

n moli di gas perfetto

m_p = massa del pistone

h_0 = altezza del pistone No pressione atm.

1) stato iniziale:

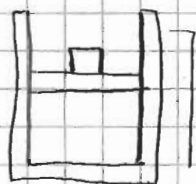


$$\vec{F}_{\text{gas}} = -m_p \vec{g}$$

$$\Rightarrow P_{\text{gas}} = \frac{m_p g}{S} \equiv P_0$$

$$P_0 V_0 = n R T_0 \Rightarrow T_0 = \frac{m_p g}{n R} \frac{S h_0}{S} = \frac{m_p g h_0}{n R}$$

2) Appoggio sul pistone un blocchetto di massa m .
Determinare lo stato finale del gas:



$$M = m_p + m$$

$$\Delta U = Q_{\text{ext}} \Rightarrow n C_v (T_1 - T_0) = M g (h_1 - h_0)$$

$$P_1 S = M g \Rightarrow P_1 = \frac{M g}{S} \quad T_1 = \frac{M g}{n R} \frac{S h_1}{S} = \frac{M g h_1}{n R}$$

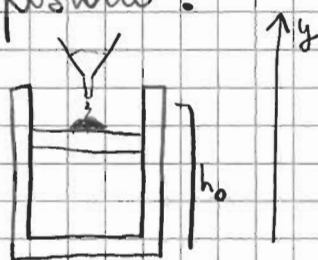
$$\Rightarrow \cancel{n C_v} \frac{M g h_1}{\cancel{n R}} - \cancel{n C_v} \frac{m_p g h_0}{\cancel{n R}} = \frac{M g}{S} P_0 - \frac{M g}{S} P_1$$

$$M \left(\frac{C_v}{R} + 1 \right) h_1 = \left(M + \frac{C_v}{R} m_p \right) h_0$$

$$\Rightarrow h_1 = \frac{R M + C_v m_p}{M C_p} h_0$$

$$= \frac{m_p C_p + R m}{(m_p + m) C_p} h_0 \Rightarrow T_1 = \frac{M g}{n R} \frac{R M + C_v m_p}{M C_p} h_0$$

- 3) Appoggio sul pistone della sabbia, granello dopo granello, fino ad aggiungere una massa m sul pistone.



La trasformazione adorno è adiabatica reversibile $\Rightarrow$

i) $P V^\gamma = \text{cost}$ $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

$$P_0 (\cancel{V} h_0)^\gamma = P_1 (\cancel{V} h_1)^\gamma$$

$$h_1 = h_0 \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = h_0 \left(\frac{m_p}{m_p + m_s} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

ii) Dato potrei arrivare ancora dal 1° principio:

$dU = dL_{\text{ext}}$ $\forall$ istante del processo $\Rightarrow$ sia $m(t) \equiv m$ la massa del pistone + sabbia e aggiungo $dm \Rightarrow dL_{\text{ext}} = - (m + dm) g dy$ $\xrightarrow{\text{qui } < 0}$

$dU = m C_v dT$. Sia $T(t) \equiv T$ la temp. quando pistone + sabbia = m

$$T + dT = \frac{(m + dm)g}{\cancel{S}} \frac{\cancel{S} (y + dy)}{mR} = \frac{m g y}{mR} + \frac{m g dy}{mR} + \frac{dm g y}{mR} + \frac{g dm dy}{mR}$$

$\xrightarrow{\text{trascuro}}$

$$\Rightarrow dT = \frac{g y}{mR} dm + \frac{m g}{mR} dy$$

$$\frac{C_r}{R} \int y dm + \frac{C_r}{R} m y \frac{dy}{y} = + \frac{R}{\lambda} m \frac{dy}{y} - \underbrace{g dm dy}_{\text{massico}} \quad 3$$

$$C_v y dm = -m C_p dy$$

$$\int_{m_p}^{m_p + m_s} \frac{dm}{m} = - \frac{C_p}{C_r} \int_{h_0}^{h_1} \frac{dy}{y}$$

$$\ln \left(\frac{m_p + m_s}{m_p} \right) = -\gamma \ln \frac{h_1}{h_0}$$

$$\Rightarrow h_1 = h_0 \left(\frac{m_p}{M} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

Chi è maggiore $h_{1, \text{irr}}$ o $h_{1, \text{rev}}$? (Gas perfetto biatomico)

$$\gamma = \frac{C_p}{C_r} = \frac{7}{2} \frac{R}{\frac{5}{2} R}$$

$$\frac{h_{1, \text{rev}}}{h_{1, \text{irr}}} = r = \frac{h_0 \left(\frac{m_p}{M} \right)^{\frac{5}{7}}}{h_0 \frac{m_p C_p + m_s R}{M C_p}}$$

$$= \left(\frac{m_p}{M} \right)^{\frac{5}{7}} \frac{1}{\frac{m_p}{M} + \frac{m_s}{M} \frac{7}{2} \frac{R}{\frac{5}{2} R}} = \left(\frac{m_p}{M} \right)^{\frac{5}{7}} \frac{M}{m_p + \frac{7}{2} m_s}$$

$$= \left(\frac{m_p}{M} \right)^{\frac{5}{7}} \frac{7 M}{7 m_p + 2 m_s} = \frac{7 m_p^{\frac{5}{7}} M^{\frac{2}{7}}}{7 m_p + 2 m_s} \leq 1 ?$$

Difficile da vedere: 2 limiti

$$m_s \gg m_p : \Rightarrow r \approx \frac{7 m_p^{\frac{5}{7}} M^{\frac{2}{7}}}{2 m_s} \left(1 + \frac{2 m_p}{7 m_s} \right) \frac{1}{2 m_s} \left(1 - \frac{7 m_p}{2 m_s} \right) \approx \frac{7}{2} \left(\frac{m_p}{m_s} \right)^{\frac{5}{7}}$$

$$m_s \ll m_p : r \approx \frac{7 m_p^{\frac{5}{7}} M^{\frac{2}{7}}}{7 m_p} \left(1 + \frac{2 m_s}{7 m_p} \right) \frac{1}{7 m_p} \left(1 - \frac{2 m_s}{7 m_p} \right) = 1 - \frac{4}{49} \frac{m_s^2}{m_p^2} < 1$$

$$\Rightarrow r < 1 \Rightarrow h_{\text{irr}} > h_{\text{rev}}$$