Coniugazione di carica

scambia le particelle con le sue antiparticelle

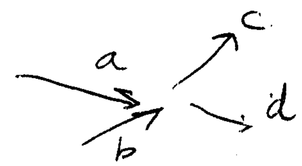
$$\boxed{\begin{array}{r} C = \text{operatore unitario} \\ C^{-1} = C^{+} \end{array}}$$

$$C \; |\vec{p}_1 \, s_{z1} \, a_1\rangle \; |\vec{p}_2 \, s_{z2} \, b_2\rangle \cdots$$

$$= \underbrace{\xi_a \, \xi_b}_{\text{"parità"}} \; |\vec{p}_1 \, s_{z1} \, \bar{a}\rangle \; |\vec{p}_2 \, s_{z2} \, \bar{b}\rangle \cdots$$

Se $[H, C] = 0$ $\qquad H = H_0 + V$

$$HC - CH = 0 \qquad H = C^{-1} H C$$



Probabilità di transizione

$$\langle p_1 s_{z1} \, c | \langle p_2 s_{z2} \, d | \; V \; | p_1' s_{z1}' \, a \rangle | p_2' s_{z2}' \, b \rangle$$

$$= \langle p_1 s_{z1} \, c | \langle p_2 s_{z2} \, d | \; C^{-1} V C \; | p_1' s_{z1}' \, a \rangle | p_2' s_{z2}' \, b \rangle$$

$$= \xi_c^* \, \xi_d^* \, \xi_a \, \xi_b \; \langle p_1 s_{z1} \, \bar{c} | \langle p_2 s_{z2} \, \bar{d} | \; V \; | p_1' s_{z1}' \, \bar{a} \rangle | p_2' s_{z2}' \, \bar{b} \rangle$$

viene la stessa.

Nota bene: in genere ξ_a non è definito. Infatti sappiamo che ci sono varie leggi di conservazione

$Q =$ carica elettrica

$B =$ numero barionico

$L_e =$ numero leptonico elettronico

e quindi potremmo definire

$$C' = e^{i\alpha Q + i\beta B + \gamma L_e + \cdots} C$$

C' ancora trasforma a in $\bar{a}$ ed è ancora conservato $[H, C'] = 0$ x $[H, C] = 0$

Le uniche particelle per cui ξ è definita sono quelle per cui $Q = B = L_e = \cdots = 0$

sono quelle per cui $a = \bar{a}$

esempio γ, π^0, stati legati e^+e^-, $c\bar{c}$ ecc.

Se in una reazione / decadimento

$$a + b \to c + d \quad \text{con} \quad \begin{array}{ll} a = \bar{a} & c = \bar{c} \\ b = \bar{b} & d = \bar{d} \end{array}$$

allora la fase gioca un fattore importante

esempio $\pi^0 \to \overbrace{\gamma + \gamma + \cdots + \gamma}^{n}$ n fotoni

elemento di matrice $\langle \pi^0 | V | \overbrace{\gamma \cdots \gamma}^{n} \rangle =$

$$= \langle \pi^0 | C^{-1} V C | \gamma \cdots \gamma \rangle$$

$$= \eta_{\pi^0} \eta_\gamma^n \langle \pi^0 | V | \gamma \cdots \gamma \rangle$$

x $\eta_{\pi^0} \eta_\gamma^n = -1$ allora $\langle \pi^0 | V | \gamma \cdots \gamma \rangle \Rightarrow 0$

C-parità del γ

C cambia la carica → il campo e.m. cambia segno quindi $\eta_\gamma = -1$

$$C\,\vec{A} = -\vec{A} \qquad \vec{A} = \text{pot. magnetico}$$

C-parità del π^0

Sappiamo che $\pi^0 \to 2\gamma$ $\quad \tau = 10^{-16}\,sec$ avviene

perciò $\quad \eta_{\pi^0} = +1$

riprova $\quad \pi^0 \to 3\gamma \qquad \eta_{\pi^0}\,\eta_\gamma^3 = -1$

dovrebbe essere vietato se C è conservato dall'interazione e.m.

$$\frac{R(\pi^0 \to 3\gamma)}{R(\pi^0 \to 2\gamma)} < 10^{-8}$$

C-parità del positronio

stato legato $e^+ - e^-$ $\qquad \mu = \frac{m_e}{2}$

$$E_n = -\frac{\mu c^2 \alpha^2}{2n^2} = -\frac{m_e c^2 \alpha^2}{4n^2} = -\frac{6.8\,eV}{n^2}$$

$$\psi_{e^+e^-} = \frac{u(r)}{r}\left\{Y_L(\hat{r})\,|S\rangle\right\}_J \;\psi_{e^+}\psi_{e^-}$$

				para / ortho
$n=1$	$L=0$		$J=0,1$	${}^1S_0,\ {}^3S_1$
$n=2$	$L=0$		$J=0,1$	${}^1S_0,\ {}^3S_1$
	$L=1$	$S=1$	$J=0,1,2$	${}^3P_0,\ {}^3P_1,\ {}^3P_2$
		$S=0$	$J=1$	${}^1P_1$

C parità

su Y_L .. è equivalente a scambiare $\vec{r} \to -\vec{r} \Rightarrow (-)^L$

$$C\,|s_{z1}\,e^+\rangle\,|s_{z2}\,e^-\rangle = \eta_{e^+}\eta_{e^-}\,|s_{z1}\,e^-\rangle\,|s_{z2}\,e^+\rangle$$

su $|S\rangle$ è equivalente a scambiare gli spin $\Rightarrow (-)^{S+1}$

$$\eta_{e^+}\eta_{e^-} = -1 \quad (\text{fermioni})$$

$$C\,\psi_{e^+e^-} = (-)^L\,(-)^{S+1}\,(-)\;\psi_{e^+e^-}$$
$$= (-)^{L+S}\;\psi_{e^+e^-}$$

${}^1S_0 \to +1$

${}^3S_1 \to -1$

positronio $({}^1S_0) \to 2\gamma$ permesso probabilità α^2

positronio $({}^3S_1) \to 2\gamma$ no!

$\to 3\gamma$ sì probabilità α^3

$$\frac{\tau({}^3S_1)}{\tau({}^1S_0)} = \frac{\alpha^{-3}}{\alpha^{-2}} = \frac{1}{\alpha} \simeq \frac{1}{100}$$

$\tau({}^1S_0) = 10^{-10}$ sec

$\tau({}^3S_1) = 10^{-7}$ sec

Inversione temporale T

inversione $t \to -t$

Prendiamo una particella libera di impulso $\vec{p}$ ed energia $E = p^2/2m$.

$$\psi_{\vec{p}}(\bar{x}, t) = e^{i\frac{\bar{p}\cdot\bar{x}}{\hbar}} e^{-iEt/\hbar}$$

si deve trasformare in uno stato di impulso $-\vec{p}$ ed energia $+E$. Introduciamo un operatore T tale che

$$T\,\psi_{\vec{p}}(\bar{x}, t) = \psi^{*}_{\bar{p}}(\bar{x}, -t)$$

fa l'effetto voluto: infatti

$$T\,\psi_{p}(\bar{x}, t) = \left(e^{i\,\bar{p}\cdot\bar{x}/\hbar}\, e^{-iE(-t)/\hbar} \right)^{*} = e^{-i\bar{p}\cdot\bar{x}/\hbar}\, e^{-iEt/\hbar}$$

Se $[T, H] = 0$ allora se $\psi_{\bar{p}}$ è un autofunzione di H anche $T\psi_p$ deve essere autofunzione con lo stesso autovalore. Poiché $H = -i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$ O.K.

T è anti lineare e anti unitario (anti hermitiano)

$$T(\alpha_1\psi_1 + \alpha_2\psi_2) = \alpha_1^{*}T(\psi_1) + \alpha_2^{*}T(\psi_2)$$

Principio del bilancio dettagliato

Supponiamo che avvenga il processo

impulso

proiezione dello spin

(1) $$a(\bar{p}_a, m_a) + b(\bar{p}_b, m_b) \to c(\bar{p}_c, m_c) + d(\bar{p}_d, m_d)$$

e il processo "Time-reversed"

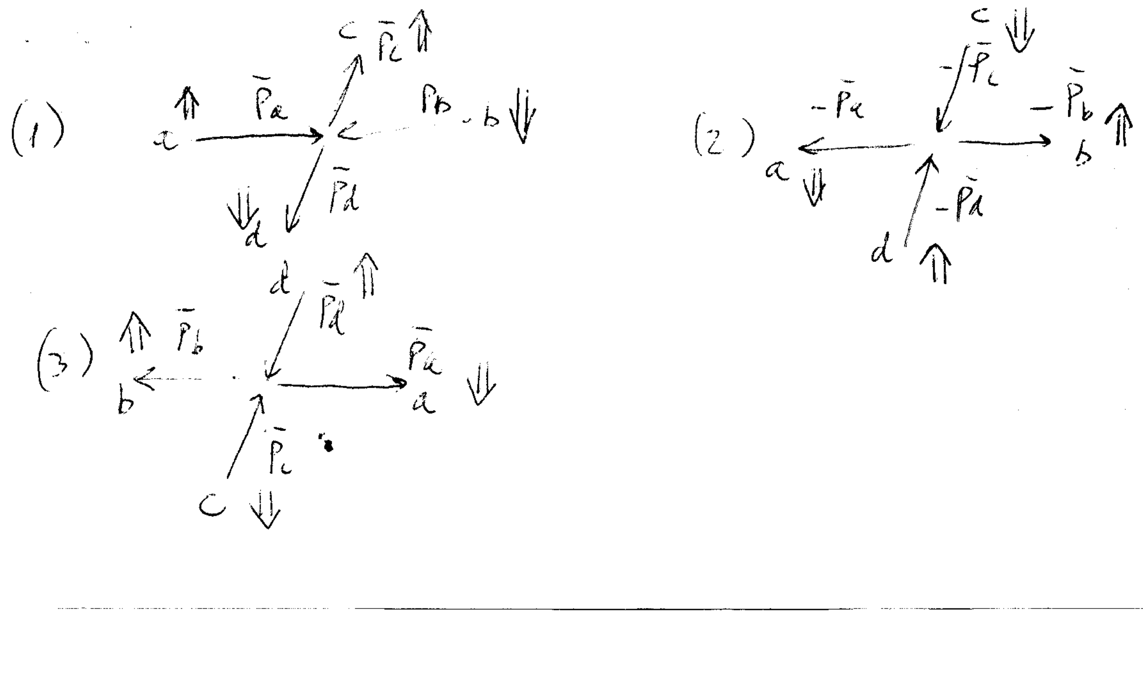
(2) $$c(-\bar{p}_c, -m_c) + d(-\bar{p}_d, -m_d) \to a(-\bar{p}_a, -m_a) + b(-\bar{p}_b, -m_b)$$

Se l'interazione responsabile del processo (1) e (2) è quella forte o e.m. allora le probabilità di transizione del processo (1) e (2) sono le stesse.

Se anche la parità è conservata allora il processo

(3) $$c(\bar{p}_c, -m_c) + d(\bar{p}_d, -m_d) \to a(\bar{p}_a, -m_a) + b(\bar{p}_b, -m_b)$$

ha anche la stessa probabilità di (2) e (1)



Se le particelle iniziali non sono polarizzate e le polarizzazioni finali non sono osservate, la corrispondente probabilità di transizione si calcola mediando su m_a, m_b, m_c, m_d

$$\frac{1}{2S_a+1}\sum_{m_a=-S_a}^{+S_a} a(\bar{p}_a, m_a) \equiv \frac{1}{2S_a+1}\sum_{m_a=-S_a}^{S_a} a(\bar{p}_a, -m_a)$$

Quindi in questo caso

(1) $\quad a(\bar{p}_a) + b(\bar{p}_b) \to c(\bar{p}_c) + d(\bar{p}_d)$

somma negli spin

(2) $\quad c(\bar{p}_c) + d(\bar{p}_d) \to a(\bar{p}_a) + b(\bar{p}_b)$

somma negli spin

hanno la stessa probabilità di transizione "principio del bilancio dettagliato"

Il teorema CPT

Assumendo
- invarianza sotto trasf. di Lorentz
- spazio isotropo ed omogeneo
- che le osservabili commutino per distanze di tipo spazio (*)

Si può provare [W Pauli, Nuovo Cimento 6, 204 (57)] che la probabilità di transizione $\alpha \to \beta$ è identica alla $CPT\beta \to CPT\alpha$

$CPT\alpha$ è lo stato dove 1) le particelle → antiparticelle

2) componenti z dello spin cambiate di segno

$$x_1^\mu = (t_1, \vec{x}_1) \qquad A, B \text{ osservabili}$$

(*) $[A(x_1^\mu), B(x_2^\mu)] = 0$ se $(x_1 - x_2) > 0$

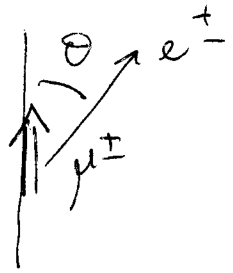
$\to (t_1 - t_2)^2 c^2 - (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)^2$

x_1^μ e x_2^μ sono due eventi di tipo spazio: quello che succede in x_1^μ non può influenzare x_2^μ. Una misura di A in x_1^μ deve essere completamente indip. dalla misura di B in x_2^μ.

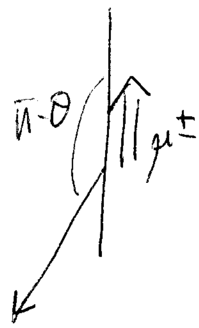
decadimento del μ

$$\mu^- \to e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

$$\mu^+ \to e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$



sotto parità



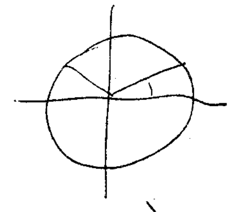
Nel SR dove i μ sono fermi si osserva una distrib. angolare degli elettroni

$$\Gamma_\pm(\theta) = \frac{1}{2}\Gamma_\pm\left(1 + \frac{\xi_\pm}{3}\cos\theta\right)$$

$$= \int_{-1}^{1} d\cos\theta \; \Gamma_\pm(\theta) = \Gamma_\pm = \tau_\pm^{-1}$$

Se l'interazione è invariante sotto parità

$$\begin{cases} \Gamma_\pm(\theta) = \Gamma_\pm(\pi-\theta) & (P) \\ \xi_\pm = 0 \end{cases}$$



$\cos(\pi-\theta) = -\cos\theta$

Se è invariante sotto C

$$\Gamma_+(\theta) = \Gamma_-(\theta)$$

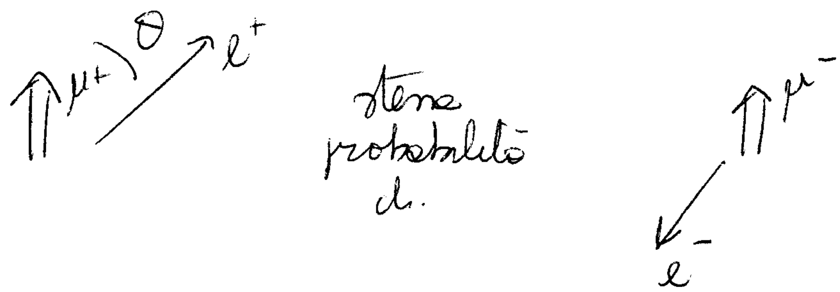
$$\Gamma_+ = \Gamma_- \qquad \xi_+ = \xi_-$$

Sperimentalmente si osserva che le vite medie di μ^+ e μ^- sono le stesse ma

$$\xi_- = -\xi_+ = 1.00 \pm .04$$

Così né C che P sono violate dall'int. debole

Studiamo CP



$$\Gamma_+(\theta) = \Gamma_-(\pi - \theta)$$

$$\frac{1}{2}\Gamma_+\left(1 - \frac{\xi_+}{3}\cos\theta\right) = \frac{1}{2}\Gamma_-\left(1 + \frac{\xi_-}{3}\cos\theta\right)$$

$$\Gamma_+ = \Gamma_- \qquad \xi_+ = -\xi_-$$ <u>verificato</u>

la Simmetria CP è stata verificata in tutte le reazioni che coinvolgono leptoni ma c'è una piccolissima violazione per gli adroni.