SECONDA PARTE

Introduzione alla seconda parte

Le stelle e gli altri oggetti celesti ci inviano continuamente *segnali* di diversa natura: particelle il cui flusso continuo determina, su tempi lunghi, la diminuzione della massa stellare, neutrini prodotti nelle zone interne e che, a causa della bassissima sezione d'urto, riescono a trapassare l'intera struttura e a sfuggire nello spazio interstellare, probabilmente onde gravitazionali e, soprattutto, radiazione elettromagnetica. Lo studio del flusso di particelle e dei neutrini è ancora in buona parte limitato alla stella più vicina, il Sole, e lo studio delle onde gravitazionali, che richiede strumenti di altissima complessità, può comunque coinvolgere solo un numero limitato e selezionato di sorgenti (quali quelle caratterizzate da una rapida variazione del momento di quadrupolo della distribuzione di materia). Al contrario, l'analisi della radiazione elettromagnetica proveniente dalle stelle rappresenta l'unico metodo sperimentale con caratteristiche di generalità, ed è quindi la via principale da percorrere per conoscerne la natura. Per la precisione dobbiamo però parlare non di studio sperimentale ma di <u>osservazioni</u>: l'astronomia infatti si caratterizza per la pratica impossibilità di organizzare esperimenti di laboratorio, sostituiti dalla osservazione di eventi lontani, grandiosi ma non programmabili né almeno in linea di principio riproducibili. La "riproducibilità" dell'esperimento, solitamente richiesta nella fisica, viene qui surrogata dalla disponibilità di un campione ampio di oggetti da osservare, tra cui vanno però definite, talvolta con un certo margine di arbitrarietà, delle similarità. Anche all'interno di questo generale percorso, la strategia osservativa si differenzia in base alle caratteristiche degli oggetti da studiare, siano essi stelle (capitoli 3–5), corpi planetari (capitoli 6 e 7), ed oggetti extragalattici (capitolo 8). La discussione relativa alle stelle, che sarà svolta per prima, permetterà la introduzione e definizione di alcuni concetti generali, che saranno utilizzati anche per lo studio degli altri oggetti.

Chapter 3

Gli osservabili dell'astrofisica stellare

3.1 La magnitudine

In generale una sorgente astronomica ci invia un segnale luminoso caratterizzato da una certa intensità complessiva e da un certo spettro. I più naturali "osservabili" di una stella saranno quindi la **quantità della radiazione** ed il **colore** della stessa. Naturalmente la radiazione che una stella ci manda verrà alterata dal lungo viaggio attraverso lo spazio interstellare e (a parte le osservazioni dallo spazio) nell'atmosfera terrestre.

Cominciamo con alcune definizioni (precisiamo qui meglio anche alcune definizioni anticipate nel capitolo precedente).

Il **Flusso** F_λ alla lunghezza d'onda λ è la quantità di energia emessa, a quella lunghezza d'onda, per unità di tempo e di superficie. Per una sorgente a simmetria sferica, come una stella, possiamo di conseguenza definire la **luminosità monocromatica** L_λ come:

$$L_\lambda = 4\pi R^2 F_\lambda \tag{3.1}$$

dove R è il raggio della stella.

L'ipotesi di simmetria sferica è di solito una buona approssimazione per l'emissione delle stelle dovuta ad irraggiamento termico, anche se, per esempio, una stella rapidamente rotante non ha forma sferica e non ha neppure una emissione uniforme su tutta la sua superficie. L'ipotesi è meno facilmente trasferibile ai corpi planetari, per i quali parte della emissione luminosa è dovuta a luce direttamente riflessa (e quindi non in modo isotropo, essendo ben definita la direzione della sorgente); anche l'emissione termica, dovuta al rilascio dell'energia assorbita, è spesso parzialmente anisotropa. L'ipotesi di simmetria sferica è infine completamente falsa quando si ha a che fare con tipi di emissione non termica (per esempio l'emissione di fotoni dovuta al moto di particelle cariche in un campo elettromagnetico).

Integrando su tutte le lunghezze d'onda si ha la **luminosità totale –o "bolometrica"**:

$$L = \int_0^\infty L_\lambda d\lambda = 4\pi R^2 \int_0^\infty F_\lambda d\lambda \tag{3.2}$$

Se la distanza della sorgente dell'osservatore è r, questa energia si distribuirà sulla superficie di una sfera di raggio r, ed avremo quindi per il flusso raccolto da un rivelatore di superficie unitaria:

$$f_\lambda = \frac{L_\lambda}{4\pi r^2}; \quad f = \frac{L}{4\pi r^2} \tag{3.3}$$

Nella realtà il discorso è più complesso: parte della radiazione viene assorbita dal mezzo interstellare, con efficacia ovviamente dipendente ancora da λ:

$$f'_\lambda = A_\lambda f_\lambda \tag{3.4}$$

Se poi l'osservatore è posto sulla superficie della Terra, dovrà essere tenuto in conto anche l'assorbimento dovuto all'atmosfera terrestre; il relativo coefficiente dipenderà, oltre che da λ, anche dallo spessore dell'atmosfera attraversata e quindi dall'altezza dell'astro sull'orizzonte:

$$f''_\lambda = D_\lambda(\theta) A_\lambda f_\lambda \tag{3.5}$$

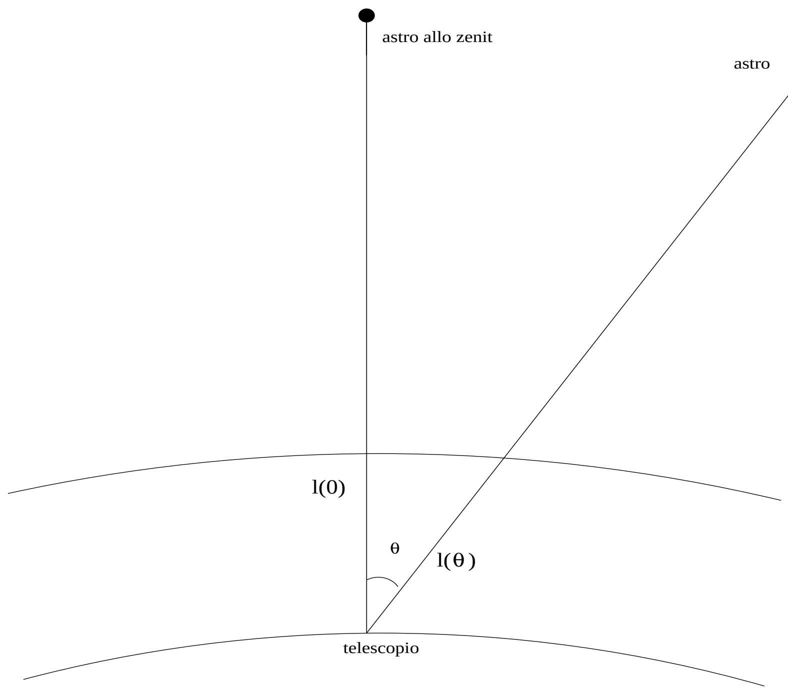

Figure 3.1: Il diverso percorso nell'atmosfera in dipendenza della **distanza zenitale** (definita come l'angolo θ) con $l(\theta) = l(0)/\cos\theta$.

Si noti (anche in relazione alla figura) come il percorso fisico nell'atmosfera sia, in prima appossimazione, inversamente proporzionale a $cos(\theta)$. Nella stessa proporzione ci si aspetta che aumenti anche la *profondità ottica* dell'atmosfera (cfr. cap.2). L'assorbimento operato dall'atmosfera è determinante per diverse lunghezze d'onda che vengono totalmente "cancellate". Nella Figura 3.2 riportiamo in ascissa le varie lunghezze d'onda ed in ordinata l'altezza sopra il livello del mare.

La curva delimita le altezze **al di sopra delle quali** è possibile, per una data lunghezza d'onda, fare osservazioni astronomiche. La figura chiarisce sufficientemente perchè l'astronomia,

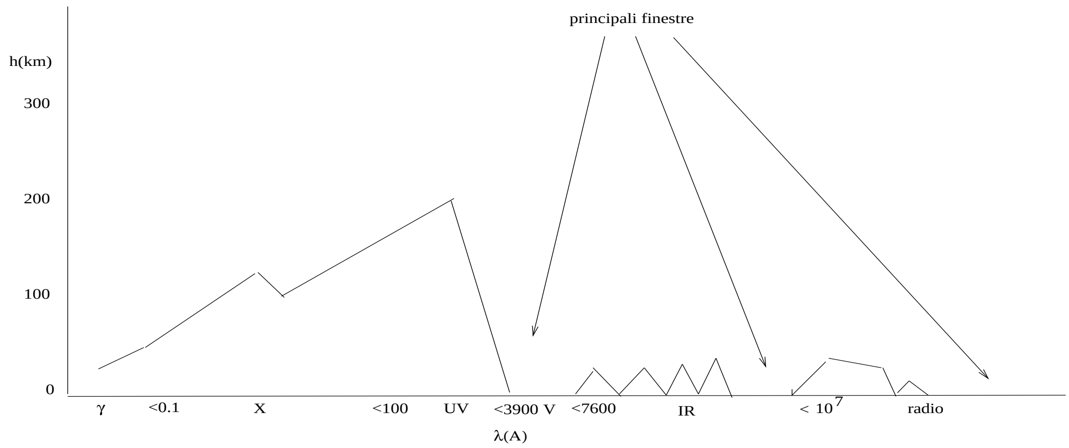

Figure 3.2: A diverse lunghezze d'onda (in ascissa con l'indicazione dei nomi usuali date alle varie bande) è diversa l'altezza minima (rappresentata schematicamente in ordinata) al disopra della quale sono possibili osservazioni e misure.

nata ovviamente con osservazioni nel **visibile** (la banda tra 3900 e $7600\AA$, dove $1\AA = 10^{-8}cm = 0.1nm$, si sia poi sviluppata nel **radio**, mentre l'astronomia γ, X, od ultravioletta (UV) è diventata possibile solo in presenza di osservatori orbitanti nello spazio; intermedia è la situazione dell'infrarosso, che consente, per alcune **finestre** di lunghezza d'onda, osservazioni e misure anche da terra.

Dopo l'attraversamento dello spazio interstellare e dell'atmosfera, la radiazione superstite entra nel rivelatore; anche quest'ultimo sarà, ovviamente, caratterizzato da una sensibilità dipendente dalla lunghezza d'onda, e quindi da una *curva di sensibilità* $S(\lambda)$. Le più tipiche curve di sensibilità sono:

1. la curva visuale, propria dell'occhio umano, soprattutto sensibile alla radiazione fra 5500 e 6000 Å;

2. la curva fotografica, tipica di una lastra fotografica, centrata tra 4000 e i 4500 Å(è possibile naturalmente anche ottenere lastre fotografiche con una diversa risposta);

3. quella fotovisuale, che permette di riprodurre approssimativamente il caso 1 mediante un filtro giallo posto fra la sorgente e la lastra fotografica;

4. le curve dei sistemi fotoelettrici, dipendenti in larga misura dai filtri adottati; lo stesso rivelatore permette, con filtraggi diversi, di fare misure con curve di sensibilità diverse.

Tra i numerosi *sistemi fotometrici*, che permettono di osservare gli astri in diversi colori, mediante l'uso di filtri a banda passante larga (parecchie centinaia di Å), media (qualche centinaio di Å) e stretta (non più di 100 Å), il più usato è certamente il sistema di Johnson e Morgan UBV, basato su due filtri le cui curve di risposta corrispondono qualitativamente a quella visuale (V) fotografica (B) ed un terzo (U) centrato sui $3600\AA$, nell'ultravioletto vicino (e quindi osservabile anche da osservatori in alta montagna), in corrispondenza del "salto di Balmer" (una regione di lunghezze d'onda in cui le osservazioni sono estremamente importanti ai fini dell'interpretazione fisica). Le relative **semilarghezze di banda** sono rispettivamente di $900, 1000$ e $700\mathring{A}$. In tempi più recenti i sistemi fotometrici si sono arricchiti e completati: il sistema UBV ha acquisito due nuovi "colori" (R –rosso, centrato sui $7000\mathring{A}$, e I –infrarosso, centrato intorno ai $9000\mathring{A}$, anche se ci sono varianti). Si sono diffusi anche altri sistemi, come quello detto **di Ginevra** comprendente il classico UBV più altri quattro filtri a banda piú stretta nel visibile, o il sistema **di Stromgren** con tre filtri (ubv) a banda più stretta (intorno ai $200\mathring{A}$) centrati nelle zone dell'UBV, un quarto filtro (y) intorno ai $4700\mathring{A}$ ed un quinto β centrato sulla riga dell'idrogeno $H\beta$ (quella legata alla transizione fra i livelli 2 e 4).

Ad esempio, un fotometro equipaggiato con un filtro V riceverà un flusso effettivo di radiazione:

$$\underline{f}(\lambda) = S_V(\lambda) D_\lambda(\theta) A_\lambda f_\lambda \tag{3.6}$$

Integrando su λ si ottiene:

$$\begin{aligned} I_V &= \int_0^\infty \underline{f}(\lambda) d\lambda = \int_0^\infty S_V(\lambda) D_\lambda(\theta) A_\lambda \, L_\lambda \, \frac{1}{4\pi r^2} d\lambda = \\ &= \int_0^\infty S_V(\lambda) D_\lambda(\theta) A_\lambda f_\lambda d\lambda \end{aligned} \tag{3.7}$$

Possiamo a questo punto definire la **magnitudine** di un astro, mediante la cosiddetta formula di Pogson:

$$m_V = -2.5 \log I_V + cost. \tag{3.8}$$

La definizione assume questa forma in base alla sensibilità dell'occhio all'intensità luminosa, che viene valutata in modo logaritmico: l'antica scala delle grandezze stellari, puramente empirica, aveva lo stesso tipo di andamento; la scelta del coefficiente 2.5 e del logaritmo in base 10, invece del logaritmo naturale, è pura convenzione (ricordiamo che la costante di conversione tra base 10 e base e è 2.303). La **magnitudine apparente** così definita impone di fissare uno "zero" di riferimento, cioè una sorgente stellare per cui:

$$-2.5 \log I_V^* + cost. = 0 \tag{3.9}$$

La stella Vega (α Lyr) è una tipica sorgente di magnitudine $\simeq 0$. È possibile anche introdurre, mediante la (1.8), il concetto di **magnitudine assoluta**:

$$M_V = m_V + 5 \log \frac{10pc}{r} - A \tag{3.10}$$

dove r è la distanza della stella, si fissa per convenzione $10pc$ (v. cap. 4) come unità di distanza, ed A rappresenta la correzione dovuta all'assorbimento interstellare, calcolato in pratica facendo una media di $\log A_\lambda$. A dipende dalla distanza ed anche, in minor misura, dalla direzione, ed è massimo nel piano galattico, dove può essere in media stimato $\sim r/2000pc$.

Si definisce **magnitudine bolometrica** la magnitudine che otterremmo raccogliendo **tutta** la radiazione che arriva alla Terra, vale a dire se fosse $S(\lambda) D_\lambda(\theta) = 1$. Questa quantità, che come vedremo è estremamente utile quando si confrontano osservazioni e teoria, non è purtroppo effettivamente osservabile. In astratto potremmo definire la **correzione bolometrica** $B.C.$ come la differenza fra la magnitudine bolometrica e quella visuale:

$$m_{bol} = m_V + B.C. \tag{3.11}$$

Ovviamente $B.C.$ è sempre negativa; per evitare comunque di avere per uno stesso astro valutazioni di magnitudine inutilmente differenti, si aggiustano le costanti additive insite nella definizione di m_V, in modo che per le stelle che di più emettono nel V la correzione bolometrica sia vicina a zero.

Ovviamente le correzioni bolometriche non sono osservabili, ma possono essere stimate anche sulla base di modelli teorici di stelle e di atmosfere stellari. Secondo le tabelle pubblicate su Allen (2000) $B.C. = 0$ per stelle **supergiganti di Classe di luminositá I e tipo F2** (v.seguito).

In analogia con la (3.9), possiamo anche definire, in termini della **luminosità solare** $L_\odot$ ($L_\odot = 3.845 \cdot 10^{33} erg/s$) la **magnitudine bolometrica assoluta**:

$$M_{bol} = -2.5 \log \frac{L}{L_\odot} + 4.74 \tag{3.12}$$

dove 4.74 rappresenta la magnitudine bolometrica assoluta del Sole, quella cioè che sarebbe la sua magnitudine bolometrica se fosse a $10pc$ di distanza. Nel dettaglio il valore numerico della costante dipende anche dalla taratura delle correzioni bolometriche, e può essere anche leggermente diverso.

La fotometria in più colori (come la UBV) rende anche possibile la definizione degli indici di colore: è necessario per questo definire le magnitudini nel blu m_B e nell'ultravioletto m_U, con le stesse modalità definite per il V, e fissando le costanti additive in modo da avere una approssimativa coincidenza delle tre per una stella di tipo spettrale A0 (v.nel seguito). Gli indici di colore saranno definiti come:

$$U - B = m_U - m_B$$

$$B - V = m_B - m_V$$

In conseguenza delle definizioni, una stella blu ha $B - V$ più basso di una stella rossa. La distanza della sorgente può provocare un arrossamento $E(B - V)$ di cui occorre tener conto. In generale E è connesso con A; $E(B - V) \sim 0.3A$, mentre nell'ultravioletto la correzione sul colore risulta meno rilevante ed A/E può avvicinarsi a 10.

3.2 Il colore di una stella.

La conoscenza degli indici di colore permette di valutare la seconda grandezza osservabile essenziale, oltre alla luminosità, vale a dire il colore dell'astro.

In realtà la definizione del "colore" di una stella non è del tutto ovvia ed univoca. Lo spettro della radiazione emessa da essa non è infatti direttamente assimilabile ad uno spettro di ben definita **temperatura di colore**, quale per esempio quello del *corpo nero*.

In generale uno spettro stellare sarà caratterizzato da una struttura in grande (il "continuo") che pur non essendo troppo simile ad uno spettro di corpo nero, permette almeno di definire una lunghezza d'onda di massima emissione, e da numerose strutture locali (le "righe") che danno preziose informazioni sulle proprietà chimico-fisiche della atmosfera, ma rendono molto meno immediata la valutazione del continuo. Fisicamente lo spettro risulterà dalla somma dei fotoni emessi dagli strati esterni dell'atmosfera stellare (e per i quali si possono definire temperature diverse), fino ad una certa **profondità ottica** e dall'effetto dell'assorbimento da parte degli stessi strati dei fotoni provenienti più dall'interno. Tale assorbimento privilegia le lunghezze d'onda tipiche di alcune transizioni atomiche.

Per il momento ci occuperemo solo del continuo, cercando, pur con le dovute cautele, di assimilare lo spettro stellare a quello di un corpo nero, di cui andiamo a riassumere le principali proprietà.

3.2.1 Il corpo nero

L'energia irraggiata, nell'unità di tempo, dall'unità di superficie, nell'angolo solido 2π, da un corpo nero di temperatura T, negli intervalli di frequenza $\nu + d\nu$ o di lunghezza d'onda $\lambda + d\lambda$ sarà rispettivamente:

$$S_\nu = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2}\frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1} \tag{3.13}$$

$$S_\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{\exp(hc/\lambda kT) - 1} \tag{3.14}$$

Le due equazioni possono essere ricavate l'una dall'altra ricordando che $\nu = c/\lambda$ e che quindi $d\nu = -cd\lambda/\lambda^2$. Gli integrali di S_λ e S_ν su λ o su ν danno ovviamente lo stesso risultato, che permette di enunciare la *legge di Stephan-Boltzmann*:

$$W = \sigma T^4 \qquad \left(\text{dove } \sigma \sim \int \frac{x^3}{e^x - 1}dx\right) \tag{3.15}$$

È facile verificare che il massimo di S_λ corrisponde ad un valore $\lambda = \lambda_{max}$ per il quale vale la *legge di Wien*:

$$\lambda_{max}T = cost. \tag{3.16}$$

A varie temperature, l'emissività di un corpo nero presenta quindi un massimo per una lunghezza d'onda (o frequenza) dipendente da T; va però sottolineato che le curve S di due corpi neri corrispondenti a due temperature diverse non si incrociano mai, essendo sempre più in alto quella corrispondente alla temperatura maggiore.

3.2.2 La temperatura efficace

Il fatto che la luce provenga da diversi strati sovrapposti della atmosfera stellare non cambia molto la situazione, almeno per quanto riguarda il continuo, rispetto alla approssimazione per cui si suppone che la luce sia prodotta da una ben definita superficie. Ricordiamo la definizione di profondità ottica (2.64):

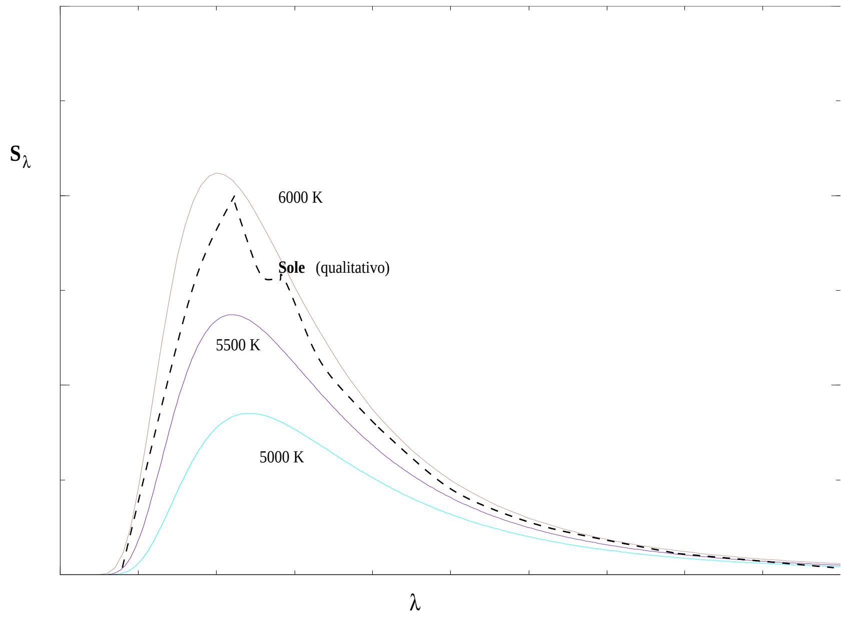

Figure 3.3: La curva di emissione di corpi neri di diversa temperatura, confrontata con quella del Sole (tratteggiata).

$$d\tau = -k\rho dr \tag{3.17}$$

τ è collegata alla probabilità che ha un fotone di essere assorbito prima di sfuggire dalla struttura: $\tau = 0$ sulla superficie, mentre $\tau = 1$ è un **libero cammino medio** di profondità.

La luce che fuoriesce dalla stella potrà essere definita come:

$$L_{tot} = \int L(\tau)e^{-\tau}d\tau \tag{3.18}$$

dove $L(\tau)$ é la luce emessa dallo strato a profonditá ottica τ. L'equazione può essere integrata pur di conoscere la dipendenza di L da τ. Il problema non è semplice. In prima approssimazione, se ammettiamo che l'emissione da parte di uno strato dipenda solo dalla sua temperatura, per esempio mediante le relazioni tipiche del corpo nero, il problema si riduce a conoscere l'andamento con τ della temperatura. Anche questo obbiettivo può essere perseguito con raffinati calcoli astrofisici, integrando l'equazione del trasporto. Nella pratica dei modelli stellari si usano delle $T(\tau, T_e)$ ottenute per via di tabelle o di relazioni semiempiriche (si veda per es. [10]), dove T_e è un parametro definito come temperatura efficace (v.nel seguito); se si usano relazioni della forma:

$$T^4 = \alpha T_e^4 P(\tau) \tag{3.19}$$

dove $P(\tau)$ é un polinomio opportuno (spesso si usa anche una approssimazione lineare) e si fa l'ipotesi che $L(T) = aT^4$ l'integrale dà come risultato $L_{tot} = \gamma a T_e^4$, con $\gamma \sim 1$.

temperatura(K)	energia eq. (eV)	$\lambda_{eq}(\text{Å}A)$	$\nu_{eq}(10^{14}/s)$	$F_{\lambda max}$	$F_{\nu max}(\lambda)$
$[1ev = 11604.45K]$	1.	12398	2.418	12398	
JM-I				9700	
3000	0.258	47955	0.625	9658	16996
JM-R				7100	
H_α (*)				6563	
5000	0.431	28774	1.042	5795	10198
JM-V				5500	
5777 (Sole)	0.498	24904	1.204	5016	8826
JM-B				4400	
Limite di Balmer				3646	
JM-U				3600 (**)	
10000	0.862	14387	2.084	2898	5099
20000	1.724	7194	4.168	1449	2550
Ly_α (***)				1216	
50000	4.308	2877	10.420	580	1020

Table 3.1: Tabella di corrispondenza temperatura/energia/lunghezza d'onda/frequenza. I simboli "JM-*" corrispondono alle diverse bande del sistema di Johnson e Morgan. Le quantità $F_{\lambda max}$ e $F_{\nu max}$ indicano le due diverse lunghezze d'onda alle quali le corrispondenti curve di corpo nero raggiungono il massimo di emissione per unità –rispettivamente– di lunghezza d'onda e di frequenza. Si noti che $1ev$ corrisponde ad una temperatura piuttosto alta (in confronto con quelle tipiche delle stelle) ma ad una lunghezza d'onda grande rispetto ai tipici valori di picco corrispondenti anche alle temperature stellari piu' basse (come $3000K$). (*) Transizione dell'idrogeno da $n = 2$ a $n = 3$. (**)La vicinanza del "Salto di Balmer" ossia dell'addensamento di righe di assorbimento vicino al limite di Balmer (corripondente all'energia di legame del livello dell'idrogeno $n = 2$) fa sì che il flusso rilevato in questa banda sia di solito nettamente inferiore a quello previsto dalla legge del corpo nero. (***) Transizione dell'idrogeno da $n = 1$ a $n = 2$

Questi ragionamenti rendono abbastanza naturale definire come temperatura di colore la **temperatura efficace o effettiva**, che è la temperatura di un corpo nero di uguali luminosità e dimensioni rispetto alla stella:

$$L_{tot} = 4\pi R^2 \sigma T_{eff}^4 \tag{3.20}$$

(Ricordiamo che la temperatura efficace del Sole è di circa $5777°K$).

3.2.3 Altre definizioni di temperatura di colore

Il fatto che il Sole, e con esso tutte le stelle, non si comporti esattamente come un corpo nero (anche tenendo conto solo del continuo) rende comunque non univoca la definizione di temperatura di colore: in letteratura sono diffuse diverse altre definizioni, tra cui ricordiamo:

a) La **temperatura di brillanza***: corrisponde allo stesso tipo di definizione ma applicata* *alla luminosità ad una data lunghezza d'onda L_λ:*

$$L_\lambda = 4\pi R^2 \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(hc/\lambda k\underline{T}) - 1} \tag{3.21}$$

(La definizione richiede di fissare una λ di riferimento; il valore di $\underline{T}$ dipenderà da λ; per esempio per il Sole $\underline{T}(UV) \sim 5000°K$, mentre $\underline{T}(V) \sim 6000°K$)

b) *Diverse possibili* **temperature di colore**, *definite per coppie di lunghezz d'onda λ_1 e λ_2:*

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{S\lambda_1(Tc)}{S\lambda_2(Tc)} \tag{3.22}$$

3.2.4 Classificazione degli spettri stellari

La deviazione dal corpo nero dello spettro di emissione di una stella può essere analizzata anche mediante gli indici di colore $U - B$ e $B - V$. Infatti su un piano $U - B/B - V$ è possibile tracciare una curva (approssimativamente una retta) corrispondente ad una successione di corpi neri di temperatura variabile, e confrontarla con l'andamento medio di un campione di stelle vicine (non arrossate in misura significativa); la Fig. 3.4 permette di effettuare tale confronto.

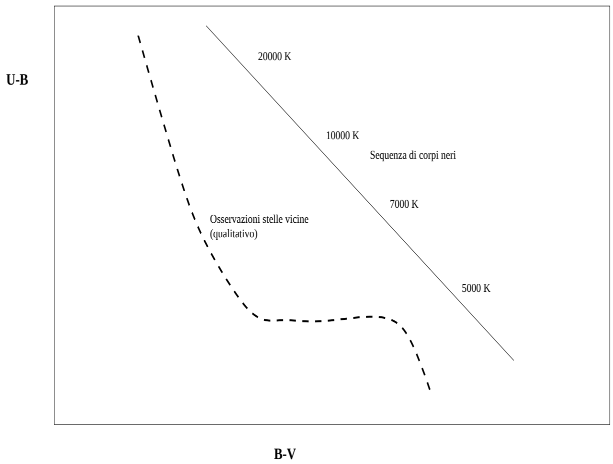

Figure 3.4: Confronto nel piano $U - B$ $B - V$ tra una sequenza di corpi neri di diverse temperature ed una sequenza di stelle reali.

La classificazione delle stelle per colore viene comunque fatta, più che con la enunciazione di un dato numerico di temperatura, mediante una scala empirica, legata ad un esame morfologico dello spettro stellare, e quindi alle righe di assorbimento. Il codice di classificazione di uno spettro stellare è riportato nella Tabella 3.2.

(tipo spettrale)	(sottotipo)	(classe luminosità)	(note)
una lettera	da 0 a 9	numero romano I-V	lettera

Table 3.2: codice di classificazione di uno spettro stellare.

tipo	temperatura eff.	caratteristiche spettro	colore
O	$40000K$	righe di He ionizzato	blu
B	$20000K$	He neutro; H	
A	$9000K$	H	bianco
F	$7000K$	Ca (ion.), Fe, Ti	giallo
G	$6300K$	Ca (ion.), metalli	come $\odot$
K	$4500K$	Metalli neutri	rosso
R,N		+ carbonio	
M	$3100K$	TiO, molecole	
S		ZrO	

Table 3.3: tipi spettrali principali. Le caratteristiche dello spettro fanno riferimento a righe o bande particolarmente visibili. Il Sole è una stella G2

Ia	supergiganti
Ib	
II	
III	giganti
IV	subgiganti
V	nane

Table 3.4: classi di luminosità.Il Sole è una stella di classe V

Il tipo spettrale viene prevalentemente individuato dalla distribuzione spettrale del continuo e dalla presenza di alcune righe (Tabella 3.3). Nell'ambito dei vari tipi spettrali le classi di luminosità vengono empiricamente individuate soprattutto dalle caratteristiche delle righe, la cui larghezza può essere collegata alla pressione superficiale e quindi alle dimensioni della stella (Tabella 3.4; si veda la discussione nel prosieguo del capitolo). Per diverse classi di luminosità stelle dello stesso tipo spettrale hanno magnitudini assolute diverse, come illustrato dalla figura 3.5.

Si vedano, nell figure seguenti, alcuni spettri corrispondenti a stelle di diverso tipo spettrale.

Nella figura seguente viene invece rappresentato uno spettro stellare in due modi diversi, quello giá precedentemente visto, simile ad una immagine fotografica, e come una funzione $S(\lambda)$.

3.3 Elementi di teoria delle righe stellari

La teoria della formazione delle righe dovrebbe essere nota da altri corsi. Qui di seguito esponiamo una sintetica trattazione classica, per completezza di informazione. La trattazione quantistica (più corretta) differisce nei risultati solo per l'introduzione di alcuni coefficienti molti-

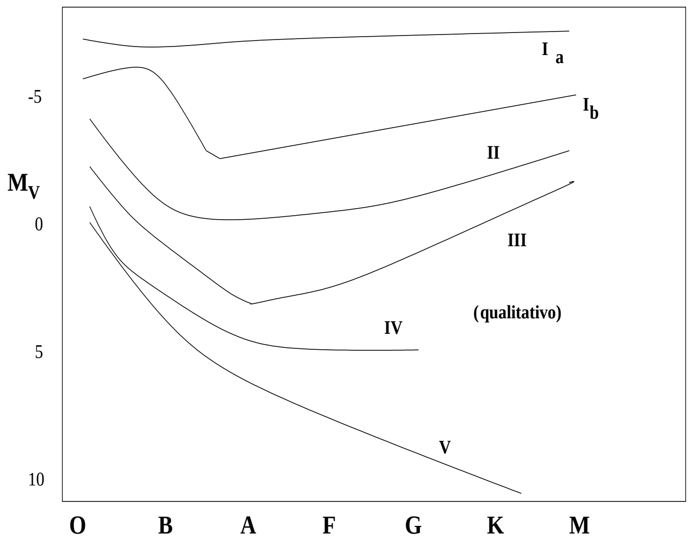

Figure 3.5: Sequenze M_V tipo spettrale per diverse classi di luminosità

plicativi.

3.3.1 Profilo e larghezza naturale di una riga

Trattiamo il sistema atomo-elettrone come un dipolo oscillante con frequenza propria ω_0 *(*$\frac{h\omega_0}{2\pi} = E_i - E_f$*) in presenza di un campo elettromagnetico esterno di frequenza* ω*, tenendo conto del frenaggio d'irraggiamento (v. ad es. Landau–Lifchitz, vol.II, eq.75.8). Passando alla variabile complessa* z *di cui interessa la parte reale, scriviamo l'equazione del moto:*

$$m_e \ddot{z} = \frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3} \dddot{z} - m_e \omega_0^2 z - eE_0 e^{i\omega t} \tag{3.23}$$

Le soluzioni della equazione presentano una parte smorzata che è la soluzione generale dell'equazione omogenea associata più una soluzione particolare non smorzata della forma:

$$z(t) = Ae^{i\omega t} \tag{3.24}$$

Sostituendo:

$$A = \frac{-eE_0}{m_e\left[\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega^3 \frac{2e^2}{3m_e c^3}\right]} \tag{3.25}$$

Definiamo ora:

$$\gamma = \frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}\frac{\omega^2}{m_e} = \frac{2}{3}\frac{\omega^2}{c} r_e \tag{3.26}$$

dove r_e *è il raggio classico dell'elettrone.* γ *prende il nome di larghezza naturale ed è legata alla perdita di energia per unità di tempo (ricordiamo la relazione quantistica* $\Delta E \Delta t \sim \hbar$*).*

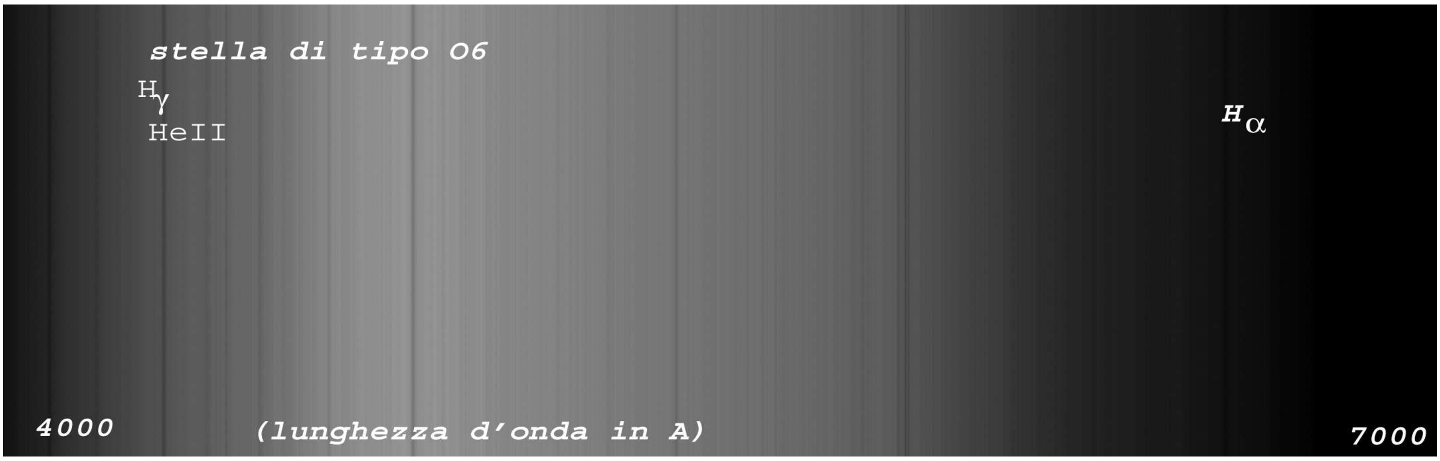

Figure 3.6: Spettro di stella di sequenza principale (nana), tipo O6. Spettri ottenuti da una figura di proprietà NOAO/AURA/NSF trasformata in bianco e nero e con contrasto leggermente accentuato; le scritte sono elaborazioni aggiunte.

Si ha allora:

$$A = \frac{-eE_0}{m_e\left[\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma\right]} \tag{3.27}$$

A sarà grande quando $\omega \sim \omega_0$; in tal caso potremo approssimare:

$$\begin{aligned} A &= -\frac{eE_0}{m_e}\frac{1}{\left[(\omega+\omega_0)(\omega-\omega_0)+i\omega\gamma\right]} \sim -\frac{eE_0}{2m_e\omega_0}\frac{1}{\omega_0-\omega+i\omega/2} = \\ &= -\frac{eE_0}{2m_e\omega}\frac{e^{i\phi}}{\sqrt{(\omega-\omega_0)^2+\gamma^2/4}} \end{aligned} \tag{3.28}$$

per cui

$$\ddot{x} \simeq \frac{eE_0\omega}{2m_e}\frac{1}{\sqrt{(\omega-\omega_0)^2+\gamma^2/4}} \tag{3.29}$$

Come è noto la sezione d'urto si calcola in base all'espressione dell'energia irraggiata:

$$W = \frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}\ddot{x}^2 \tag{3.30}$$

Quando $\ddot{x} = \frac{eE_0}{m_e}$ la normale sezione d'urto Thompson è:

$$\sigma_0 = \frac{8\pi}{3}r_e^2 \tag{3.31}$$

che nel nostro caso diventa quindi

$$\sigma = \sigma_0\frac{\omega^2}{4(\omega-\omega_0)^2+\gamma^2} \tag{3.32}$$

Figure 3.7: Spettro di stella di sequenza principale, tipo B6. Spettri ottenuti da una figura di proprietà NOAO/AURA/NSF trasformata in bianco e nero e con contrasto leggermente accentuato; le scritte sono elaborazioni aggiunte.

Definiamo ora la semilarghezza della riga:

$$\Delta\nu = |\nu_0 - \nu_{1/2}| \tag{3.33}$$

dove

$$\sigma(\nu_{1/2}) = \frac{1}{2}\sigma(\nu_0)$$

Si ha:

$$\Delta\nu = \frac{\gamma}{4\pi} \tag{3.34}$$

In termini di λ

$$\Delta\lambda = \frac{c}{\nu^2}\Delta\nu = \frac{2\pi}{3}\frac{e^2}{m_e c^2} = \frac{2\pi r_e}{3} \sim 10^{-4}\,\text{Å} \tag{3.35}$$

La larghezza naturale di una riga, definita in termini di λ*, coincide sostanzialmente con il raggio classico dell'elettrone e non dipende dalla sua lunghezza d'onda. La trattazione quantistica porta ad un risultato simile, anche se cambiamo alcuni dati numerici.*

3.3.2 Intensità di una riga; larghezza equivalente.

L'analisi quantitativa degli spettri stellari passa attraverso la definizione della cosiddetta *larghezza equivalente* definita come la larghezza che avrebbe una riga corrispondente alla medesima sottrazione d'energia, ma con un profilo rettangolare e completamente nera:

$$W_\lambda = \int_{riga} d\lambda \left(1 - \frac{F(\lambda)}{F_{cont}(\lambda)}\right) \tag{3.36}$$

Figure 3.8: Spettro di stella di sequenza principale, tipo A5.Spettri ottenuti da una figura di proprietà NOAO/AURA/NSF trasformata in bianco e nero e con contrasto leggermente accentuato; le scritte sono elaborazioni aggiunte.

dove $F(\lambda)$ è il flusso reale e $F_{cont}(\lambda)$ è quello che si avrebbe in assenza della riga.

La larghezza equivalente definisce l'intensità di una riga. È abbastanza evidente che l'intensità di una riga dipende sostanzialmente dal numero di particelle utili ad effettuare l'assorbimento (in relazione approssimativamente lineare con la larghezza equivalente). Il numero degli assorbitori, per una usuale transizione atomica, dipende dalla abbondanza chimica (v. cap. 1) dell'elemento in questione e dalla probabilità che l'atomo sia nello stato iniziale richiesto dalla transizione. Quest'ultima condizione non è banale. Facciamo per esempio il caso dell'atomo d'idrogeno.

Come è noto i livelli energetici dell'atomo di idrogeno legato sono dati dalla espressione:

$$E_n = -Ry/n^2 \tag{3.37}$$

dove Ry è la costante di Rydberg, equivalente a circa 13.6 ev. Le transizioni tra i livelli corrispondono quindi alle differenze di energia:

$$E_{n,m} = Ry(1/n^2 - 1/m^2) \tag{3.38}$$

Quando il livello di partenza n è uguale ad 1, si ha la serie delle transizioni (e delle corrispondenti righe) detta di Lyman; quando è uguale a 2 (primo livello eccitato) si ha la serie di Balmer; quando è uguale a 3 si ha la serie di Paschen (poi Brackett e Pfund).

Come si vede nella Tabella 3.1., le righe della serie di Balmer sono le uniche nel visibile; quelle di Lyman sono nell'ultravioletto e le altre nell'infrarosso.

A basse temperature l'idrogeno è quasi completamente neutro; la popolazione dei livelli eccitati sopra il fondamentale è data dalla classica espressione statistica:

$$P(n)/P(0) \propto \exp(-E_{0,n}/kT) \tag{3.39}$$

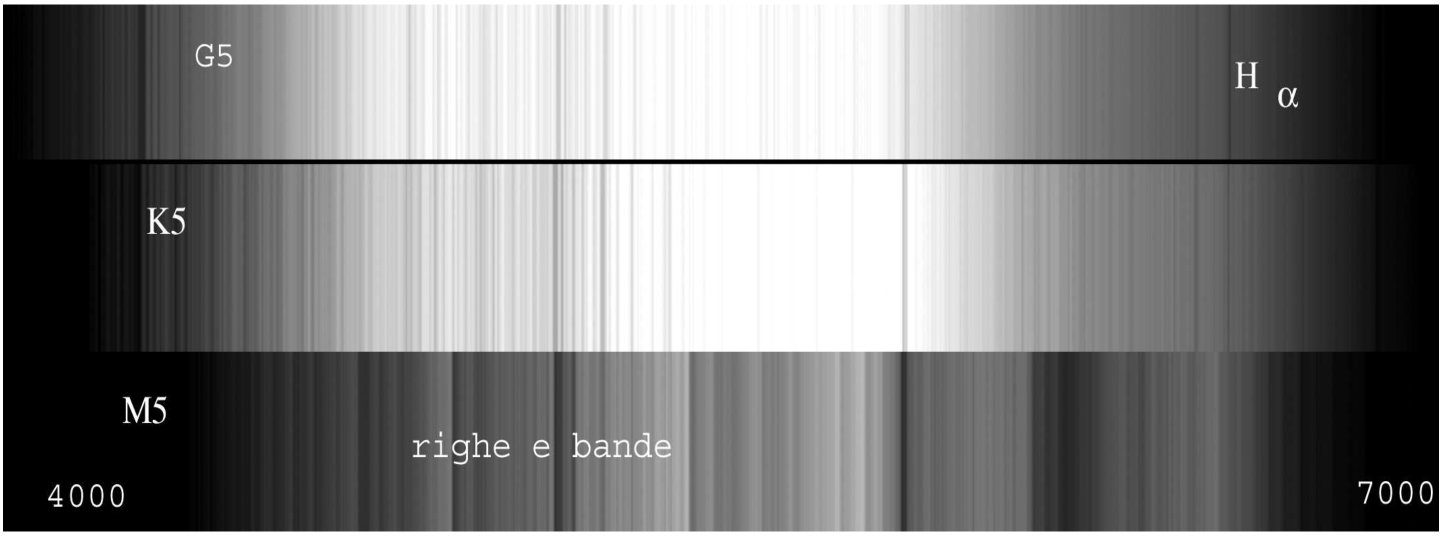

Figure 3.9: Spettri di stelle di sequenza principale, tipi G,K,M. Si noti la progressiva complicazione dello spettro e la diminuzione della evidenza delle righe dell'idrogeno.Spettri ottenuti da una figura di proprietà NOAO/AURA/NSF trasformata in bianco e nero e con contrasto leggermente accentuato; le scritte sono elaborazioni aggiunte.

ed è molto piccola per tutti gli n. Le righe della serie di Balmer, nel visibile, sono moto deboli essendo molto piccola la abbondanza dell'idrogeno **nel livello di partenza richiesto**.

Ad alte temperature la frazione della equazione precedente diventa non troppo piccola per tutti gli n; inoltre l'idrogeno è in buona parte ionizzato. Ancora una volta le righe di Balmer sono deboli o assenti.

A temperature intermedie invece la popolazione del primo livello eccitato raggiunge un massimo; è quello che succede per esempio per le stelle di tipo spettrale A, in cui le righe dell'idrogeno dominano lo spettro nel visibile.

3.3.3 Allargamento delle righe spettrali.

Le righe degli spettri stellari sono sempre molto più larghe rispetto alla larghezza naturale. Diventa quindi essenziale identificare gli effetti fisici che ne sono causa. Essi sono principalmente:

a) l'allargamento Doppler, dovuto ai moti termici e turbolenti degli atomi. Lungo il raggio uscente gli atomi hanno una velocità distribuita gaussianamente

$$dn(v_e) \propto e^{\frac{-v_e^2}{\alpha}} dv_e \tag{3.40}$$

con

$$\alpha = \frac{2kT}{m} + v_{turb}^2 \tag{3.41}$$

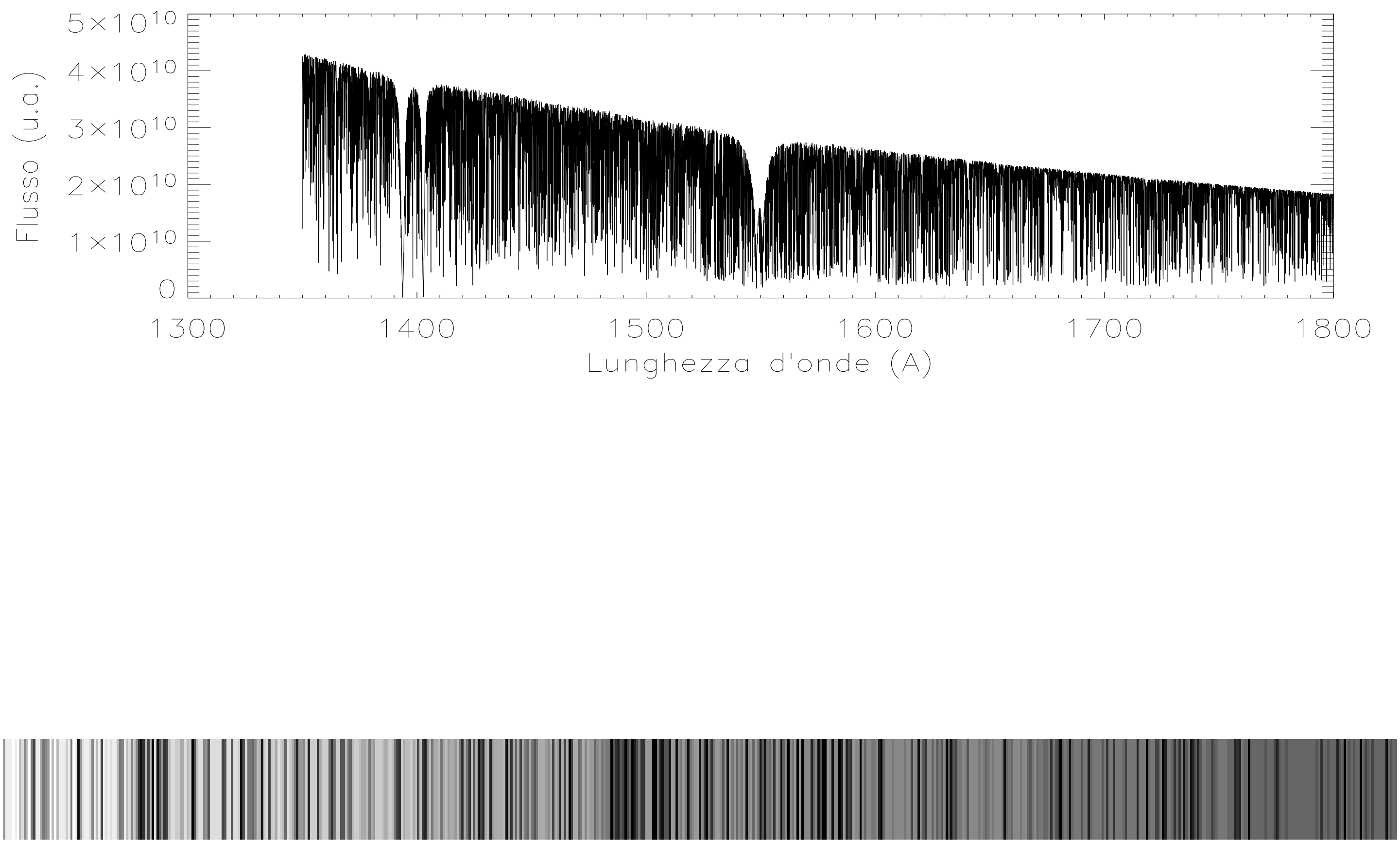

Figure 3.10: Spettro sintetico nell'ultravioletto, di una sorgente di sequenza principale (età zero) con temperatura effettiva $T_e = 30000K$, rappresentato come plot flusso-lunghezza d'onda e come immagine (cortesia S.Shore).

La riga corrisponde ad una lunghezza d'onda diversa ($\Delta\lambda \sim \frac{v_e}{c}\lambda$) per ogni atomo. Per l'insieme degli atomi avremo una distribuzione di frequenze proprie; la $\sigma(\nu)$ avrà una forma del tipo:

$$\sigma(\nu) \propto \int d\nu^* e^{-A(\nu^*-\nu_0)^2} \frac{1}{(\nu-\nu^*)^2 + (\gamma/4\pi)^2} \tag{3.42}$$

Il profilo della riga, simile a $\sigma(\nu)$, dipenderà essenzialmente dalla *più larga* delle due curve, la "lorenziana" legata alla larghezza naturale e la gaussiana legata alla distribuzione delle velocità; quest'ultima è in generale più larga (per il Sole di circa un fattore 10^3 !).

b) l'allargamento "da pressione", dovuto alla vicinanza di altre particelle che perturbano i livelli atomici. Tale allargamento è soprattutto presente in atmosfere con alta P.

L'equazione dell'equilibrio idrostatico può essere riscritta, usando la definizione di profondità ottica (Eq. 2.64):

$$\frac{dP}{d\tau} = g/k. \tag{3.43}$$

Se la luce della stella arriva dalla zona atmosferica, definita come la regione per cui $\tau \simeq 1$, e se si fa l'ipotesi che la pressione nella zona superficiale estrema della stella sia molto piccola, la equazione precedente può essere integrata fra $\tau = 0$ e $\tau \simeq 1$ e dare:

$$P_{atm} \simeq g/k. \tag{3.44}$$

Alte pressioni sono legate ad alti valori di g (l'opacità varia da stella a stella ma non in modo troppo drammatico); stelle con alta g hanno righe larghe; nelle nane bianche l'osservazione delle righe è resa a volte impossibile. In generale la dominanza di questo effetto nelle stelle di sequenza ("nane") permette la classificazione empirica in termini di classi di luminosità.

Da un punto di vista fisico la teoria dell'allargamento da pressione non è molto semplice. In modo elementare possiamo introdurre due diverse semplificazioni. La prima ("allargamento quasi–statico") considera l'effetto del campo esterno sull'atomo che stiamo studiando. Questo campo esterno, ovviamente, perturba i livelli energetici e altera le energie di transizione. Poichè, ovviamente, l'intensità del campo esterno non è costante nè nello spazio nè nel tempo, ed è distribuita secondo una qualche legge statistica, le energie corrette saranno a loro volta distribuite, e questo produrrà un allargamento della riga.

Una diversa semplificazione ("allargamento da impatto") prende invece in esame le vere e proprie collisioni fra gli atomi; da un punto di vista semiclassico durante una collisione si interrompe l'assorbimento alla frequenza di transizione da parte dell'atomo. Anche questo effetto produce allargamento delle righe.

c) L'allargamento da rotazione.

La rotazione causa un allargamento delle righe, per effetto Doppler di diverso segno nelle diverse zone della superficie (v. fig. 3.12)

Le righe provenienti dalle diverse zone sono spostate verso il rosso o verso il blu. L'allargamento sarà dell'ordine di:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \sim \frac{\Delta v}{c} \sim 2\,\frac{\omega R}{c} \tag{3.45}$$

Per stelle rapidamente rotanti (quelle dei primi tipi spettrali) ωR non è molto minore della velocità di fuga $v_f = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$; v_f può essere anche $10^3\,km/s$; Δ/λ può essere anche dell'ordine di 10^{-3} ossia nel visibile $\Delta\lambda$ (larghezza della riga) ~ 10 Å; per spettri a medio alta dispersione (~ 10 Å$/mm$) le righe appaiono estremamente allargate; ciò rende difficile centrarle, misurarne il profilo, e vedere del tutto le righe più deboli. Si è infatti visto che le stelle dei primi tipi spettrali hanno spettri con poche righe.

Si noti che mentre le stelle fino al tipo B sono di regola rotatori veloci, tra le stelle del tipo spettrale A si ha una netta separazione fra rotatori veloci e lenti (diverse stelle con

Figure 3.11: Differenza tra gli spettri di una stella nana ed una gigante dello stesso tipo spettrale (F); spettri ottenuti da una figura di proprietà NOAO/AURA/NSF trasformata in bianco e nero e con contrasto leggermente accentuato; le scritte sono elaborazioni aggiunte.

spettri peculiari; si usa la sigla A_p). Per tipi spettrali più freddi (da F in poi) la stelle sono di norma rotatori molto lenti (il Sole ha un periodo di circa un mese). Nella figura 3.13 si confrontano lo spettro di due stelle A, un rotatore veloce ed uno lento, per mettere in evidenza le forti differenze osservabili.

3.3.4 Moto radiale.

Se la stella ha un moto radiale, le righe sono spostate verso il rosso o verso il blu, secondo la solita equazione

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \sim \frac{v}{c} \tag{3.46}$$

Confrontando lo spettro con uno di laboratorio, ed identificando le corrispondenti frequenze, è possibile, mediante l'analisi di numerose righe di cui si riesce a stimare il centro (una rotazione veloce è causa di difficoltà difficilmente superabili), stimare la velocità radiale della stella:

$$v_{rad} = c \left\langle \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \right\rangle_{varie\ righe} \tag{3.47}$$

Tale studio ci permette poi di riconoscere le *binarie spettroscopiche* ed anche alcuni tipi di stelle pulsanti, la cui atmosfera si contrae ed espande periodicamente.

Per oggetti extragalattici, la v_{rad} è dovuta principalmente alla legge di Hubble e può avvicinarsi a c, ed occorre usare l'espressione relativistica per l'effetto Doppler radiale. Il riconoscimento delle righe, a lunghezze d'onda anche molto diverse da quelle nominale, può essere molto difficile. A varie *dispersioni*, corrispondenti all'estensione dello spettro sulla lastra o sul rice-

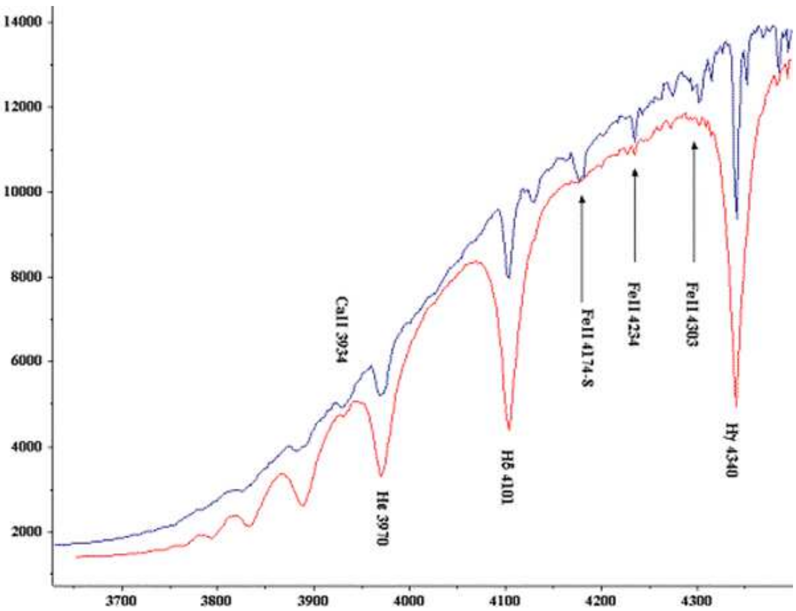

Figure 3.12: Differenza tra gli spettri di una stella nana ed una gigante dello stesso tipo spettrale (A);spettri rappresentati da un profilo di brillanza; fonte Società Astronomica G.V. Schiaparelli (http://www.astrogeo.va.it)

vitore (ovviamente dispersioni maggiori richiedono una maggiore quantità di luce raccolta) gli spettri stellari ci danno diverse informazioni:

BASSA DISPERSIONE (10^2 Å$/mm$)	$\rightarrow$	tipo spettrale.
MEDIA DISPERSIONE ($10 \div 100$ Å$/mm$)	$\rightarrow$	v_{rad}, allargamento righe
		$\Rightarrow$ P, T, righe peculiari.
ALTA DISPERSIONE (≤ 10 Å$/mm$)	$\rightarrow$	$W_\lambda(n_\lambda)$; analisi quantitativa
		$\Rightarrow$ ricostruzione dell'atmosfera.

É da notare che in tempi recenti le capacitá tecnologiche, anche nel senso di una alta risoluzione spettrale, sono molto progredite, ed hanno reso possibile effettuare misure di velocitá radiale con una precisione di pochi metri al secondo (invece delle classiche misure di velocitá radiale stellare mirate a rilevare velocitá dell'ordine delle decine di km/s). Tali misure sono state di straordinaria importanza per la scoperta di numerosi sistemi planetari extrasolari (v. cap.7)

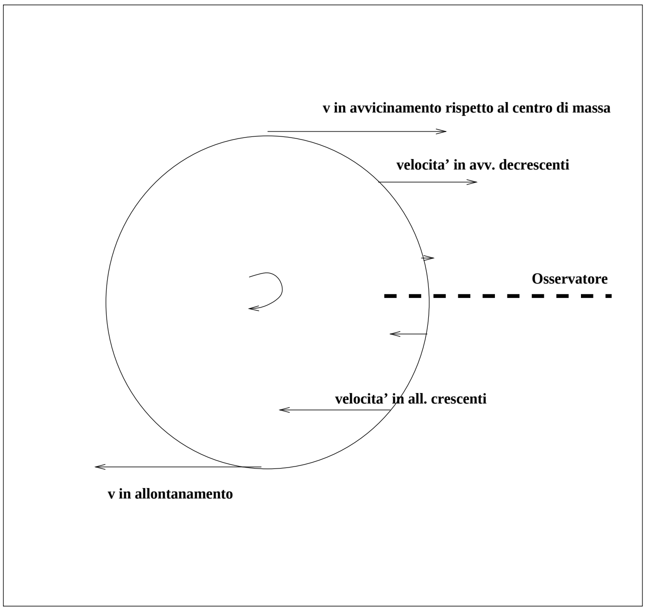

Figure 3.13: Effetto Doppler dovuto alla rotazione relativo alle diverse zone stellari

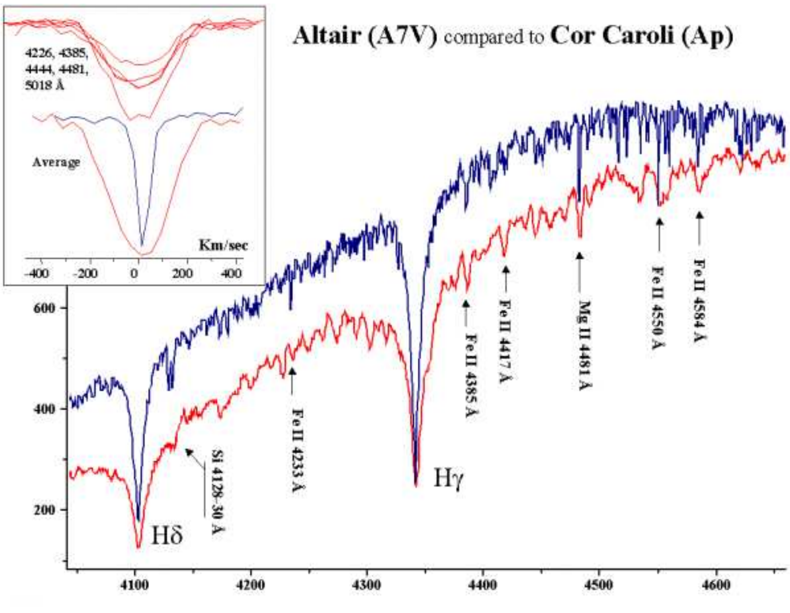

Figure 3.14: Differenza tra gli spettri di due stelle di tipo A, αAql (Altair) e αCVn (Cor Caroli), una rapidamente rotante e l'altra no;spettri rappresentati da un profilo di brillanza; fonte Società Astronomica G.V. Schiaparelli (http://www.astrogeo.va.it)