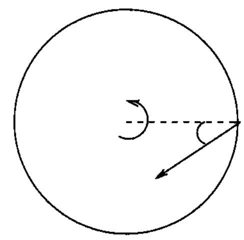
Esercizio 1: Un giostra di raggio 4.70 m gira con velocità angolare costante 0.540 Rad/s in senso antiorario. Un uomo cammina sul bordo in modo che un osservatore esterno lo veda costantemente fermo. Determinare:

1. la componente dell'accelerazione relativa alla giostra nella direzione radiale (verso positivo centrifugo) (5,0)
   a_r [m/s^2] = $\boxed{-1.37}$ A $\boxed{-0.0732}$ B $\boxed{1.23}$ C $\boxed{0.000}$ D $\boxed{-1.37}$ E $\boxed{-0.240}$

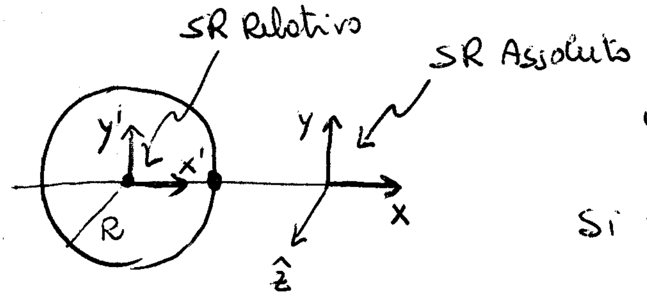
Si supponga adesso che l'uomo cammini dal bordo verso l'interno della giostra con velocità relativa costante e pari a 1.80 m/s e in una direzione che forma, nel sistema di riferimento della giostra, un angolo di 0.560 Rad rispetto al diametro (vd. figura). Determinare:



2. il modulo della velocità assoluta nell'istante in cui l'uomo comincia a camminare (5,0)
   $|v_{ass}|$ [m/s] = $\boxed{2.20}$ A $\boxed{0.562}$ B $\boxed{2.20}$ C $\boxed{1.76}$ D $\boxed{3.02}$ E $\boxed{3.80}$

3. la componente dell'accelerazione assoluta nella direzione della velocità relativa dopo 2.10 s dall'istante in cui l'uomo ha cominciato a camminare (5,0)
   $a_{||}$ [m/s^2] = $\boxed{0.0589}$ A $\boxed{0.169}$ B $\boxed{0.0589}$ C $\boxed{0.220}$ D $\boxed{0.0809}$ E $\boxed{0.550}$

1)

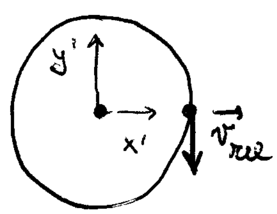


$$\vec{\omega} = \omega_0 \hat{z}$$

Si richiede $\begin{cases} \vec{v}_A = 0 \\ \vec{a}_A = 0 \end{cases}$

$$\vec{v}_A = \vec{v}_{rel} + \vec{v}_{tr} = 0 \Rightarrow \vec{v}_{rel} = -\vec{v}_{tr} = -(\vec{\omega}\times\vec{r})$$

$$\vec{r} = R\,\hat{x}' \Rightarrow |\vec{v}_{rel}| = \omega_0 R$$

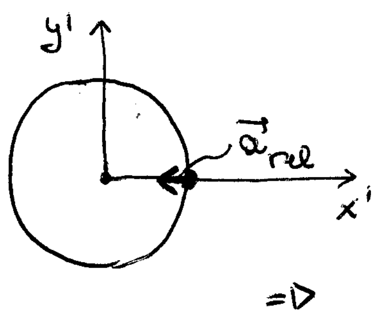


$$\vec{a}_A = \vec{a}_{rel} + \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}) + 2\,\vec{\omega}\times\vec{v}_{rel} = 0 \Rightarrow$$

$$\vec{a}_{rel} = -\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}) - 2\,\vec{\omega}\times\vec{v}_{rel}$$

$$= -\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}) - 2\,\vec{\omega}\times(-\vec{\omega}\times\vec{r}) = +\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r})$$

$\Rightarrow$

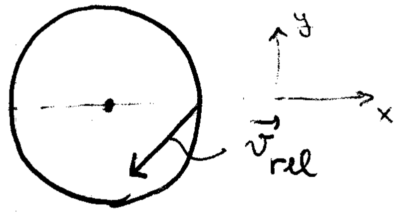


$$\vec{\omega}\times\vec{r} \parallel \hat{y}'$$

$$\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}) \parallel -\hat{x}'$$

$$\Rightarrow a_{rel \parallel \hat{x}'} = -\omega_0^2 R$$

2)



$$\vec{v}_A = \vec{v}_{rel} + \vec{v}_{tr}$$

$$\vec{v}_{tr} = \vec{\omega} \times \vec{r} = \omega_0 R \, \hat{y}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_{A_x} = -v_{rel} \cos\theta \\ v_{A_y} = -v_{rel} \sin\theta + \omega_0 R \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad v_A = \sqrt{v_{rel}^2 + \omega_0^2 R^2 - 2\,\omega_0 R\, v_{rel} \sin\theta}$$

3)

$$\vec{a}_A = \underbrace{\cancel{\vec{a}_{rel}}}_{=0} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) + \cancel{2}\, \vec{\omega} \times \vec{v}_{rel}$$

$$\vec{r}(t) = (R - v_{rel} t \cos\theta)\, \hat{x} - v_{rel} t \sin\theta \, \hat{y}$$

$$\frac{\vec{a}_A \cdot \vec{v}_{rel}}{|\vec{v}_{rel}|} = a_{\parallel} = \frac{\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}(t)) \cdot \vec{v}_{rel}}{v_{rel}}$$

$$\vec{\omega} \times \vec{r}(t) = \omega_0 (R - v_{rel} t \cos\theta)\, \hat{y} + \omega_0 v_{rel} t \sin\theta \, \hat{x}$$

$$\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}(t)) = -\omega_0^2 (R - v_{rel} t \cos\theta)\, \hat{x} + \omega_0^2 v_{rel} t \sin\theta \, \hat{y}$$

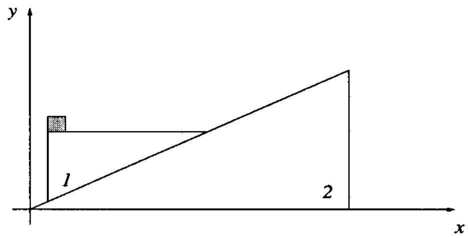
$$\vec{v}_{rel} = -v_{rel} \cos\theta \, \hat{x} - v_{rel} \sin\theta \, \hat{y}$$

$$\Rightarrow \quad a_{\parallel} = \omega_0^2 \cos\theta (R - v_{rel} t \cos\theta) - \omega_0^2 v_{rel} t \sin\theta$$

$$= \omega_0^2 (R \cos\theta - v_{rel} t)$$

Compitino dell 21/12/04

Esercizio 2: Due cunei simili (1 e 2) a forma di triangolo rettangolo sono sovrapposti in modo che le rispettive ipotenuse siano in contatto tra loro. L'angolo che il cateto maggiore dei due triangoli forma con le rispettive ipotenuse è di 0.460 Rad. I due cunei così sovrapposti sono poi appoggiati sopra una superficie orizzontale, come mostrato in figura. Il cuneo superiore ha massa 3.00 kg, mentre il cuneo inferiore ha massa 11.0 kg. Sulla superficie orizzontale del cuneo superiore, corrispondente al suo cateto maggiore, è appoggiato un blocco di massa 0.970 kg. Tutte le superfici di contatto tra le masse sono perfettamente liscie. Sul cuneo 2 è applicata una forza esterna, parallela al piano d'appoggio, di intensità tale da consentire al blocco appoggiato sul cuneo 1 di salire lungo la direzione verticale con accelerazione costante pari a 2.80 m/s^2. In queste condizioni, determinare:

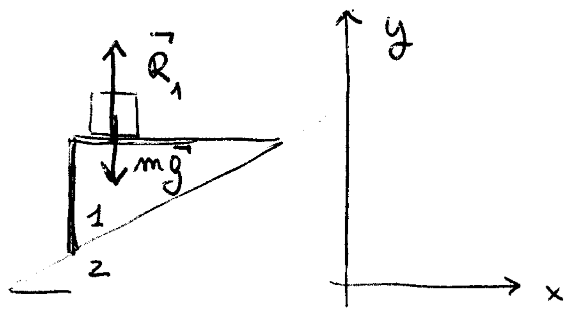


1. il modulo della forza di contatto tra il blocco e il cuneo 1 (5,0)
   $|F|$ [N] = $\boxed{12.4}$ A $\boxed{12.4}$ B $\boxed{80.4}$ C $\boxed{19.3}$ D $\boxed{9.70}$ E $\boxed{3.97}$
2. il modulo della forza di contatto tra i due cunei (5,0)
   $|F_c|$ [N] = $\boxed{56.7}$ A $\boxed{106}$ B $\boxed{48.8}$ C $\boxed{67.5}$ D $\boxed{313}$ E $\boxed{56.7}$

La forza esterna è ora regolata in intensità in modo che l'accelerazione nella direzione verticale del blocco risulti nulla. In questa nuova condizione, determinare:

3. il modulo della forza esterna applicata (5,0)
   $|F_{ex}|$ [N] = $\boxed{91.8}$ A $\boxed{129}$ B $\boxed{46.0}$ C $\boxed{91.8}$ D $\boxed{169}$ E $\boxed{337}$

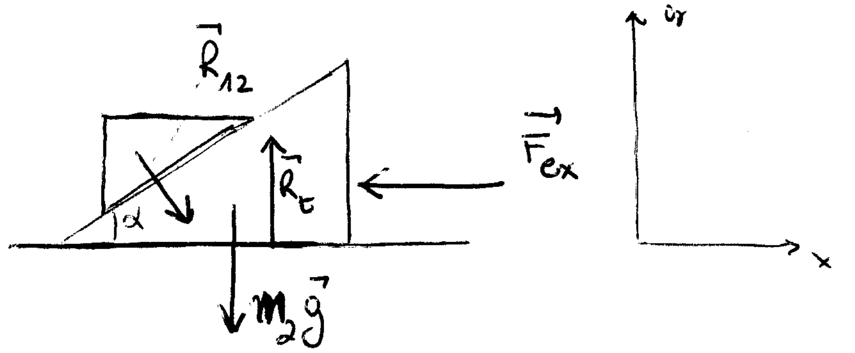
1) Forze sul blocco



$$\vec{R}_1 + m\vec{g} = m\vec{a} \qquad m\ddot{y} = R_1 - mg$$

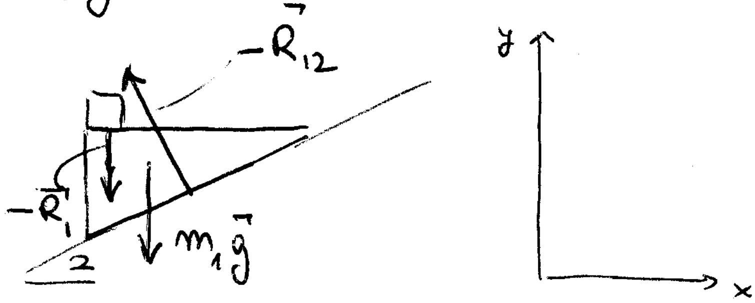
$$\Rightarrow R_1 = m(g + \ddot{y})$$

2) Forze su 2



$$m_2\vec{a}_2 = \vec{R}_{12} + \vec{R}_t + m_2\vec{g} + \vec{F}_{ex}$$

Forze su 1



$$m_1 \vec{a}_1 = m_1 \vec{g} - \vec{R}_1 - \vec{R}_{12}$$

Scompongo lungo $\hat{x}$ e $\hat{y}$:

$$\begin{cases} m_2 \ddot{x}_2 = -F_{ex} + R_{12} \sin\alpha \\ m_2 \ddot{y}_2 = R_t - m_2 g - R_{12} \cos\alpha \\ m_1 \ddot{x}_1 = -R_{12} \sin\alpha \\ m_1 \ddot{y}_1 = -m_1 g + R_{12} \cos\alpha - \boxed{R_1} \end{cases}$$

nota

$\Rightarrow$ incognite $\ddot{x}_2, \ddot{y}_2, \ddot{x}_1, \ddot{y}_1, F_{ex}, R_{12}, R_t$

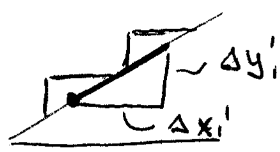
$\Rightarrow$ ho bisogno di 2 altre eqns:

$\ddot{y}_2 = 0 \leftarrow$ ovvia!

Scrivo
$$\ddot{x}_1 = \ddot{x}_1' + \ddot{x}_2$$
$$\ddot{y}_1 = \ddot{y}_1'$$

SR assoluto — SR di 2

Inoltre so che $\dfrac{\ddot{y}_1'}{\ddot{x}_1'} = +\operatorname{tg}\alpha$



$\Rightarrow \ddot{y}_1 = \operatorname{tg}\alpha (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2)$

non salta su 1 !!

Per il blocco vale pure $\ddot{y} = \ddot{y}_1 + \cancel{\ddot{y}'} \Rightarrow$

$$\ddot{y} = \operatorname{tg}\alpha (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2)$$

$$m_1 \ddot{y} = -m_1 g + R_{12} \cos\alpha - \overbrace{m(g + \ddot{y})}^{R_1}$$

$$R_{12} = \frac{(m_1 + m)}{\cos\alpha} (g + \ddot{y})$$

3) se $\ddot{y} = 0$ $\qquad R_{12} = \dfrac{m_1 + m}{\cos\alpha}\, g$

$$\ddot{x}_2 = \ddot{x}_1 = - \frac{m_1 + m}{m_1}\, g \,\mathrm{tg}\alpha$$

$$\Rightarrow \quad F_{ex} = R_{12} \sin\alpha - m_2 \ddot{x}_2 =$$

$$= (m_1 + m)\, g\, \mathrm{tg}\alpha + \frac{m_2}{m_1}(m_1 + m)\, g\, \mathrm{tg}\alpha$$

$$= \frac{(m_1 + m)(m_1 + m_2)}{m_1}\, g\, \mathrm{tg}\alpha .$$