamma^\mu \gamma_5 u_\mu + \dots \right) \Psi$$

$$\mathcal{L}_{NN} = -\frac{1}{2} C_S \bar{N} N \bar{N} N - \frac{1}{2} C_T (\bar{N} \vec{\sigma} N) \cdot (\bar{N} \vec{\sigma} N) + \dots$$

- ▶ Eseguire uno sviluppo perturbativo di tale Lagrangiana per momenti $q < \Lambda$, e fissare i coefficienti dello sviluppo in modo tale da riprodurre gli osservabili fisici (rinormalizzazione).

Lo sviluppo perturbativo chirale



Una osservazione importante: la ChPT consente la costruzione di forze nucleari a molti corpi al pari di quelle a due corpi.

Una osservazione importante: la ChPT consente la costruzione di forze nucleari a molti corpi al pari di quelle a due corpi.

Più precisamente: la maggior parte dei vertici d'interazione dello sviluppo perturbativo delle **3NF**, come anche delle **4NF**, sono presenti anche nello sviluppo delle **2NF**.

Una osservazione importante: la ChPT consente la costruzione di forze nucleari a molti corpi al pari di quelle a due corpi.

Più precisamente: la maggior parte dei vertici d'interazione dello sviluppo perturbativo delle **3NF**, come anche delle **4NF**, sono presenti anche nello sviluppo delle **2NF**.

Conseguentemente, i corrispondenti parametri di accoppiamento **LECs** sono consistentemente gli stessi nelle **2NF** e nelle **3NF**.

Un punto importante: la ChPT introduce un cutoff Λ e gli osservabili calcolati dipendono dalla sua scelta.

Un punto importante: la ChPT introduce un cutoff Λ e gli osservabili calcolati dipendono dalla sua scelta.

Necessariamente, l'hamiltoniana chirale deve essere rinormalizzata per ciascun valore del cutoff scelto, determinando le costanti di bassa energia **LECs** così da riprodurre i dati sperimentali a disposizione (diffusione NN , energie di legame del deutone e del trizio, ...).

Un punto importante: la ChPT introduce un cutoff Λ e gli osservabili calcolati dipendono dalla sua scelta.

Necessariamente, l'hamiltoniana chirale deve essere rinormalizzata per ciascun valore del cutoff scelto, determinando le costanti di bassa energia LECs così da riprodurre i dati sperimentali a disposizione (diffusione NN , energie di legame del deutone e del trizio, ...).

L'invarianza di cutoff può quindi essere garantita, almeno per sistemi a due e tre corpi.

Cosa avviene nei sistemi a molti corpi?

La materia nucleare infinita: questo è un sistema interessante per studiare la dipendenza da Λ dei risultati di un calcolo per molti corpi.

La materia nucleare infinita: questo è un sistema interessante per studiare la dipendenza da Λ dei risultati di un calcolo per molti corpi.

Calcoliamo l'equazione di stato EOS per la materia nucleare infinita partendo da 2NF e 3NF chirali definite per cutoff differenti.

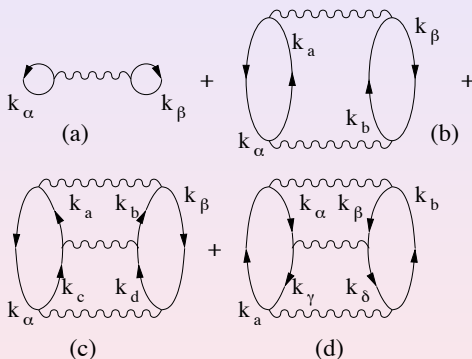
La materia nucleare infinita: questo è un sistema interessante per studiare la dipendenza da Λ dei risultati di un calcolo per molti corpi.

Calcoliamo l'equazione di stato EOS per la materia nucleare infinita partendo da 2NF e 3NF chirali definite per cutoff differenti.

Approccio perturbativo: svolgiamo uno sviluppo di Goldstone dell'energia di legame per nucleone E/A sino al terz'ordine in energia.

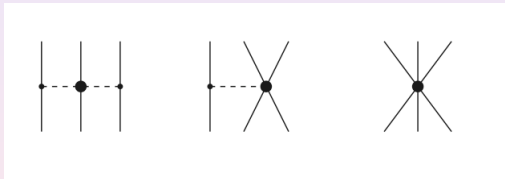
*L. C., J. W. Holt, N. Itaco, R. Machleidt, F. Sammarruca, Phys. Rev. C **87**, 014322 (2013)*

Lo sviluppo perturbativo



Il potenziale chirale a tre corpi N^2LO

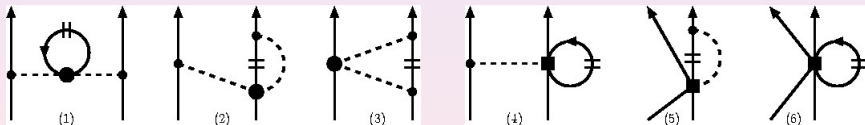
Accanto ai potenziali chirali a due corpi N^3LO , consideriamo anche il contributo dai loro corrispondenti potenziali a tre corpi calcolati all'ordine N^2LO :



I potenziali a tre corpi si portano dietro due coefficienti specifici (c_D , c_E) legati al termine di contatto e allo scambi di un π , che devono essere determinati sui dati del sistema a tre nucleoni.

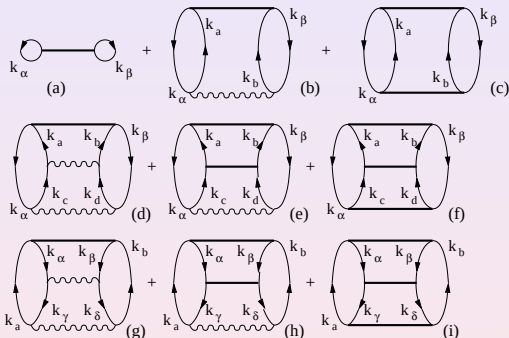
Il potenziale NN dipendente dalla densità

E' stato tenuto conto dell'effetto della $N^2\text{LO } 3\text{NF}$ chirale sommando al potenziale a due corpi $N^3\text{LO}$ uno dipendente dalla densità $\bar{V}_{NNN}^1$, ottenuto dal potenziale a tre corpi integrando sino al momento di Fermi k_F uno dei tre nucleoni interagenti:



¹J. W. Holt, N. Kaiser, and W. Weise, *Phys. Rev. C* **81**, 024002 (2010)

Lo sviluppo perturbativo



Some details

Il contributo di Hartree-Fock al prim'ordine è dato esplicitamente da

$$E_1 = \frac{8}{\pi} \int_0^{k_F} k^2 dk \left[1 - \frac{3}{2} \frac{k}{k_F} + \frac{1}{2} \left(\frac{k}{k_F} \right)^3 \right] \sum_{JLS} (2J+1) [V_{NN}^{JLLS}(k, k) + \frac{1}{3} \bar{V}_{NNN}^{JLLS}(k, k)]$$

I denominatori dell'energia dello sviluppo perturbativo sono espressi in funzione del potenziale di particella singola auto-consistente di HF

$$E(k, k', K) = \frac{\hbar^2 k'^2}{M} + 2U \left(\sqrt{\frac{K^2}{4} + k'^2} \right) - \frac{\hbar^2 k^2}{M} - 2U \left(\sqrt{\frac{K^2}{4} + k^2} \right)$$

$$U(\tilde{k}) = 8 \sum_{JLLS} (2J+1)^2 \left\{ \left[\int_0^{\frac{1}{2}(k_F - \tilde{k})} \tilde{k}'^2 d\tilde{k}' + \frac{1}{2\tilde{k}} \int_{\frac{1}{2}(k_F - \tilde{k})}^{\frac{1}{2}(k_F + \tilde{k})} \tilde{k}' d\tilde{k}' \left(\frac{1}{4}(k_F^2 - \tilde{k}^2) - \tilde{k}'(\tilde{k}' - \tilde{k}) \right) \right] \left[V_{NN}^{JLLS}(\tilde{k}', \tilde{k}') + \frac{1}{2} \bar{V}_{NNN}^{JLLS}(\tilde{k}', \tilde{k}') \right] \right\}$$

Il diagramma al second'ordine viene calcolato utilizzando l'approssimazione "angle-average" (AA):

$$E_2 = -\frac{6}{\pi^2 k_F^3} \int_0^{2k_F} K^2 dK \int_0^\infty k'^2 dk' \int_0^\infty k^2 dk P(k', K) Q(k, K) \\ \sum_{J\bar{L}\bar{S}} (2J+1) \frac{[V_{NN}^{J\bar{L}\bar{S}}(k, k') + \bar{V}_{NNN}^{J\bar{L}\bar{S}}(k, k')]^2}{E(k, k', K)}$$

L'operatore di Pauli Q e il suo complemento P sono definiti come:

$$\begin{aligned} Q(k, K) &= 0, & 0 \leq k \leq (k_F^2 - \frac{K^2}{4})^{1/2} \\ &= -\frac{k_F^2 - k^2 - K^2/4}{kK}, & (k_F^2 - \frac{K^2}{4})^{1/2} \leq k \leq (k_F + \frac{K}{2}) \\ &= 1, & k \geq (k_F + \frac{K}{2}) \\ P(k, K) &= 1, & 0 \leq k \leq (k_F - \frac{K}{2}) \\ &= \frac{k_F^2 - k^2 - K^2/4}{kK}, & (k_F - \frac{K}{2}) \leq k \leq (k_F^2 - \frac{K^2}{4})^{1/2} \\ &= 0, & k \geq (k_F^2 - \frac{K^2}{4})^{1/2} \end{aligned}$$

I diagrammi del terz'ordine particella-particella pp e buco-buco hh sono anch'essi calcolati nell'approssimazione AA, e le loro espressioni esplicite sono:

$$E_3(pp) = \frac{12}{(\pi k_F)^3} \int_0^{2k_F} K^2 dK \int_0^\infty k^2 dk \int_0^\infty k'^2 dk' \int_0^\infty k''^2 dk'' P(k, K) Q(k', K) Q(k'', K) \\ \sum_{J\bar{L}\bar{L}'S} (2J+1) [V_{NN}^{J\bar{L}\bar{L}'S}(k, k') + \bar{V}_{NNN}^{J\bar{L}\bar{L}'S}(k, k')] [V_{NN}^{J\bar{L}\bar{L}'S}(k', k'') + \bar{V}_{NNN}^{J\bar{L}\bar{L}'S}(k', k'')] \\ [V_{NN}^{J\bar{L}'LS}(k'', k) + \bar{V}_{NNN}^{J\bar{L}'LS}(k'', k)] / [E(k'', k) \cdot E(k', k)]$$

$$E_3(hh) = \frac{2}{(\pi k_F)^3} \int_0^{2k_F} K^2 dK \int_0^\infty k^2 dk \int_0^\infty k'^2 dk' \int_0^\infty k''^2 dk'' P(k, K) Q(k', K) P(k'', K) \\ \sum_{J\bar{L}\bar{L}'S} (2J+1) [V_{NN}^{J\bar{L}\bar{L}'S}(k, k') + \bar{V}_{NNN}^{J\bar{L}\bar{L}'S}(k, k')] [V_{NN}^{J\bar{L}\bar{L}'S}(k', k'') + \bar{V}_{NNN}^{J\bar{L}\bar{L}'S}(k', k'')] \\ [V_{NN}^{J\bar{L}'LS}(k'', k) + \bar{V}_{NNN}^{J\bar{L}'LS}(k'', k)] / [E(k', k'') \cdot E(k', k)]$$

Il potenziale chirale a due corpi $N^3\text{LO}$

Consideriamo per il nostro studio tre potenziali chirali $N^3\text{LO } 2\text{NF}$, con differenti cutoff e regolatori $f(p', p) = \exp[-(p'/\Lambda)^{2n} - (p/\Lambda)^{2n}]$:

Il potenziale chirale a due corpi N³LO

Consideriamo per il nostro studio tre potenziali chirali N³LO 2NF, con differenti cutoff e regolatori $f(p', p) = \exp[-(p'/\Lambda)^{2n} - (p/\Lambda)^{2n}]$:

- ▶ $\Lambda = 500 \text{ MeV}$ corrispondente a $n = 2$ nel regolatore¹

Il potenziale chirale a due corpi N³LO

Consideriamo per il nostro studio tre potenziali chirali N³LO 2NF, con differenti cutoff e regolatori $f(p', p) = \exp[-(p'/\Lambda)^{2n} - (p/\Lambda)^{2n}]$:

- ▶ $\Lambda = 500 \text{ MeV}$ corrispondente a $n = 2$ nel regolatore¹
- ▶ $\Lambda = 450 \text{ MeV}$ corrispondente a $n = 3$ nel regolatore

Il potenziale chirale a due corpi N³LO

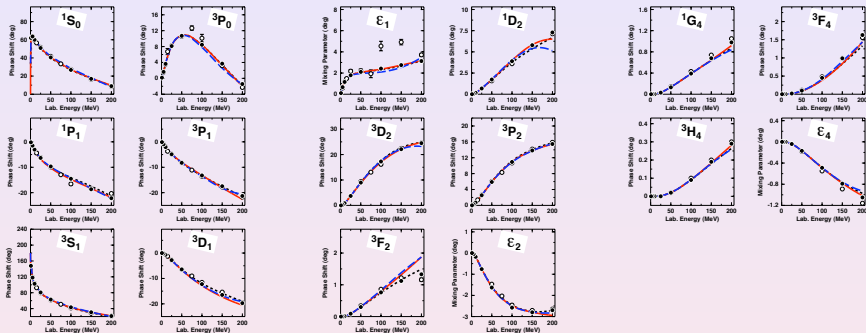
Consideriamo per il nostro studio tre potenziali chirali N³LO 2NF, con differenti cutoff e regolatori $f(p', p) = \exp[-(p'/\Lambda)^{2n} - (p/\Lambda)^{2n}]$:

- ▶ $\Lambda = 500 \text{ MeV}$ corrispondente a $n = 2$ nel regolatore¹
- ▶ $\Lambda = 450 \text{ MeV}$ corrispondente a $n = 3$ nel regolatore
- ▶ $\Lambda = 414 \text{ MeV}$ corrispondente a $n = 10$ nel regolatore (sharp cutoff)²

¹R. Machleidt and D.R. Entem, *Phys. Rep.* **503** 1 (2011)

²L. C., A. Covello, and A. Gargano, N. Itaco, D. R. Entem, T. T. S. Kuo, and R. Machleidt *Phys. Rev. C* **75**, 024311 (2007)

Sfasamenti



- ▶ Curva nera punteggiata: $\Lambda = 500$ MeV
- ▶ Curva blu a tratti: $\Lambda = 450$ MeV
- ▶ Curva rossa continua: $\Lambda = 414$ MeV

L'equazione di stato della materia neutronica infinita

*L. C., J. W. Holt, N. Itaco, R. Machleidt, F. Sammarruca, Phys. Rev. C **87**, 014322
(2013)*



L'EOS della materia neutronica infinita

Una considerazione importante: in materia puramente neutronica il termine di contatto, V_E , e quello relativo allo scambio un π , V_D , sono identicamente nulli.

L'EOS della materia neutronica infinita

Una considerazione importante: in materia puramente neutronica il termine di contatto, V_E , e quello relativo allo scambio un π , V_D , sono identicamente nulli.

Quindi le costanti di bassa energia c_E, c_D relative a V_E e V_D non ricoprono alcun ruolo nel calcolo della EOS per la materia neutronica infinita.

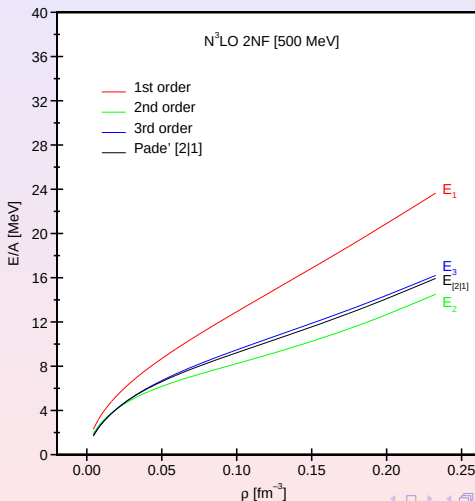
L'EOS della materia neutronica infinita

Una considerazione importante: in materia puramente neutronica il termine di contatto, V_E , e quello relativo allo scambio un π , V_D , sono identicamente nulli.

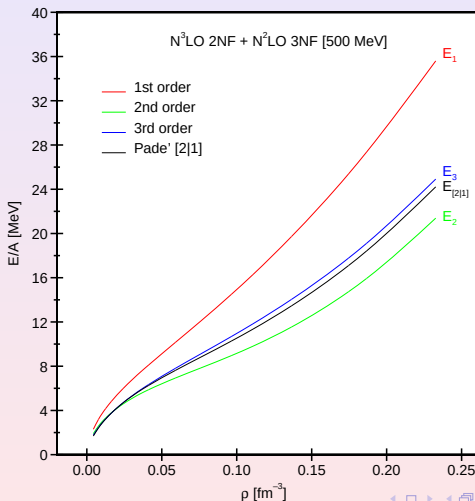
Quindi le costanti di bassa energia c_E, c_D relative a V_E e V_D non ricoprono alcun ruolo nel calcolo della EOS per la materia neutronica infinita.

L'EOS dipende, utilizzando 3NF chirali all'ordine N^2LO , solo dai parametri che sono stati determinati sul sistema a due nucleoni.

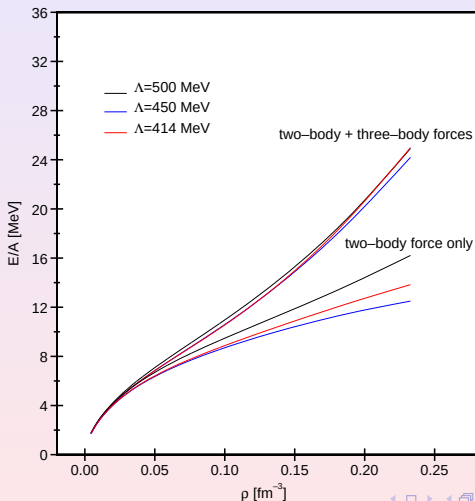
L'EOS della materia neutronica infinita



L'EOS della materia neutronica infinita



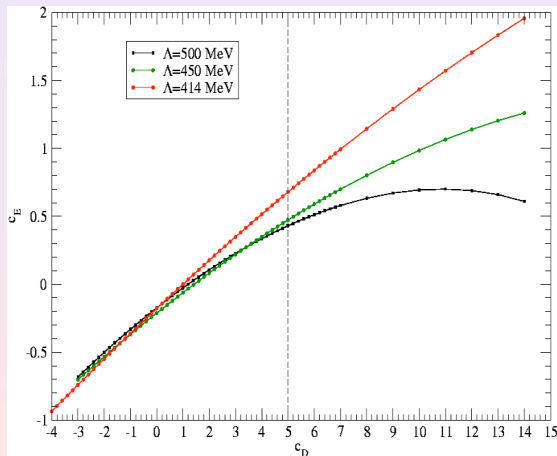
L'EOS della materia neutronica infinita



L'equazione di stato per la materia nucleare infinita simmetrica

La determinazione dei parametri c_D , c_E

L'energia di legame del trizio:



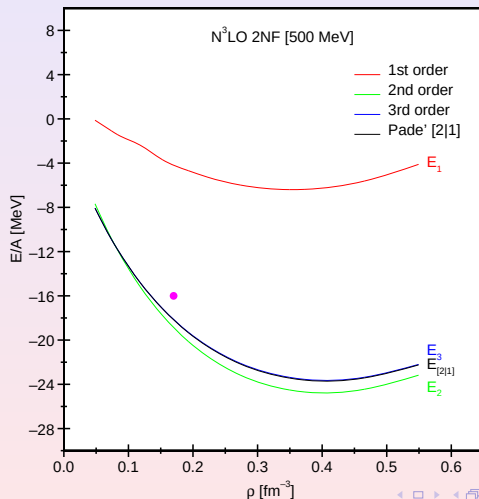
La determinazione dei parametri c_D, c_E

Gli elementi di matrice della Gamow-Teller del trizio attraverso la cattura muonica le reazioni ${}^2\text{H}(\mu^-, \nu_\mu)nn$ e ${}^3\text{He}(\mu^-, \nu_\mu){}^3\text{H}$ ¹:

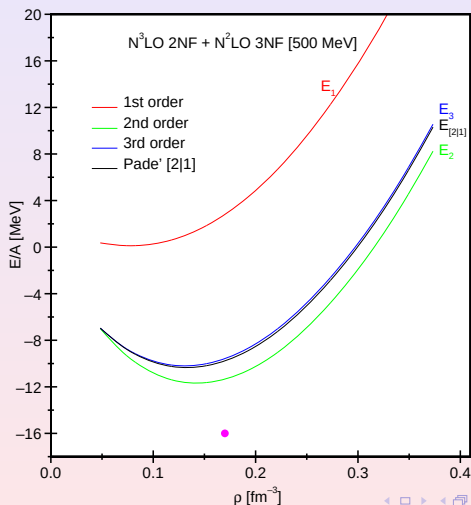
Λ cutoff (in MeV)	c_D	c_E
500	0.0	-0.17
450	-0.24	-0.11
414	-0.4	-0.07

¹L. E. Marcucci, A. Kievsky, S. Rosati, R. Schiavilla, and M. Viviani, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 052502 (2012)

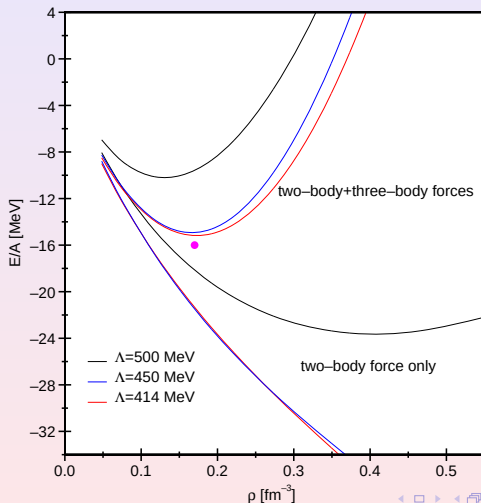
L'EOS della materia nucleare infinita



L'EOS della materia nucleare infinita

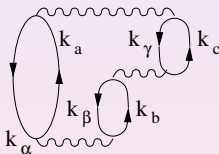


L'EOS della materia nucleare infinita



Ciò che non è stato incluso ...

Un diagramma al terz'ordine manca:



$3p - 3h$

Risultati preliminari per $k_F = 1.3 \text{ fm}^{-1}$

Contributi perturbativi solo 2NF

	Cutoff Λ (MeV)		
	414	450	500
T plus HF contribution	-11.617	-11.395	-3.675
2nd order pp diagram	-5.736	-8.551	-14.060
3rd order pp diagram	0.017	-0.022	0.653
3rd order hh diagram	-0.022	-0.021	-0.027
3rd order ph diagram	1.040	1.200	-0.279
$pp+hh$	-19.857	-19.989	-17.109
$pp+hh+ph$	-18.817	-18.789	-17.388

Risultati preliminari per $k_F = 1.3 \text{ fm}^{-1}$

Contributi perturbativi 2NF+ 3NF

	Cutoff Λ (MeV)		
	414	450	500
T plus HF contribution	-8.326	-4.297	1.859
2nd order pp diagram	-7.388	-11.273	-13.511
3rd order pp diagram	0.563	0.745	1.642
3rd order hh diagram	-0.010	-0.008	-0.008
3rd order ph diagram	0.581	0.152	-1.516
$pp+hh$	-15.004	-14.832	-10.007
$pp+hh+ph$	-14.423	-14.680	-11.523

Conclusioni

- ▶ Potenziali chirali con un cutoff $\Lambda \leq 500 \text{ MeV}$ presentano un comportamento perturbativo sia per la materia neutronica infinita che per quella nucleare simmetrica.
- ▶ L'EOS per materia infinita neutronica è sostanzialmente indipendente dalla scelta del regolatore, se si tiene conto dei contributi delle 3NF.
- ▶ L'EOS per la materia nucleare infinita simmetrica mostra ancora dipendenza dalla scelta del regolatore.

Conclusioni

- ▶ Potenziali chirali con un cutoff $\Lambda \leq 500 \text{ MeV}$ presentano un comportamento perturbativo sia per la materia neutronica infinita che per quella nucleare simmetrica.
- ▶ L'EOS per materia infinita neutronica è sostanzialmente indipendente dalla scelta del regolatore, se si tiene conto dei contributi delle 3NF.
- ▶ L'EOS per la materia nucleare infinita simmetrica mostra ancora dipendenza dalla scelta del regolatore.

Prospettive

- ▶ Migliorare il calcolo dello sviluppo perturbativo.
- ▶ E' necessario utilizzare una forza a tre corpi a $N^3\text{LO}$?
- ▶ O includere effetti di forze a quattro corpi?