

Forme più generali del potenziale NN

1

Studiamo il sistema np con p = particella 1, n = particella 2
In generale il potenziale dipenderà dagli operatori delle 2 particelle:

$$V(1,2) = V(\vec{r}_1, \vec{p}_1, \vec{\sigma}_1; \vec{r}_2, \vec{p}_2, \vec{\sigma}_2) = V(2,1)$$

dove $\vec{r}_i, \vec{p}_i, \vec{\sigma}_i$ sono gli operatori posizione, momento, 2 volte lo spin della particella i . Teniamo conto delle simmetrie

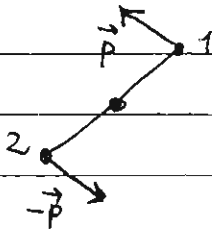
- traslazioni: V deve dipendere solo da $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$

- rotazioni: V deve essere uno scalare

- transf. di Galileo: V deve dipendere da $\vec{v} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 = \frac{\vec{p}_1}{m_1} - \frac{\vec{p}_2}{m_2}$

poiché nel nostro caso $m_1 = m_2$, si considera che V dipenda da $\vec{p} = \frac{\vec{p}_1 - \vec{p}_2}{2}$

notare che nel CM $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0 \Rightarrow \vec{p}_1 = -\vec{p}_2 \Rightarrow \vec{p} = \vec{p}_1$
 $\vec{p}$ è il momento della particella 1 nel CM



- Inversione di parità

è l'operazione per cui $\Psi(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N) \rightarrow \Psi(-\vec{r}_1, \dots, -\vec{r}_N)$

si associa un operatore $\mathbb{P}$, unitario, definito in modo che

$$\mathbb{P} \Psi(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N) = \Psi(-\vec{r}_1, \dots, -\vec{r}_N)$$

notiamo che $P^2 = 1$ $PP^\dagger = 1$

Può essere anche definito come l'operatore che:

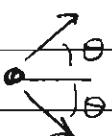
$$P \vec{r}_i P^\dagger = -\vec{r}_i$$

$$P \vec{p}_i P^\dagger = -\vec{p}_i$$

$$P \vec{\sigma}_i P^\dagger = +\vec{\sigma}_i \quad \text{infatti } \vec{\sigma}_i = \text{momento angolare} = \text{assiale}$$

Da vari risultati sperimentali sappiamo che $[P, V] = 0$

- tutte le reazioni nucleari sono "simmetriche"

esempio $\longrightarrow$  : reazioni d'urto simmetriche

- gli stati legati nucleari hanno parità definite
(momento di dipolo elettrico = 0 sempre)

- Raggi γ emessi da transizioni nucleari:
con una definita simmetria spaziale

emessi

Ritornando al potenziale, la condizione $[P, V] = 0$

comporta

$$PV - VP = 0$$

$$PV P^\dagger = V$$

questo esclude che in V ci siano termini "dispari" sotto P
del tipo

$$\vec{\sigma}_i \cdot \vec{r}_i$$

$$\vec{\sigma}_i \cdot \vec{p} \quad \text{ecc.}$$

- inversione temporale

Scambie $t \rightarrow -t$. Anche in questo caso si può introdurre un operatore (antilineare) T , tale che

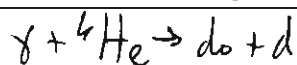
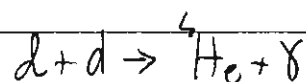
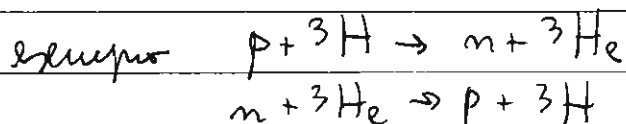
$$T \bar{u} T^\dagger = \bar{u}$$

$$T \bar{p}_i T^\dagger = -\bar{p}_i$$

$$T \bar{G}_i T^\dagger = -\bar{G}_i$$

Si deve avere anche ora $[V, T] = 0$ in quanto nelle reazioni nucleari si osserva sempre un risultato per la trasformazione $t \rightarrow -t$, come si vede sperimentalmente nello studio di reazioni e delle loro inverse

$$\begin{array}{l} A+B \rightarrow C+D \\ C+D \rightarrow A+B \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{stessa probabilità di transizione} \\ \rightarrow [V, T] = 0 \end{array} \right.$$



Per quanto riguarda V , la condizione $T V T^\dagger = V$ elimina i termini $\vec{\pi} \cdot \vec{p}$ ecc.

Altre proprietà generali di V sono

- dipendente da $\vec{\sigma}_1, \vec{\sigma}_2$ al massimo lineare

questo perché le matrici di Pauli soddisfanno

$$\sigma_i^a \sigma_i^b = \delta^{ab} + i \epsilon^{abc} \sigma_i^c \quad a, b, c = \text{molici } x, y, z$$

quindi qualunque termine dove compare $\sigma_i^{a_1} \cdot \sigma_i^{a_2} \cdot \sigma_i^{a_3} \cdots \sigma_i^{a_n}$ può essere ridotto con l'espressione riportata sopra

- dipendente dall'impulso

i nucleoni si muovono "piano" nei nuclei e quindi si può considerare più importanti in V prima i termini indipendenti da $\vec{p}$, poi i termini lineari, ecc.

L'impulso tipico di un nucleone in un nucleo si può stimare dalla relazione di indeterminazione, visto che i nuclei si estendono in raggi $\sim 1 \text{ fm}$

$$\Delta p \cdot 1 \text{ fm} \sim \hbar \quad p_{\text{tipico}} \sim \frac{\hbar}{1 \text{ fm}}$$

Per ragioni dimensionali, si può considerare un'espansione in $\frac{p}{m_N c^2}$

$$\frac{p}{m_N c^2} \sim \frac{\hbar \cdot c}{1 \text{ fm} \cdot 1 \text{ GeV}} \sim \frac{200 \text{ MeV fm}}{1000 \text{ MeV fm}} \sim \frac{1}{5}$$

- Consideriamo quindi la parte di V indipendente da $\vec{p}$

$$V(1,2)|_{\text{indip da } \vec{p}} = V(\vec{r}, \sigma_1, \sigma_2)$$

notiamo che $f(|\vec{r}|) = \text{distanza relativa}$

verifica tutte le simmetrie, quindi rimesceremo una serie di funzioni di $|\vec{r}|$ incognite

operatori possibili (simmetrici sotto lo scambio $1 \leftrightarrow 2$)

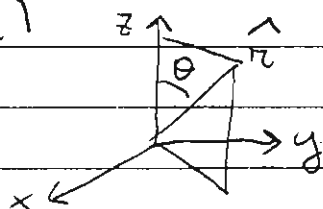
- $\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2$

- $S_{12} = 3(\vec{\sigma}_1 \cdot \hat{r})(\vec{\sigma}_2 \cdot \hat{r}) - \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2$ operatore tensore

notiamo che $S_{12} = Y_2(\hat{r})$ (espressione di σ_1, σ_2)

esempio: $\uparrow 3\sigma_1^z \cos\theta \sigma_2^z \cos\theta - \sigma_1^z \sigma_2^z = \sigma_1^z \sigma_2^z (3\cos^2\theta - 1) = \sigma_1^z \sigma_2^z P_2(\cos\theta)$

(in coordinate sferiche)



$$V(1,2)|_{\text{indip da } \vec{p}} = V_1(|\vec{r}|) + V_2(|\vec{r}|)\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 + V_3(|\vec{r}|)S_{12}$$

- parte lineare in $\vec{p}$

Visto la simmetria sotto P e T l'unico operatore è

$$\frac{(\vec{r} \times \vec{p}) \cdot \vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2}{\hbar} \equiv \vec{L} \cdot \vec{S} \quad \text{spin-orbita}$$

$$V(1,2)|_{\text{lineare in } \vec{p}} = V_4(|\vec{r}|) \vec{L} \cdot \vec{S}$$