

Sia ora $x = x_2 - x_1$

$$\ddot{x}_1 = \frac{k}{m_1} (x - l_0)$$

$$\ddot{x}_2 = -\frac{k}{m_2} (x - l_0)$$

$$\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1 = \ddot{x} = -k \left(\frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_1} \right) (x - l_0)$$

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \rightarrow \text{la chiamo } \underline{\text{massa ridotta}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\mu \ddot{x} = -k (x - l_0)} \quad (3)$$

\Rightarrow le eqm. sono diventate

$$\begin{cases} (m_1 + m_2) \ddot{x}_{\text{cm}} = 0 \\ \mu \ddot{x} = -k (x - l_0) \end{cases} \quad (4)$$

\Rightarrow moto di 2 punti: Uno (CM) si muove di moto rettilineo uniforme; l'altro, di massa pari alla massa ridotta, si muove di moto armonico (più in generale si muove sotto l'effetto della forza interna)

Supponiamo adesso che:

$$\begin{cases} x_1(0) = 0 \\ \dot{x}_1(0) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2(0) = l_0 \\ \dot{x}_2(0) = v_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_{\text{cm}}(0) = \frac{m_2 l_0}{m_1 + m_2} ; \quad \dot{x}_{\text{cm}}(0) = \frac{m_2 v_0}{m_1 + m_2}$$