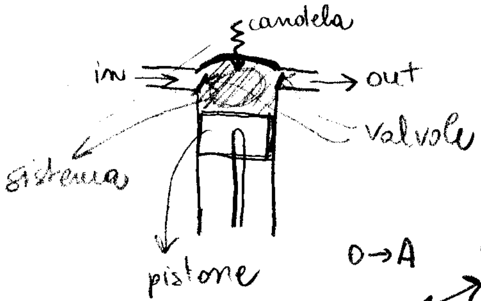
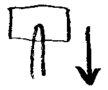
Esercizio sul motore a scoppio



Ciclo del motore a scoppio (o a benzina)

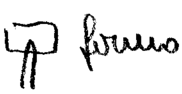
0→A 0) entra da "in" aria + benzina

premessa Tengo a pressione cost. e il pistone scende.



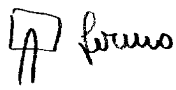
A→B 1) il pistone comprime adiabaticamente

B→C 2) scintilla dalla candela ⇒ do Q a volume costante

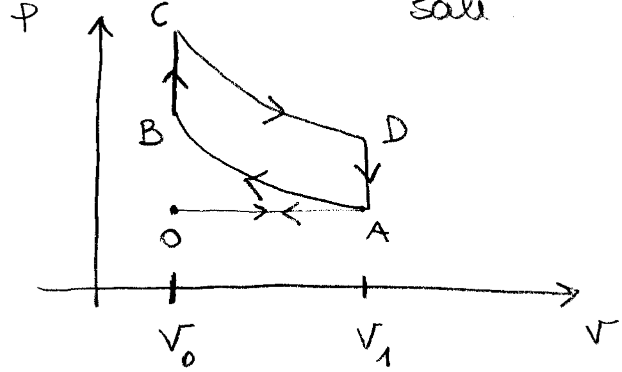


C→D 3) pistone scende: espansione adiabatica

D→A 4) si apre la valvola out. Energia espulsa molto rapidamente



A→O 5) miscela espulsa col pistone che sale



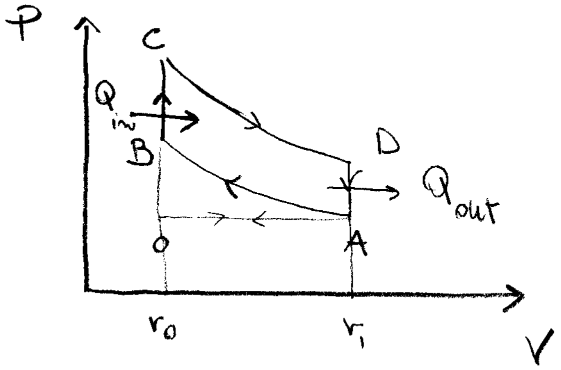
Piano PV

Ciclo di otto

Motore a 4 tempi:
- aspirazione
- compressione
- scoppio
- scarico

→ lavoro uguale e opposto

Calcoliamo η:



$$\eta = \frac{\Delta L}{Q_{in}}$$

$$0 = \Delta U = \Delta Q - \Delta L \Rightarrow \Delta L = \Delta Q = Q_{BC} + Q_{DA}$$

$$Q_{BC} = n C_v (T_C - T_B)$$

$$Q_{DA} = n C_v (T_A - T_D) \Rightarrow \Delta L = n C_v (T_C - T_B + T_A - T_D)$$

$$\eta = \frac{\Delta L}{Q_{BC}} = 1 + \frac{T_A - T_D}{T_C - T_B} = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B}$$

Vogliamo ora esprimere η in funzione di V_A e V_B ($V_A = V_1$, $V_B = V_0$)

$$A \to B \qquad T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$$

$$C \to D \qquad T_C V_C^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1}$$

$$\begin{cases} T_A V_1^{\gamma-1} = T_B V_0^{\gamma-1} \\ T_C V_0^{\gamma-1} = T_D V_1^{\gamma-1} \end{cases} \qquad T_A = T_B \left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{\gamma-1} \qquad T_D = T_C \left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{\gamma-1}$$

$$\eta = 1 - \frac{\cancel{(T_C - T_B)}\,(V_0/V_1)^{\gamma-1}}{\cancel{T_C - T_B}} = 1 - \left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{\gamma-1}$$

rendimento del ciclo di

Oppure si può scrivere

Due caratteristiche di un motore sono importanti:

<u>cilindrata</u> volume coperto dal pistone nel cilindro

<u>rapporto di compressione</u> $r = \frac{V_A}{V_B} = \frac{V_1}{V_0}$

Facciamo qualche conto: calcoliamo la potenza fornita da un motore a benzina con 6 cilindri, di 3 l che fa 4000 giri/minuto ed ha $r = 9.5$.

$T_A = 27\ C$ (temp ambiente)

$T_c = 1350\ C$ (temp di combustione)

$P_A = 10^5\ Pa$ (press. atm.)

Calcoliamo V_A e V_B

$$\frac{V_A}{V_B} = r = 9.5$$

$$V_A - V_B = \frac{cil}{6} = \frac{3 \times 10^{-3} m^3}{6} = 0.5\ 10^{-3}\ m^3 = \Delta V$$

$$\Rightarrow \quad V_A = rV_B$$

$$V_B(r-1) = \Delta V$$

$$\begin{cases} V_A = \frac{r}{r-1}\Delta V = 0.559 \times 10^{-3} m^3 \\ V_B = \frac{\Delta V}{r-1} = 0.588\ 10^{-4} m^3 \end{cases}$$

Applichiamo $PV = nRT$

$$\Rightarrow \quad n = \frac{P_A V_A}{R T_A} = 0.02242$$

Se il gas è aria con $P_m \approx 29$ ($20\%\ O_2 + 80\%\ N_2$)

$$m = 0.64\ g$$

$A \to B$ adiabatica

$$P_B V_B^{\gamma} = P_A V_A^{\gamma} \Rightarrow P_B = \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma} P_A = P_A\, r^{\gamma}$$

$$\gamma = \frac{7}{5} \Rightarrow P_B = 2.34 \times 10^6 \text{ Pa}$$

$$T_B = \frac{P_B V_B}{nR} \cong 739 \text{ K}$$

$B \to C$ isocora $\Rightarrow$

$$V_C = V_B$$

$$T_C = (1350 + 273)\text{ K} = 1623 \text{ K}$$

$$\Rightarrow P_C = \frac{nRT_C}{V_C} = 5.14 \times 10^6 \text{ Pa}$$

$C \to D$ adiabatica

$$V_D = V_A$$

$$P_D = P_C \left(\frac{V_C}{V_A}\right)^{\gamma} = P_C\, r^{-\gamma} = 2.20 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_D = \frac{P_D V_A}{nR} = 660 \text{ K}$$

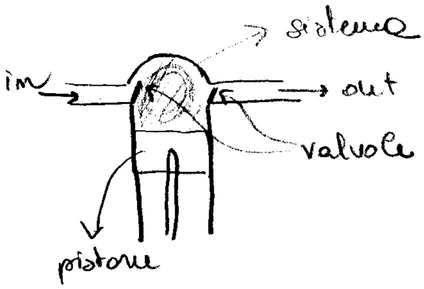
$$\eta = \frac{\Delta L}{Q_{BC}} = \dots = 1 - \frac{T_D}{T_C} = 0.59 \Rightarrow \eta = 59\%$$

$$P_{tot} = \underset{\text{n° cilindri}}{6} \times \underbrace{\frac{4000}{60}}_{\text{n° giri/sec}} \times \Delta L \;\; \underbrace{\frac{1}{2}}_{\text{potenza fornita solo ogni 2 rivoluzioni}}$$

$$\Delta L = Q_{BC} + Q_{DA}$$

$$= n c_V (T_C - T_B + T_A - T_D) = 244 \text{ J}$$

Esercizio sul motore diesel



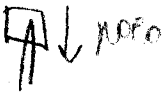
O → A


0) entra da "in" aria
P cost. e il pistone scende

A → B


1) compressione adiabatica

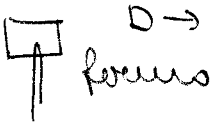
2) in B inietto il carburante

B → C


⇒ aria + carburante si espande
a pressione costante

C → D 3) alta temp. della miscela

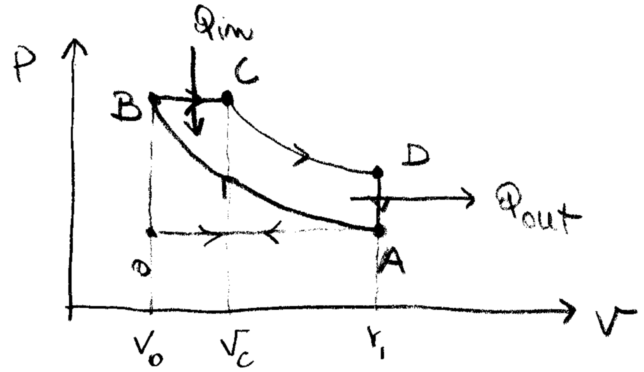

causa combustione ⇒ scoppio
e espansione adiabatica

D → A


4) "out" aperta e miscela esce
molto rapidamente

A → O


5) miscela espulsa con
pistone che sale



$$\Delta U = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta L = \Delta Q = Q_{BC} + Q_{DA}$$

$$Q_{BC} = n C_p (T_C - T_B)$$

$\Rightarrow$

$Q \quad\quad n C \quad (T - T)$

$$\eta = \frac{\Delta L}{Q_{BC}} = \frac{Q_{BC} + Q_{DA}}{Q_{BC}} = 1 + \frac{c_V}{c_P} \frac{T_A - T_D}{T_C - T_B}$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B}$$

$A \to B$ $\quad T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$ $\quad T_A = T_B \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}$

$C \to D$ $\quad T_C V_C^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1}$ $\quad T_D = T_C \left(\frac{V_C}{V_1}\right)^{\gamma-1}$

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{T_C \left(\frac{V_C}{V_1}\right)^{\gamma-1} - T_B \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}}{T_C - T_B} .$$

Facciamo qualche conto: trovare la potenza fornita da un motore diesel con 4 cilindri, 2 ℓ di cilindrata, 3000 giri al minuto. $r = \frac{V_A}{V_B} = 22$ e $\frac{V_C}{V_B} = x = 2$ $\quad T_A = 300\ K$

$P_A = 10^5\ Pa$

V_A e V_B stesse formule del pb. del motore a scoppio $\Rightarrow$

$$\begin{cases} V_A = \frac{r}{r-1} \Delta V = 0.523\ 10^{-3}\ m^3 \\ V_B = \frac{\Delta V}{r-1} = 0.238\ 10^{-4}\ m^3 \end{cases}$$

$$m = \frac{P_A V_A}{R T_A} = 0.02101 \simeq 0.609\ g \text{ di aria}$$

$A \to B$ adiabatica

$$P_B = P_A\, r^{\gamma} = 7.57\ 10^6\ Pa$$

$$T_B = 1033\ K$$

$B \to C$ isobara

$$P_C = P_B$$
$$V_C = x\, V_B$$
$$\Rightarrow T_C = 2 T_B = 2066\ K$$

$C \to D$ adiabatica

$$V_D = V_A$$
$$P_D V_A^{\gamma} = P_C V_C^{\gamma}$$
$$P_D = P_C \left(\frac{V_C}{V_A}\right)^{\gamma} = P_C \left(\frac{x}{r}\right)^{\gamma} = 2.64 \times 10^5\ Pa$$

$$\Rightarrow T_D = \frac{P_D V_A}{nR} = 790\ K$$

Rendimento

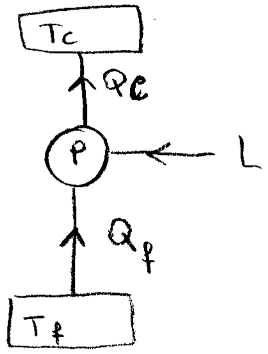
$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma}\ \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = 0.66 \Rightarrow 66\ \%$$

$$P_{tot} = 4 \times \frac{2000}{60} \times \Delta L\ \frac{1}{2}$$

$$\Delta L = n\, C_p\, (T_C - T_B) + n\, C_v\, (T_A - T_D) = 845\ J$$

$$\Rightarrow P_{tot} = 56.3\ kW.$$

Esercizio sulle pompe di calore



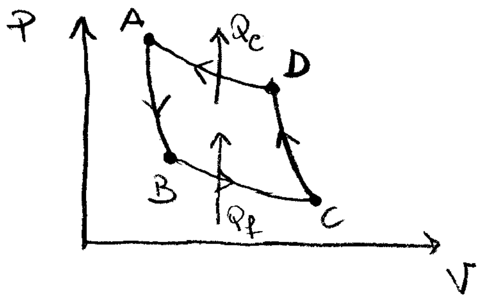
$T_f < T_c$

Pompa di calore: preleva calore da un ambiente più freddo a uno più caldo.
Può essere usata per riscaldare o per raffreddare.

$$\text{efficienza} = \frac{\text{quello che si ottiene}}{\text{lavoro fatto}} = \eta$$

$$\Rightarrow \quad \eta = \frac{Q_c}{L} \quad \text{per riscaldare}$$

Supponiamo adesso di avere una macchina di Carnot all'incontrario



$$Q_{BC} = Q_f = L_{BC} = nRT_f \ln \frac{V_C}{V_B} = -nRT_f \frac{V_B}{V_C}$$

$$Q_{DA} = Q_c = L_{DA} = nRT_c \ln \frac{V_A}{V_D}$$

$$T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{V_A}{V_D} = \frac{V_B}{V_C}$$

$$T \quad V^{\gamma-1} \qquad T \quad V^{\gamma-1}$$

$$\eta = \frac{L_{DA}}{L_{BC}+L_{DA}} = \frac{T_c}{T_c - T_f} = \frac{1}{1-\frac{T_f}{T_c}}.$$

Per raffreddare

$$\eta = \frac{Q_f}{L} \Rightarrow \text{per Carnot}$$

$$\eta = \frac{T_f}{T_c - T_f}$$