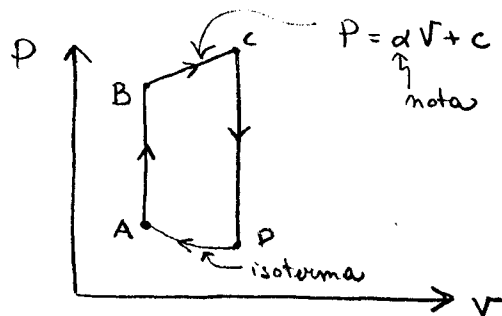


n moli di
Gas perfetto biatomico.

P_A, V_A noti

$P_B = x P_A$, x nota

T_C noto



1) T_B ?

$$P_B V_B = n R T_B \quad T_B = \frac{P_B V_B}{n R} = x \frac{P_A V_B}{n R} = x \frac{P_A V_A}{n R} = x T_A$$

2) V_C ?

$$\left. \begin{aligned} P_C &= \alpha V_C + c \\ P_B &= \alpha V_B + c \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_C - P_B = \alpha (V_C - V_B)$$

$$\frac{n R T_C}{V_C} - x P_A = \alpha V_C - \alpha V_A$$

$$\alpha V_C^2 + (x P_A - \alpha V_A) V_C - n R T_C = 0$$

$$V_C = \frac{-(x P_A - \alpha V_A) + \sqrt{(x P_A - \alpha V_A)^2 + 4 \alpha n R T_C}}{2 \alpha}$$

3) P_D ?

$$P_D V_D = n R T_D \quad P_D V_C = n R T_A \Rightarrow P_D = \frac{n R}{V_C} \frac{P_A V_A}{n R}$$

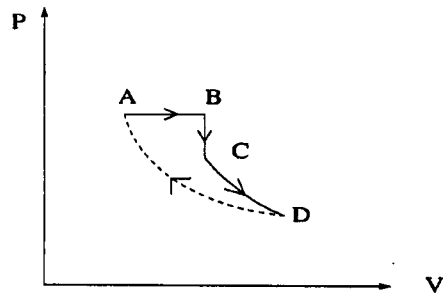
4) L nel ciclo?

$$L = L_{BC} + L_{DA} = \int_{V_B}^{V_C} (\alpha V + c) dV + n R T_A \ln \frac{V_A}{V_C}$$

$$c = P_B - \alpha V_B \Rightarrow$$

$$L = (P_B - \alpha V_B)(V_C - V_B) + \frac{\alpha}{2} (V_C^2 - V_B^2) + n R T_A \ln \frac{V_A}{V_C}$$

Esercizio 2: Una macchina termica che utilizza 3.40 moli di gas perfetto monoatomico compie il ciclo rappresentato in figura. Dallo stato iniziale A si va in B facendo una trasformazione isobara reversibile, da B in C con una trasformazione isocora reversibile, da C a D facendo una trasformazione adiabatica reversibile. Il ciclo è chiuso con una trasformazione irreversibile, durante la quale si scambia calore con una sola sorgente esterna con temperatura uguale alla temperatura in A. Si sa che il rapporto tra il volume in B e in A è 2.00 e che il rapporto tra la pressione in C e in B è 0.740. Determinare:



- il rapporto tra il volume in D e in A (6,-1)
 $r = \boxed{3.60}$ A $\boxed{0.258}$ B $\boxed{2.25}$ C $\boxed{1.05}$ D $\boxed{3.60}$ E $\boxed{1.17}$
- Sapendo che la temperatura in A è 300 K e che il rendimento della macchina è 0.1000, determinare la quantità di calore scambiato nella trasformazione irreversibile (4,-1)
 $Q_{DA} [J] = \boxed{-12460}$ A $\boxed{-8370}$ B $\boxed{0.000}$ C $\boxed{10900}$ D $\boxed{1.000}$ E $\boxed{-12500}$
- Si consideri una macchina termica che compie lo stesso ciclo di quella data. Le temperature in A, B e C sono rispettivamente 290 K, 310 K e 300 K. Determinare il rendimento massimo della macchina (5,-1)
 $\eta_{max} = \boxed{0.0182}$ A $\boxed{0.0985}$ B $\boxed{0.0363}$ C $\boxed{0.179}$ D $\boxed{0.127}$ E $\boxed{0.0182}$

Dati: $T_A = T_D$ $\frac{V_B}{V_A} = \alpha$ $\frac{P_C}{P_B} = \beta$; $V_C = V_B$; $P_B = P_A$

$C_V = \frac{3}{2} R$ $C_P = \frac{5}{2} R$ $\gamma = \frac{5}{3}$

1)

$$T_A V_D^{\gamma-1} = T_C V_B^{\gamma-1}$$

$$T_C = \beta T_B$$

$$T_B = \alpha T_A$$

\Rightarrow

$$T_A V_D^{\gamma-1} = T_C V_B^{\gamma-1}$$

$$\frac{T_A}{V_D^{\gamma-1}} = \alpha \beta T_A (\alpha V_A)^{\gamma-1}$$

$$= \beta \alpha^{\gamma} \frac{T_A}{V_A^{\gamma-1}}$$

$$\Rightarrow \frac{V_C}{V_A} = (\alpha^{\gamma} \beta)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

Provare risolverlo imponendo $\Delta S = 0$

2)

$$\eta = \frac{Q}{Q_{in}} = \frac{Q_{AB} + \cancel{Q_{BC}} + Q_{CD} + Q_{DA}}{Q_{AB}}$$

$$Q_{AB} = n C_P (T_B - T_A) = n C_P T_A (\alpha - 1)$$

$$L_{AB} = P_A (V_B - V_A) = n R T_A (\alpha - 1)$$

$$L_{CD} = n C_V (T_C - T_D) = n C_V (\alpha\beta - 1) T_A$$

$$L_{DA} = Q_{DA}$$

$$\Rightarrow Q_{AB} \eta - L_{AB} - L_{CD} = Q_{DA}$$

$$Q_{DA} = \eta n C_P T_A (\alpha - 1) - n R T_A (\alpha - 1) - n C_V T_A (\alpha\beta - 1)$$

$$= n R T_A \left[\frac{5}{2} \eta (\alpha - 1) - (\alpha - 1) - \frac{3}{2} (\alpha\beta - 1) \right]$$

$$= n R T_A \left[(\alpha - 1) \left(\frac{5}{2} \eta - 1 \right) - \frac{3}{2} (\alpha\beta - 1) \right]$$

$$3) \quad \eta = \frac{L_{AB} + L_{CD} + Q_{DA}}{Q_{AB}} \leq \frac{L_{AB} + L_{CD} + Q_{DA}^{rev}}{Q_{AB}}$$

$$Q_{DA}^{rev} = T_A \Delta S_{DA} = T_A n R \ln \frac{V_A}{V_D} = -n R T_A \ln \frac{V_D}{V_A}$$

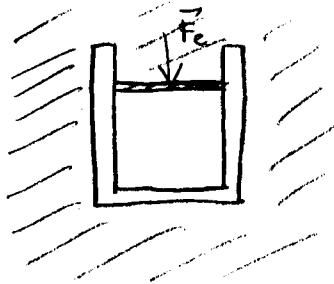
$$\alpha_1 = \frac{T_B}{T_A} ; \quad \beta_1 = \frac{T_C}{T_B}$$

$$\Rightarrow Q_{DA}^{rev} = - \frac{n R T_A}{\gamma - 1} \ln(\alpha_1^\gamma \beta_1)$$

$$\Rightarrow \eta^{max} = \frac{\cancel{n R T_A} (\alpha_1 - 1) + \cancel{n R T_A} \frac{3}{2} (\alpha_1 \beta_1 - 1) - \frac{\cancel{n R T_A}}{\gamma - 1} \ln(\alpha_1^\gamma \beta_1)}{\cancel{n R T_A} \frac{5}{2} (\alpha_1 - 1)}$$

$$= \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \frac{\alpha_1 \beta_1 - 1}{\alpha_1 - 1} - \frac{\ln \alpha_1}{\alpha_1 - 1} - \frac{3}{5} \frac{\ln \beta_1}{\alpha_1 - 1}$$

Esercizio sulle politropiche



contenitore con massa m e cal. spec. c
 n moli. Pistone e tutto adiabatici

Variazioni di dV il volume reversibilmente

Trovare l'eq. delle trasformazioni.

1° principio $dU = \delta Q_g - \delta L$

$$m c_v dT = \delta Q_g - p dV$$

$$\delta Q_{\text{gas}} + \delta Q_{\text{cont}} = 0 \Rightarrow \delta Q_{\text{gas}} = -\delta Q_{\text{cont}} = -m c dT$$

$$\Rightarrow (m c_v + m c) dT = -p dV$$

$$pV = nRT$$

$$p dV + V dp = nR dT \Rightarrow$$

$$\frac{(m c_v + m c)}{nR} (p dV + V dp) + p dV = 0$$

$$\frac{\begin{matrix} m c_p \\ \downarrow \\ m c_v + m c + mR \end{matrix}}{nR} p dV = - \frac{m c_v + m c}{nR} V dp$$

$$\left(\frac{m c_p + m c}{m c_v + m c} \right) p dV = - V dp$$

α

$$\alpha p dV = - V dp \rightarrow$$

$$\boxed{p V^\alpha = \text{cost}}$$

politropica

Nota: m piccolo $\Rightarrow m c \ll m c_v$

$$\alpha = \gamma \text{ adiab.}$$

m grande $\Rightarrow m c \gg m c_v$

$$\alpha = 1 \text{ isoterma}$$

Capacità termica molare per la trasformazione:

$$nC = \frac{\delta Q}{dT}$$

$$\delta Q_{g, \text{limite}} = dU + p dV = nC_v dT + p dV$$

$$p dV = n(C - C_v) dT$$

$$pV = nRT$$

$$p dV + V dp = nR dT$$

$$pV^d = p_0V_0^d \Rightarrow dp \cancel{V^d} + V^d dp = 0$$

$$\Delta - \alpha p dV = V dp$$

$$p dV (1 - \alpha) = nR dT$$

$$p dV = \frac{nR}{1 - \alpha} dT$$

$$\cancel{n(C - C_v) dT} = \cancel{n} \frac{R}{1 - \alpha} \cancel{dT}$$

$$C = C_v + \frac{R}{1 - \alpha}$$

Per $\alpha = \frac{C_p}{C_v} (\equiv \gamma)$ $C = C_v + \frac{R}{1 - \frac{C_p}{C_v}} = C_v + \cancel{\frac{C_v}{C_p - C_p}} = 0$

Torna, perché $\alpha = \gamma$ è l'adiabatica

Risolviamo $C = C_v + \frac{R}{1 - \frac{nC_p + mc}{nC_v + mc}} = C_v + \frac{R(nC_v + mc)}{n(-R)} = -\frac{mc}{n}$

$\Rightarrow C$ può essere neg.: $\Delta T < 0$ anche se assorbiamo calore

Basta che $\delta L > \delta Q$. $P \uparrow$ ^{l'at} _{adiab}

in fine