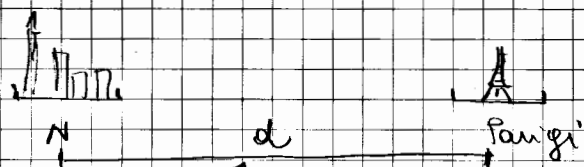


Il volo NY-Parigi andata-ritorno

1



stessa rotta
sia in andata
che in ritorno

tempo di andata = 7h Pa-NY

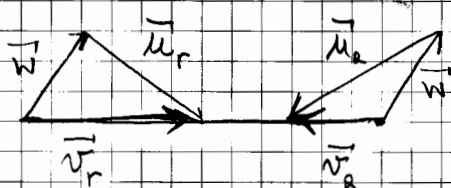
tempo di ritorno = 6h NY-Pa

L'aereo vola con velocità costante
rispetto all'aria $u = 900 \text{ km/h}$

è il vento che ha
velocità $\vec{w}$ rispetto alla terra

$$\begin{cases} \vec{v}_a = \vec{u}_a + \vec{w} \\ \vec{v}_r = \vec{u}_r + \vec{w} \end{cases} \quad \text{SR assoluto}$$

come sono messi questi vettori:



$\vec{u}_r$ e $\vec{u}_a$ differiscono solo
per la direzione.

Sia $\hat{e}$ t.c. $\vec{v}_a = v_a \hat{e} \Rightarrow \vec{v}_r = -v_r \hat{e}$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_a \hat{e} = \vec{w} + u \hat{u}_a \\ -v_r \hat{e} = \vec{w} + u \hat{u}_r \end{cases}$$

$$\begin{aligned} v_a &= \frac{d}{\Delta t_a} \\ v_r &= \frac{d}{\Delta t_r} \end{aligned} \quad \rightarrow \text{metri}$$

$\Rightarrow$ le incognite sono

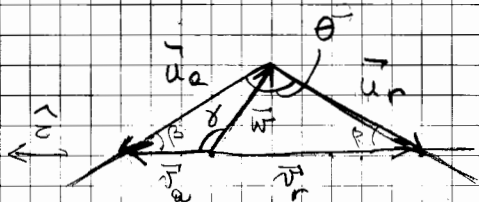
$\vec{w}$ (intensità e direzione)	2
$\hat{u}_a$	1
$\hat{u}_r$	1
	4

$\Rightarrow$ 4 incognite con 4 equazioni $\Rightarrow$
il problema è formalmente risolto.

Prima eliminiamo $\vec{w}$: $(v_a + v_r) \hat{e} = u (\hat{u}_a - \hat{u}_r)$

Ne faccio il modulo

$$\begin{aligned} (v_a + v_r)^2 &= u^2 (1 + 1 - 2 \hat{u}_a \cdot \hat{u}_r) \\ \hat{u}_a \cdot \hat{u}_r &= \cos \theta \\ \Rightarrow (v_a + v_r)^2 &= 2u^2 (1 - \cos \theta) \end{aligned}$$



$$\cos \theta = 1 - \frac{(v_a + v_r)^2}{2u^2}$$

$$|\vec{u}_a| = |\vec{u}_r| \Rightarrow 2\beta + \theta = \pi \quad \beta = \frac{\pi - \theta}{2}$$

Proietto lungo $\hat{e}$

$$v_a = \vec{u}_a \cdot \hat{e} + u \hat{e}_a \cdot \hat{e} = \vec{u}_a \cdot \hat{e} + u \cos \beta$$

$$-v_r = \vec{u}_r \cdot \hat{e} + u \hat{e}_r \cdot \hat{e} = \vec{u}_r \cdot \hat{e} + u \cos(\pi - \beta) = \vec{u}_r \cdot \hat{e} - u \cos \beta$$

$$v_a + v_r = 2u \cos \beta$$

$$\cos \beta = \frac{v_a + v_r}{2u}$$

al potere arrivare da

$$\frac{1 - \cos \theta}{2} = \frac{(v_a + v_r)^2}{4u^2}$$

$$\sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{(v_a + v_r)^2}{4u^2}$$

$$\sin \frac{\theta}{2} = \sin \left(\frac{\pi}{2} - \beta \right) = \frac{v_a + v_r}{2u}$$

$$v_a - v_r = 2u \cos \gamma \Rightarrow u \cos \gamma = \frac{v_a - v_r}{2} \quad (1)$$

Da $\vec{u}_a \cdot \hat{e} \times \hat{e} = 0 = \vec{u}_r \cdot \hat{e} + u \hat{e}_a \cdot \hat{e} \leftarrow \text{proiezione } \perp \text{ a } \hat{e}$

$$0 = u \sin \gamma - u \sin \beta \Rightarrow u \sin \gamma = +u \sin \beta \quad (2)$$

$$\Rightarrow \tan \gamma = \frac{+2u \sin \beta}{v_a - v_r} = \frac{+2u}{v_a - v_r} \sqrt{1 - \cos^2 \beta}$$

$$= \frac{+2u}{v_a - v_r} \sqrt{1 - \frac{(v_a + v_r)^2}{4u^2}} = \frac{+ \sqrt{4u^2 - (v_a + v_r)^2}}{v_a - v_r}$$

$$\tan \gamma = \frac{+ \sqrt{4u^2 - (v_a + v_r)^2}}{v_a - v_r}$$

$$(1)^2 + (2)^2 \Rightarrow u^2 (\cos^2 \gamma + \sin^2 \gamma) = \frac{(v_a - v_r)^2}{4} + u^2 (1 - \cos^2 \beta)$$

$$= \frac{(v_a - v_r)^2}{4} + u^2 - \frac{(v_a + v_r)^2}{4}$$

$$= \frac{4u^2 - 4v_a v_r}{4} = u^2 - v_a v_r$$

$$w = \sqrt{u^2 - v_a^2 v_r^2}$$

Se $v_r = v_a = v$ $w = \sqrt{u^2 - v^2}$ e $\tan \gamma = -\infty \Rightarrow \gamma = \frac{\pi}{2}$

Rechtskies i. Minuten

$$d = 5580 \text{ km}$$

$$\begin{cases} v_a = \frac{5580 \text{ km}}{7 \text{ h}} = 797 \text{ km/h} \\ v_r = \frac{5580 \text{ km}}{6 \text{ h}} = 930 \text{ km/h} \end{cases}$$

$$\Rightarrow w = \sqrt{900^2 - 797 + 930} = 262 \text{ km/h}$$

$$\tan \gamma = +3.815$$

$$\gamma = 75.3^\circ$$

$$\beta = 0.959$$

$$\beta = 16.4^\circ$$