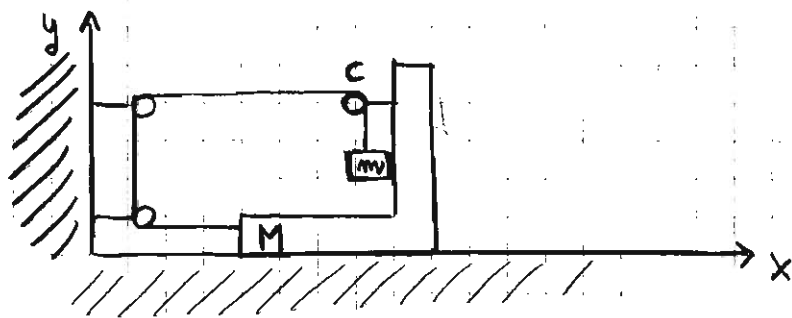


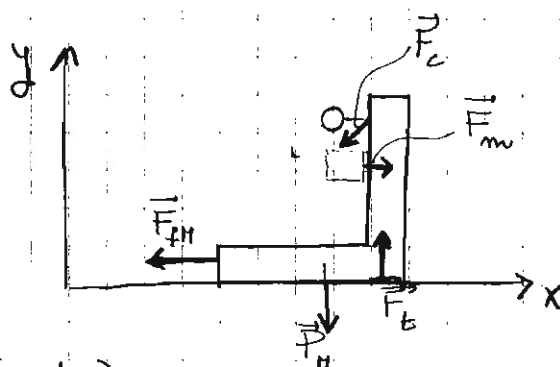
Esercizio del blocco a forma di L

1



Studiare il moto del sistema

1) Forze su M:



$\vec{P}_M$ = peso di M (nota)

$\vec{F}_E$ = reazione del tavolo ("quasi nota")

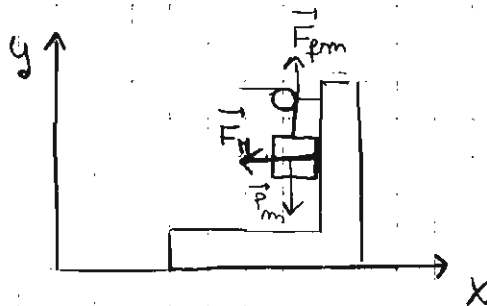
$\vec{F}_{fH}$ = forza del filo su M (— " —)

$\vec{F}_m$ = forza di m su M (— " —)

$\vec{F}_c$ = forza della carrucola su M (IGNOTA)

$$M \vec{a}_M = \vec{P}_M + \vec{F}_E + \vec{F}_{fH} + \vec{F}_m + \vec{F}_c$$

2) Forze su m:



$\vec{P}_m$ = peso di m (nota)

$\vec{F}_{fm}$ = forza del filo su m ("quasi nota")

$\vec{F}_H$ = forza di M su m (— " —)

$$m \vec{a}_m = \vec{P}_m + \vec{F}_{fm} + \vec{F}_H$$

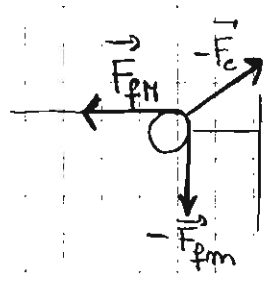
So per il III principio che

$$\vec{F}_m = -\vec{F}_H \Rightarrow$$

$$\begin{cases} M \vec{a}_H = \vec{P}_H + \vec{F}_t + \vec{F}_{fH} + \vec{F}_m + \vec{F}_c \\ m \vec{a}_m = \vec{P}_m + \vec{F}_{fm} - \vec{F}_m \end{cases} \quad (1)$$

So anche che $|\vec{F}_{fH}| = |\vec{F}_{fm}|$ (filo inestensibile ...)

3) Forze sulla carrucola C:



$-\vec{F}_c$: forze di M su C (ho applicato il III principio)

$\vec{F}_{fH}$: forza del filo derivante dall'estremo attaccato a M

$-\vec{F}_{fm}$: forze del filo derivante dall'estremo attaccato a m

$$M \vec{a}_C = \vec{F}_{fH} - \vec{F}_{fm} - \vec{F}_c$$

$$\Rightarrow \vec{F}_c = \vec{F}_{fH} - \vec{F}_{fm} \quad (2)$$

$$\begin{cases} M \vec{a}_H = \vec{P}_H + \vec{F}_t + \vec{F}_{fH} + \vec{F}_m + \vec{F}_{fH} - \vec{F}_{fm} \\ m \vec{a}_m = \vec{P}_m + \vec{F}_{fm} - \vec{F}_m \end{cases} \quad (3)$$

Proiettiamo lungo x e y:

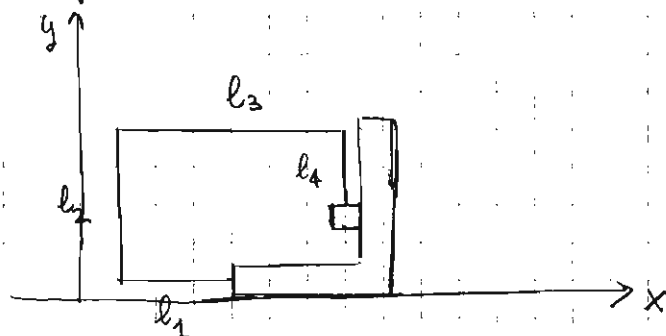
$$\begin{aligned} \vec{P}_H &= -Mg \hat{y} & \vec{F}_{fH} &= -F_{fH} \hat{x} \\ \vec{P}_m &= -mg \hat{y} & \vec{F}_m &= F_m \hat{x} \\ \vec{F}_t &= F_t \hat{y} & \vec{F}_{fm} &= F_{fm} \hat{y} \end{aligned}$$

$$\begin{cases}
 -M \ddot{x}_H = +F_m - 2F_{fH} \\
 M \ddot{y}_H = -Mg + F_t - F_{fmv} = -Mg + F_t - F_{fH} \\
 m \ddot{x}_m = -F_m \\
 m \ddot{y}_m = -mg + F_{fmv} = -mg + F_{fH}
 \end{cases}
 \quad (4)$$

$\swarrow$ Wao $|\vec{F}_{fm}| = |\vec{F}_{fH}|$

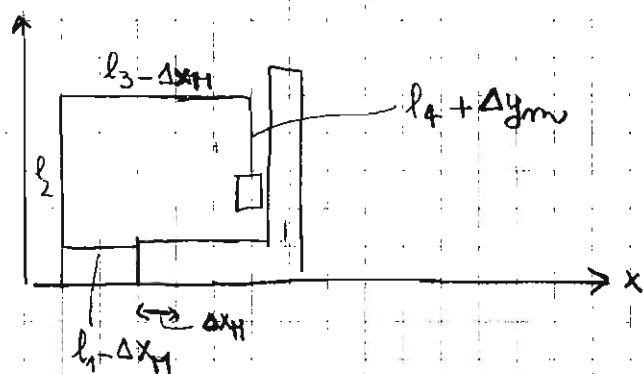
7 Incognite = $\ddot{x}_H; \ddot{y}_H; \ddot{x}_m; \ddot{y}_m; F_m; F_{fH}; F_t$
 4 Eqs. $\Rightarrow$ ho bisogno di altre condizioni.

Il filo è inestensibile:



$$l_1 + l_2 + l_3 + l_4 = L$$

muoviamo M di Δx_H verso $-\hat{x}$ e m di Δy_m lungo $-\hat{y}$:



$$l_1 - \Delta x_H + l_2 + l_3 - \Delta x_H + l_4 + \Delta y_m = L \Rightarrow$$

$$\Delta y_m = 2 \Delta x_H$$

$$\Rightarrow \ddot{y}_m = 2 \ddot{x}_H \quad (5)$$

Inoltre so che M si muove solo lungo x $\Rightarrow$

$$\ddot{y}_H = 0 \quad (6)$$

Im fine $\Delta x_H = \Delta x_m \Rightarrow$

$$\ddot{x}_H = \ddot{x}_m \quad (7)$$

Use (5) - (7) in (4): $\ddot{x}_H = a$

$$\begin{cases} M a = F_m + 2F_{fH} & (i) \\ 0 = -Mg + F_t - F_{fH} & (ii) \\ m a = -F_m & (iii) \\ 2 m a = -mg + F_{fH} & (iv) \end{cases} \quad (8)$$

Donc on a : a, F_m, F_{fH}, F_t
4 Eqn ! $\Rightarrow$ solution :

$$(M + m) a = -2 F_{fH} \quad (\text{de } (i) + (iii)) \quad (v)$$

$$4 m a = -2 m g - (M + m) a \quad (\text{de } 2(iv) + (v))$$

$$(5m + M) a = -2 m g$$

$$a = \frac{-2 m g}{5m + M} \quad (9)$$

$$F_{fH} = \frac{-4 m^2 g}{5m + M} + m g = \frac{(-4 m^2 + 5 m^2 + m M) g}{5m + M}$$

$$F_{fH} = m g \frac{m + M}{5m + M} \quad (10)$$

$$F_{mv} = \frac{2m^2g}{5m+M}$$

(11)

$$F_t = Mg + mg \frac{m+M}{5m+M} =$$

$$= g \frac{5mM + M^2 + m^2 + mM}{5m+M}$$

$$F_t = \frac{M^2 + m^2 + 6mM}{5m+M} g$$

(12)

Nota : F_t non è banalmente Mg !