Limite astrofisico sulle masse dei neutrini

tutti i neutrini della supernova 1987a avevano energie comprese tra 7.5 e 35 MeV e sono arrivati con intervalli di tempo < 12.4 sec.

Il tempo impiegato da un neutrino di massa m ed energia $E \gg m$ per arrivare dalla stella è

$$T = \frac{L}{v} \qquad v = \frac{pc^2}{E} = \sqrt{E^2 - m^2c^4}\,\frac{c^2}{E} = c\sqrt{1 - \frac{m^2c^4}{E^2}}$$

$$\simeq c\left(1 - \frac{m^2c^4}{2E^2}\right)$$

$$T(E) \cong \frac{L}{c}\left(1 + \frac{m^2c^4}{2E^2}\right)$$

Se 2 neutrini hanno energia E_1 ed E_2, allora

$$\Delta T \cong \frac{L}{c} \cdot \frac{m^2c^4}{2}\left(\frac{1}{E_1^2} - \frac{1}{E_2^2}\right) \lesssim 12.4\ \text{sec} = \Delta T_{mis}$$

$$mc^2 \leq \left[\frac{2c}{L}\,\Delta T_{mis}\,\frac{E_1^2 E_2^2}{E_1^2 - E_2^2}\right]^{1/2}$$

$(1\,pc = 3\,10^{13}\,Km)$

nel nostro caso $L =$ 163 anni luce $= 150\ 10^{16}$ Km (50 Kpc)

$c = 3\ 10^5$ Km/sec $\qquad mc^2 \lesssim 17$ eV

luce visibile ($E = 1$ eV) e onde radio ($4\ 10^{-7}$ eV) arrivano insieme dalla pulsar del Granchio ($L = 6\ 10^{16}$ Km) periodo = 33 ms $\Delta T \sim 1$ ms

$$m_\gamma c^2 \lesssim \left(\frac{2c\Delta T}{L}\right)^{1/2} E_2 \simeq 1\ 10^{-13}\ \text{eV}$$

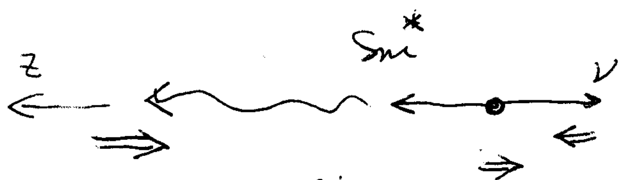
I neutrini emessi dal decadimento β sono sempre di elicità -1

<u>Cattura K</u> (Goldhaber et al, PR <u>109</u>, 1015, (58))

$$^{152}_{63}Eu(0^-) + e^- \rightarrow {}^{152}_{62}Sm^*(1^-) + \nu$$

$$\hookrightarrow \; {}^{152}Sm(0^+) + \gamma$$

l'elettrone è <u>catturato</u> in onda S quindi lo stato iniziale ha $\vec{J}$ = spin dell'elettrone
Selezioniamo gli eventi in cui il γ viene emesso nella stessa direzione in cui si muove il Sm^* (si selezionano i γ con il massimo spostamento per effetto Doppler)



Prendiamo l'asse z lungo la direzione del γ uscente e misuriamo lo spin del fotone cioè la polarizzazione del campo elettromagnetico ....

I fotoni escono <u>tutti</u> con $J_z = -1 \rightarrow$ fatto sperimentale

perché J_z si deve conservare

$$\underset{-1}{S_z^\gamma} + \underset{+1/2}{S_z^\nu} = \underset{-1/2}{S_z^e}$$

quindi elicità di tutti i neutrini $= -1$

Nella conservazione $\vec{J}$ non entra $\vec{L}$ perché tutte le particelle si muovono lungo z. La loro ψ è

$$\psi = A e^{ikz} = A \sum_{\ell=0}^{\infty} i^{\ell}(2\ell+1)\, P_\ell(\cos\theta)\, j_\ell(kr)$$

$$= A \sum_{\ell=0}^{\infty} i^{\ell}(2\ell+1) \sqrt{\frac{4\pi}{2\ell+1}}\, Y_{\ell 0}(\theta,\varphi)\, j_\ell(kr)$$

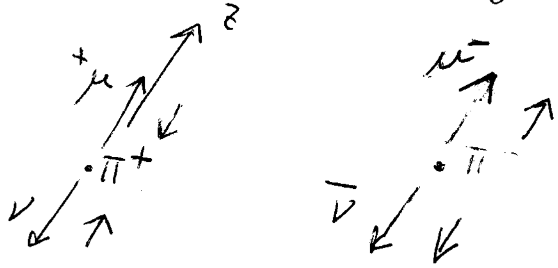
e quindi $L_z A e^{ikz} = 0$

$$L_z \to -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi} \qquad A e^{ikz} \to A e^{ikr\cos\theta}$$

Altro esempio: decadimento del π

$$\pi^{\pm} \to \mu^{\pm} + \begin{matrix}\nu \\ \bar{\nu}\end{matrix}$$

se il π decade fermo e definiamo l'asse z lungo la direzione del μ uscente



π ha $\vec{S}_\pi = 0$

decadimento del π^+

il μ^+ ha $\lambda = -1 \Rightarrow \nu\ \lambda = -1$

decadimento del π^-: i μ^- hanno $\lambda = +1 \Rightarrow$ i $\bar{\nu}\ \lambda = +1$

Oscillazioni di neutrini

evidenze sperimentali

(A) neutrini solari

(I) $p + p \rightarrow {}^2H + e^+ + \nu_e$ $E_{max} = 1\ MeV$

$p + p + e^- \rightarrow {}^2H + \nu_e$ $E = 1.44\ MeV$

(II) $p + {}^2H \rightarrow {}^3He + \gamma$

(III) ${}^3He + {}^3He \rightarrow {}^4He + p + p$

(IV) ${}^3He + {}^4He \rightarrow {}^7Be + \gamma$

${}^7Be + e^- \rightarrow {}^7Li + \nu_e$ $E_{max} = 1\ MeV$

${}^7Li + p \rightarrow {}^4He + {}^4He$

${}^7Be + p \rightarrow {}^8B + \gamma$

${}^8B \rightarrow {}^8Be^* + e^+ + \nu_e$ $E_{max} = 14\ MeV$ $\Leftarrow$

${}^8Be^* \rightarrow {}^4He + {}^4He$

Esperimenti per vedere i neutrini solari

<u>Homestake</u> (R. Davies) 1965

$$\nu_e + {}^{37}Cl \rightarrow {}^{37}Ar + e^- \qquad \text{soglia} > 1\ \text{MeV}$$

$1\ \text{SNU} = 10^{-36}$ eventi / atomo di Cl / sec

rate aspettato $\simeq 6$ SNU

rate misurato $\simeq 2$ SNU

<u>Gran Sasso</u> Gallex, Sage 1990

$$\nu_e + {}^{71}Ga \rightarrow {}^{71}Ge + e^- \qquad \text{soglia} < 1\ \text{MeV}$$

rate aspettato 122 SNU

" misurato 50-60 SNU

<u>SuperKamiokande</u> 1998

$$\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^- \qquad \text{correnti neutre}$$

può misurare : - la direzione del ν_e incidente dal rinculo di e
- l'esatto tempo di arrivo
- l'energia del ν_e dall'energia

rate misurato / aspettato $= 0.465 \pm .005$

SNO Sudbury Neutrino Observatory 2002

$\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$ correnti cariche CC

$\nu_x + d \rightarrow p + n + \nu_x$

$\nu_x + e^- \rightarrow \nu_x + e^-$ correnti neutre NC

misurato / aspettato CC $\simeq 0.34$

misurato / aspettato NC $\simeq 1$ dalle sezioni d'urto SNO trova

$$\phi(\nu_e) = 1.8 \pm 0.1 \quad 10^6 \ cm^{-2} \ sec^{-1}$$

$$\phi(\nu_\mu, \nu_\tau) = 3.4 \pm 0.6 \quad 10^6 \ cm^{-2} \ sec^{-1}$$

$$\phi(\nu_e + \nu_\mu + \nu_\tau) = 5.2 \pm .6 \quad 10^6 \ cm^{-2} \ sec^{-1}$$

secondo i modelli solari dovrebbero arrivare un flusso di

$$\phi_{SSM}(\nu_e) = 5.05 \pm 1 \quad 10^6 \ cm^{-2} \ sec^{-1}$$

in accordo con $\phi(\nu_e + \nu_\mu + \nu_\tau)$. Queste misure si spiegano supponendo che i neutrini possono oscillare

$\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$ ecc ecc.

(B) neutrini "atmosferici"

(protoni in maggior parte)

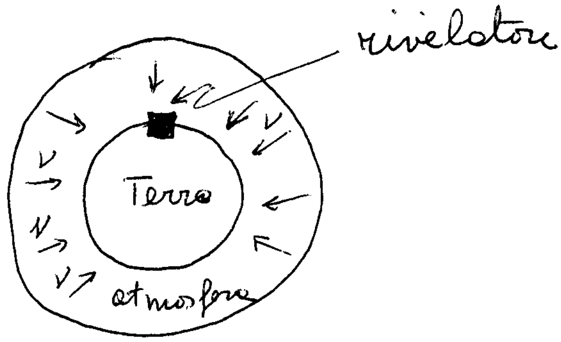
i raggi cosmici provenienti dallo spazio creano pioni urtando l'atmosfera, dopo di che

$$\pi^\pm \to \mu^\pm + \nu/\bar{\nu}$$

$$\hookrightarrow e^\pm + \nu_e/\bar{\nu}_e + \bar{\nu}_\mu/\nu_\mu$$

si creano quindi molti neutrini che di solito sono molto energetici ($\sim$ GeV)

La radiazione cosmica è isotropa



e il rivelatore dovrebbe vedere tanti neutrini che provengono dall'alto quanti dal basso (in una situazione stazionaria), ma a SuperKamiokande

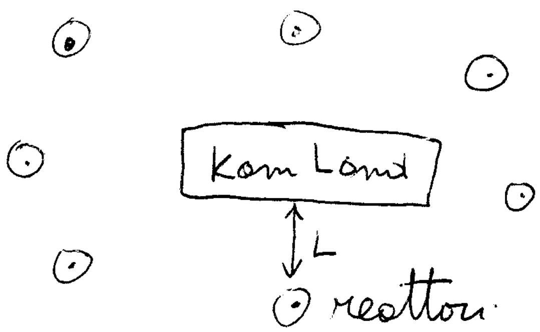
$$\frac{\text{Flux UP}(\nu_\mu)}{\text{Flux DOWN}(\nu_\mu)} = 0.54 \pm .04$$

I neutrini che provengono dal basso hanno avuto da attraversare la terra ($\sim$ 13000 km) e si possono essere trasformati in un altro tipo di neutrini

(c) Neutrini da reattori

<u>KamLand</u> $\quad \bar{\nu}_e + p \to e^+ + n \qquad E_{\bar{\nu}_e} > 1.8\ \text{MeV}$

$$n + p \to d + \gamma$$



$$n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$$

I reattori nucleari attorno KamLand producono $\bar{\nu}_e$ dai decadimenti β dei prodotti di fissione.

Conoscendo la potenza del reattore ed L (~ 180 Km) si può stimare quale dovrebbe essere il flusso di $\bar{\nu}_e$ che il rivelatore dovrebbe vedere

$$\frac{N(\bar{\nu}_e)_{\text{osservato}}}{N(\bar{\nu}_e)_{\text{previsto}}} \simeq 0.61 \pm .08$$

Oscillazione di Neutrini caso di due tipi

ν_e = neutrino che appare nelle interazioni deboli dove partecipa / appare e^+, e^-

ν_μ = neutrino che appare nelle interazioni deboli dove entra μ^+/μ^-

Però ν_e, ν_μ potrebbero non essere autostati di H.

Supponiamo che con buona approssimazione gli autostati di H siano combinazioni lineari di ν_e e ν_μ solamente

$$\begin{pmatrix} |\nu_1\rangle \\ |\nu_2\rangle \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_\mu\rangle \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_\mu\rangle \end{pmatrix} = U^+ \begin{pmatrix} |\nu_1\rangle \\ |\nu_2\rangle \end{pmatrix}$$

- $|\nu_e\rangle \equiv |\nu_e, \text{impulso } \bar{p}, \text{spin } S_z\rangle$ ecc ecc.

  $\langle \nu_\alpha | \nu_\beta \rangle = \delta_{\alpha\beta} \qquad \alpha = e, \mu$

- $|\nu_1\rangle$ e $|\nu_2\rangle$ sono gli autostati di H : $H|\nu_i\rangle = E_i |\nu_i\rangle$

  $E_i = \sqrt{p^2c^2 + m_i^2 c^4}$ se i ν_i si propagano nel vuoto

- $U = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ così $\langle \nu_i | \nu_j \rangle = \delta_{ij}$

$$\begin{cases} |\nu_1\rangle = \cos\theta\, |\nu_e\rangle - \sin\theta\, |\nu_\mu\rangle \\ |\nu_2\rangle = \sin\theta\, |\nu_e\rangle + \cos\theta\, |\nu_\mu\rangle \end{cases} \qquad U^+ = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

Supponiamo che per $t=0$ si creino dei neutrini ν_e con impulso $\vec{p}$, spin S_z, ecc

$$|\nu_e\rangle_t = e^{-iHt/\hbar} |\nu_e\rangle_{t=0}$$

$$= e^{-iHt/\hbar} \left(\cos\theta \, |\nu_1\rangle + \sin\theta \, |\nu_2\rangle \right)$$

$$= \cos\theta \, e^{-iE_1 t/\hbar} |\nu_1\rangle + \sin\theta \, e^{-iE_2 t/\hbar} |\nu_2\rangle$$

$$= \cos\theta \, e^{-iE_1 t/\hbar} \left(\cos\theta |\nu_e\rangle - \sin\theta \, |\nu_\mu\rangle \right) + \sin\theta \, e^{-iE_2 t/\hbar} \left(\sin\theta |\nu_e\rangle + \cos\theta \, |\nu_\mu\rangle \right)$$

$$= \left(\cos^2\theta \, e^{-iE_1 t/\hbar} + \sin^2\theta \, e^{-iE_2 t/\hbar} \right) |\nu_e\rangle + \cos\theta \sin\theta \left(e^{-iE_2 t/\hbar} - e^{-iE_1 t/\hbar} \right) |\nu_\mu\rangle$$

per $t>0$ nel fascio di neutrini appaiono sia ν_e che ν_μ. La probabilità di trovare ν_μ è

$$P_{e\to\mu}(t) = \left| \langle \nu_\mu | \nu_e \rangle_t \right|^2$$

$$= \cos^2\theta \sin^2\theta \left| e^{-iE_2 t/\hbar} - e^{-iE_1 t/\hbar} \right|^2$$

$$= \frac{1}{4} \sin^2 2\theta \left| 1 - e^{-i(E_1-E_2)t/\hbar} \right|^2$$

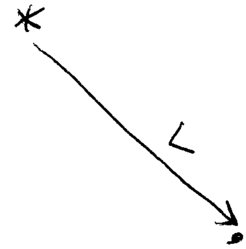
$$= \sin^2 2\theta \ \sin^2 \frac{(E_1 - E_2)t/\hbar}{2}$$

ove $$E_1 - E_2 = \sqrt{p^2c^2 + m_1^2 c^4} - \sqrt{p^2c^2 + m_2^2c^4}$$

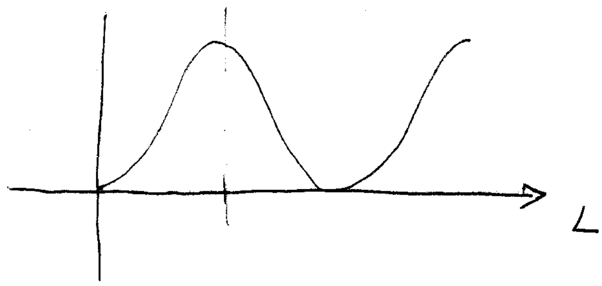
$$\cong 1 + \frac{1}{2}\frac{m_1^2 c^4}{pc} - \left(1 + \frac{1}{2}\frac{m_2^2 c^4}{pc}\right)$$

$$= \frac{1}{2}(m_1^2 - m_2^2)\frac{c^4}{pc}$$

$$\simeq \frac{1}{2}\frac{\Delta m^2 c^4}{E}$$



$$t = \frac{L}{v} \approx \frac{L}{c}$$



$$P_{e\text{-}\mu} = \sin^2 2\theta \ \sin\left(\frac{1}{4}\frac{\Delta m^2 c^4}{E}\frac{L}{c}\frac{1}{\hbar}\right)$$

$$= \sin^2 2\theta \ \sin^2\left(\frac{1}{4}\frac{\Delta m^2 c^4}{E\hbar c}L\right)$$

dopo ℓ tale che $\frac{1}{4}\frac{\Delta m^2 c^4}{E\hbar c}\ell = \pi/2$

$$\ell = 2\pi \frac{E\hbar c}{\Delta m^2 c^4}$$ ci sono tutti ν_μ

$$P_{e\to e} = \left(\cos^2\theta\, e^{-iE_1t/\hbar} + \sin^2\theta\, e^{-iE_2t/\hbar}\right)\left(\cos^2\theta\, e^{iE_1t/\hbar} + \sin^2\theta\, e^{iE_2t/\hbar}\right)$$

$$= \cos^4\theta + \sin^4\theta + \cos^2\theta \sin^2\theta \left(e^{i(E_1-E_2)t/\hbar} + e^{i(E_2-E_1)t/\hbar}\right)$$

$$= \cos^4\theta + \sin^4\theta + \cos^2\theta \sin^2\theta \; 2\cos(E_1-E_2)t/\hbar$$

$$= \cos^4\theta + \sin^4\theta + 2\cos^2\theta \sin^2\theta + 2\cos^2\theta \sin^2\theta \left(\cos(E_1-E_2)t/\hbar - 1\right)$$

$$= \left(\cos^2\theta + \sin^2\theta\right)^2 - 4\cos^2\theta \sin^2\theta \; \frac{1-\cos(E_1-E_2)t/\hbar}{2}$$

$$= 1 - \sin^2 2\theta \; \sin^2 \frac{(E_1-E_2)t/\hbar}{2}$$

notiamo che $\qquad P_{e\to e} + P_{e\to\mu} = 1$

$$P_{e\to e} = 1 - \sin^2 2\theta \; \sin^2\left(\frac{1}{4}\frac{\Delta m^2 c^4 L}{E\hbar c}\right)$$

$$= 1 - \sin^2 2\theta \; \sin^2 \frac{\pi}{2}\frac{L}{\ell}$$

$$\frac{\ell}{Km} = 2\pi \; \hbar c \; \frac{E}{GeV} \; \frac{1}{\Delta m^2 c^4/(eV)^2} \; \frac{GeV}{(eV)^2} \; \frac{1}{Km}$$

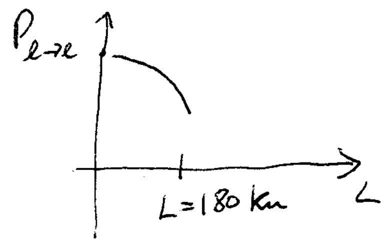
ora $2\pi \; \hbar c \; \frac{GeV}{(eV)^2} \; \frac{1}{Km} = 2\pi \; \frac{200\, MeV\, fm \;\; 10^3\, MeV}{(eV)^2 \;\; 10^{18}\, fm} \simeq 1{,}24$

$$\frac{\ell}{Km} = 1.24 \; \frac{E/GeV}{(\Delta m^2 c^4)/(eV)^2}$$

→ antineutrini da reattori $\quad P_{e \to e} \simeq 0.6$

supponiamo $\theta \simeq \pi/4 \quad \sin^2 2\theta = 1$

$$1 - \sin^2 \frac{\pi}{2} \frac{L}{\ell} \simeq 0.6$$



$$\sin^2 \frac{\pi}{2} \frac{L}{\ell} \simeq 0.4$$

$$\frac{L}{\ell} \simeq 0.43$$

poiché $L = 180\, Km \quad \ell \sim 400\, Km$

gli $\bar{\nu}_e$ hanno $E \sim 1\, MeV$

$$\frac{\Delta m^2 c^4}{(eV)^2} \simeq 1.24 \; \frac{E/GeV}{\ell/Km} \simeq 3\, 10^{-6}$$

<u>neutrini atmosferici</u> $P_{\mu\to\mu} \simeq 0.5$

i neutrini vengono da vari L, si prende una "media"

$$\langle P_{\mu\to\mu}\rangle = \frac{\displaystyle\int_0^{4\ell} dL \left(1 - \sin^2 2\theta \, \sin^2 \frac{\pi}{2}\frac{L}{\ell}\right)}{4\ell}$$

$$= 1 - \sin^2 2\theta \, \frac{\displaystyle\int_0^{2\pi} dx \, \sin^2 x \, \frac{2}{\pi}\ell}{4\ell}$$

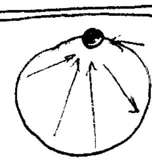
$x = \frac{\pi}{2}\frac{L}{\ell}$

$dx = \frac{\pi}{2}\frac{1}{\ell} dL$

$dL = \frac{2}{\pi}\ell \, dx$

$$= 1 - \sin^2 2\theta \, \frac{1}{2\pi} \cdot \pi$$

$$= 1 - \sin^2 2\theta \, \frac{1}{2}$$



bisogna che $\ell < 2R$.

perciò $\sin^2 2\theta \sim 1$

$$\boxed{E = 1\,\text{GeV} \quad \ell \simeq 1000\,\text{km} \quad \Delta m^2 c^4 \simeq 10^{-3} (\text{eV})^2}$$

<u>neutrini solari</u> anche qui $P_{e\to e} \simeq 0.5$

e anche qui si spiega con la media sui vari L

notiamo che in questo caso $L \simeq 150 \; 10^6$ km

$E \sim 1$ MeV

quindi potremmo vedere $\Delta m^2 c^4 \sim 10^{-12} (\text{eV})^2$

Dati attuali

neutrini atmosferici $\quad \Delta m^2 c^4 \simeq 10^{-3} \, (eV)^2$

$\nu_\mu \to ?$

neutrini solari $\quad \Delta m^2 c^4 \simeq 10^{-5} \, (eV)^2$

antineutrini da reattori

$\nu_e \to ?$

$\bar{\nu}_e \to ?$

si spiega per esempio con

$m(\nu_\tau)$ ———

$\updownarrow \; \Delta m^2 c^4 = 10^{-3}$

$m(\nu_\mu)$ ———

$\updownarrow \; \Delta m^2 c^4 = 10^{-5}$

$m(\nu_e)$ ———

quindi i neutrini atmosferici possono essere visti come oscillazioni $\quad \nu_\mu \Leftrightarrow \nu_\tau$

neutrini solari + antineutrini da reattori

$\nu_e \Leftrightarrow \nu_\mu \qquad\qquad \bar{\nu}_e \Leftrightarrow \bar{\nu}_\mu$